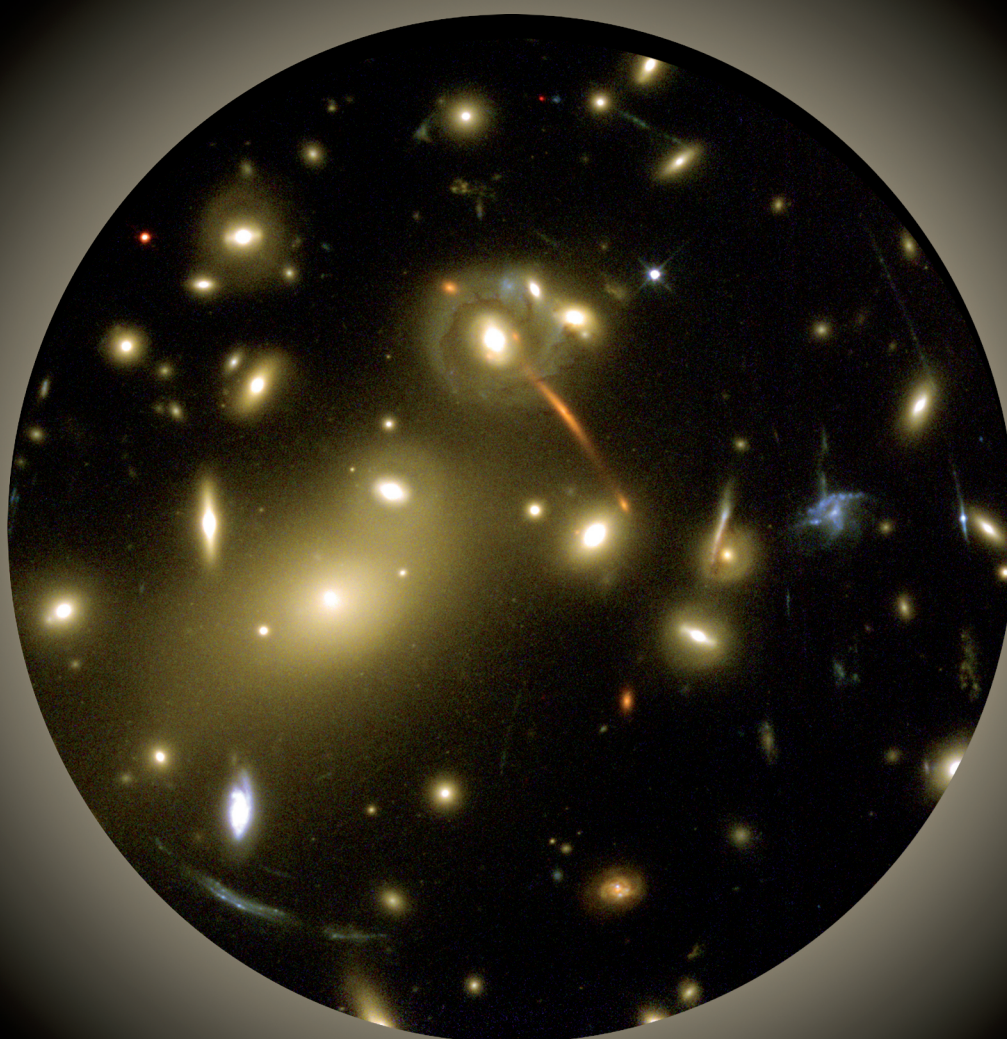


LENTS GRAVITACIONALS



Lents Gravitacionals: Simulacions senzilles i exemples numèrics

Resum:

En aquesta unitat es pretén aproximar els alumnes al concepte de lents gravitacionals mitjançant una petita introducció teòrica, algunes activitats senzilles que permeten simular els seus efectes i exemples numèrics amb dades reals.

Continguts:

Com actuen les lents gravitacionals

Alguns exemples d'observació

Quàsars múltiples

Anells d'Einstein

Arcs lluminosos gegants

Activitats

Simulació de la curvatura de l'espai amb un tros de tela

Simulació de la lent gravitacional amb una copa de vi

Simulació de la lent gravitacional amb un peu de copa

Desenvolupament geomètric

Angle de desviació segons la teoria de Newton

Angle de desviació segons la teoria d'Einstein

Exemples numèrics

Exemple 1: Repetint el càlcul de l'eclipsi solar de 1919

Exemple 2. Primer planeta extrasolar detectat amb "microlensing"

Material addicional

Nivell:

Segon cicle d'ESO y batxillerat

Referència:

1st ESO-EAAE Astronomy Summer School

<http://www.eaae-astro.org>, <http://www.eaae-astronomy.org>

<http://www.csic.es/astrosecundaria>

Autors:

Rosa M. Ros Ferré (Universitat Politècnica de Catalunya)



Coordinadora apunts pedagògics "Con A de Astrónomas":

Josefina F. Ling (Universitat de Santiago)

Ajudants de maquetació y traducció:

Surinye Olarte Vives, Alejandra Díaz Bouza



LENTS GRAVITACIONALS:

SIMULACIONS SENZILLES I EXEMPLES NUMÈRICS

Resum

Einstein va predir que una estrella situada en un primer pla podria magnificar la imatge d'una estrella del fons estel·lar. Però era escèptic respecte a que aquesta il·lusió pogués ser mai vista. Ho va considerar massa improbable com per a tenir un interès pràctic. No va ser fins 1979 que els astrònoms van veure realment l'evidència de les lents gravitacionals. L'estudi d'aquestes lents pot ser encara considerat com una ciència observacional jove.

Aquest treball presenta un conjunt d'activitats senzilles que permeten simular els efectes de les lents gravitacionals i alguns exemples numèrics amb dades reals.

Com actuen les lents gravitacionals

La llum segueix el camí més curt possible entre dos punts. Però si hi ha una massa present, l'espai pren curvatura, i aleshores el camí més curt possible és una corba com es pot veure a les figures 1a i 1b. Aquesta idea no és difícil per als estudiants. Realment podem mostrar-los-ho sobre un globus terrestre. Evidentment ells poden entendre que sobre la superfície de la Terra les distàncies entre dos punts són sempre una corba.



Figures 1: Si l'espai pren curvatura, el camí més curt entre dos punts és una corba

En general, podem imaginar les lents gravitacionals com una lent ordinària, però en aquest cas la desviació de la llum produïda per la massa substitueix el fenomen de la refracció de les lents. La diferència més important és que una lent convexa ordinària té un punt focal ben definit i una lent gravitacional no.

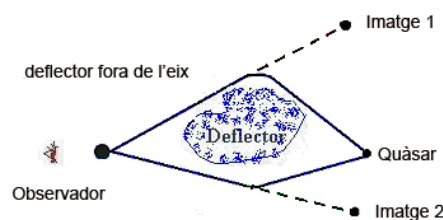
- **Per una lent convexa ordinària**, la llum pròxima a les vores de la lent és més desviada que la llum pròxima a l'eix òptic. Així la lent enfoca els rajos paral·lels a un punt: el focus (figura 2a).
- **Per una lent gravitacional**, la llum pròxima a les vores es desvia menys que la llum propera al centre. Aleshores la lent enfoca la llum en una línia pròxima a un punt (figura 2b). Aquest fet introdueix diverses distorsions a les imatges que tot seguit es mostren.



Figures 2a y 2b. Les lents convexes convencionals enfocuen el rajos paral·lels de llum cap a un punt: el focus. Les lents gravitacionals enfocuen la llum cap a una línia en comptes de cap a un punt.

Essencialment les lents gravitacionals produeixen una curvatura en els rajos de llum. En conseqüència els objectes semblen estar en un lloc diferent i apareixen magnificats. Com que no són lents perfectes, perquè no tenen un focus puntual, les imatges que produeixen estan deformades. Poden generar arcs brillants o imatges múltiples d'un objecte. A continuació es classifiquen alguns d'aquests fenòmens.

- **Canvi de posició.** La desviació dona lloc a una aparent localització de l'estel, galàxia o quàsar en el cel. (figura 3)



Figures 3. Les lents gravitacionals canvien la situació aparent de l'estel, galàxia o quàsar.

- **Magnificació.** Per a una lent normal, la desviació i l'enfocament dels rajos de llum afecta la brillantor aparent de la estrella o del quàsar del fons del cel. Alguns observadors han mesurat ampliacions de més de 100 vegades. Realment el deflector actua com una lent normal.

- **Deformació.** Si la llum del cos desviat és un cúmul o un altre objecte no puntual, les imatges obtingudes són un conjunt dels arcs brillants que semblen quasicercles amb més o menys el mateix centre. Si el sistema de lent és perfectament simètric, els rajos convergeixen i la imatge resultant és un anell (figura 4). Si la llum del cos desviat és una estrella o una font puntual, les imatges obtingudes romanen com punts.

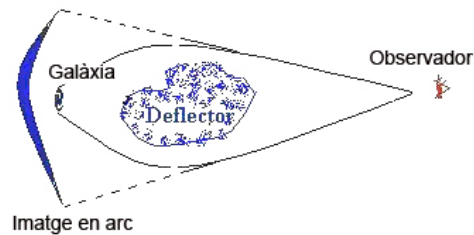


Figura 4: Si el cos desviat és un objecte extens, les imatges obtingudes són un conjunt d'arcs brillants que semblen quasicercles amb més o menys el mateix centre. Si el sistema de lent és perfectament simètric, els rajos convergeixen i la imatge resultant és un anell.

- **Multiplicació.** Quan les lents gravitacionals no són perfectes, les més fortes poden produir imatges múltiples. (figura 5).



Figura 5. Com que les lents gravitacionals no són perfectes, les més fortes poden produir imatges múltiples.

Alguns d'aquests efectes poden repetir-se amb una simulació. A tall d'exemple incloem algunes direccions web a les referències finals.

Alguns exemples d'observació

- **Quàsars Múltiples.** Al 1979 Walsh va descobrir el doble quàsar Q0957+561, una doble parella de quàsars gairebé idèntics un aprop de l'altre en el cel. Era pràcticament impossible que fos una coincidència. Actualment, encara es fan aquestes classes de descobriments i ells són la prova clara de la existència de lents gravitacionals. Inclús, hi ha alguns quàsars que mostren quatre imatges i la original (foto 6a).



Figures 6a Quàsar Múltiple, b Anell d' Einstein, c Arcs Il·luminosos gegants

- **Anells d'Einstein.** Quan la galàxia que actua de lent és esfèricament simètrica, es redistribueix la llum d'un quàsar o una galàxia del fons en un cercle complet. El diàmetre de l'anell és proporcional a l'arrel quadrada de la massa del deflector. Aquest és un nou mètode possible per determinar la massa de la galàxia que actua de lent. En el cas de la foto 6b, la alineació és tan precisa que la galàxia llunyana es distorsiona en un anell gegant gairebé perfecte al voltant de la galàxia pròxima, una formació coneguda com un anell d'Einstein. El pic brillant al centre de l'ull de bou és la galàxia més propera (foto 6b)
- **Arcs Il·luminosos gegants.** Si la lent no és una galàxia sinó un grup sencer de galàxies, la imatge pot ser un calidoscopi d'arcs i fragments d'arcs totalment distorsionats. El grup és tan massiu i tan compacte que corba i enfoca la llum de les galàxies que hi ha al darrere. Com a resultat, múltiples imatges d'aquestes galàxies de fons es distorsionen en segments d'arcs dèbils. Basant-se en aquestes imatges, els astrònoms procuren reconstruir la distribució massiva dins del cúmul. Els resultats impliquen que els cúmuls estan dominats per matèria fosca no detectada (foto 6c).

Activitats

Activitat 1. Simulació de la curvatura de l'espai amb un tros de tela

És molt senzill simular la curvatura de l'espai determinada per un forat negre utilitzant un tros de teixit i col·locant una pilota pesada en el centre.

Si llancem una pilota més lleugera, la seva trajectòria seguirà una corba en l'espai simulant la trajectòria del raig de llum que no segueix una línia recta sinó que segueix una corba (figura 7). El grau d'aquesta desviació depèn de quan a prop passi el raig de llum del cos central i de quan massiu sigui aquest. El angle de desviació és directament proporcional a la massa i inversament proporcional a la distància com es deduirà a l'apartat titulat "aproximació geomètrica"

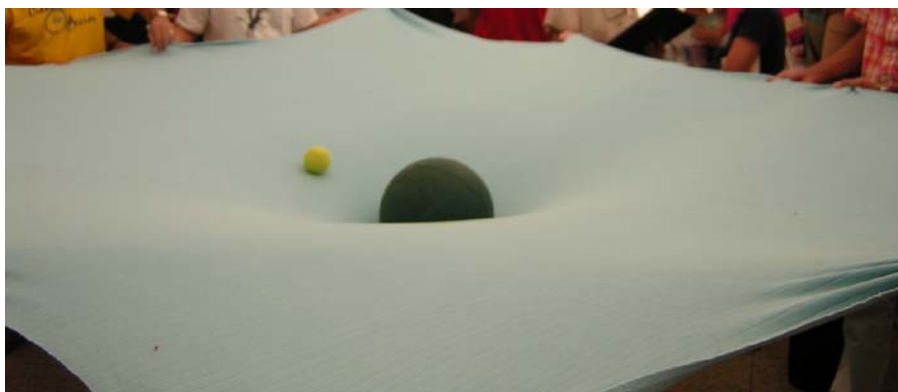


Figura 7. La trajectòria no és en línia recta sinó que segueix sent una corba.

Activitat 2. Simulació de la lent gravitacional amb una copa de vi.

Podem simular una lent gravitacional utilitzant una copa de vi. És clar que una copa de vi no és una lent gravitacional, però és el model senzill que permet "mostrar com la matèria" pot introduir deformacions en les imatges observades.

És fàcil comprovar que aquesta simulació dóna lloc a la "deformació de l'espai". N'hi ha prou amb situar la copa sobre "paper mil·limetrat" i observar a través de vi blanc (o algun suc grogós), podem veure aquesta deformació (figura 8a).

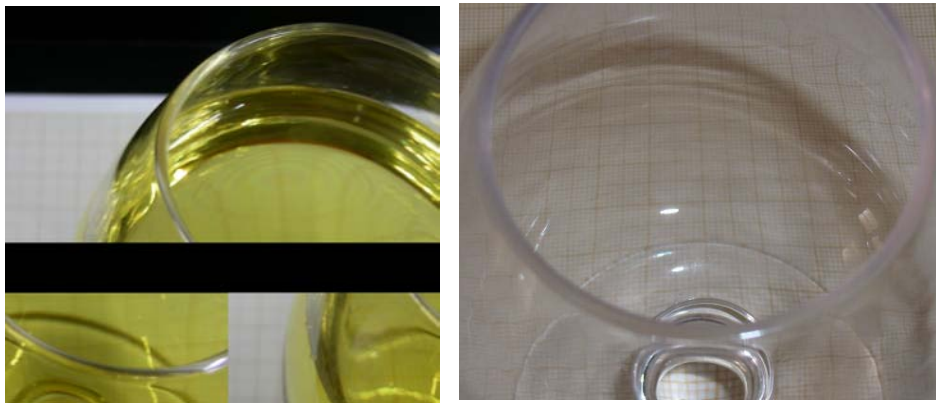


Figura 8. Si posem la copa sobre “paper mil·limetrat” i observem a través del vi, podem veure aquesta deformació. No s’observa deformació si la copa col·locada sobre el paper mil·limetrat és buida.

Vegem ara com fer una simulació de l’anell d’Einstein o de la multiplicitat d’imatges. És suficient agafar una llanterna que produeix “un raig de llum”. Situant la llanterna a l’altre costat de la copa de vi negre per a que el raig de la llum passi a través d’ella.

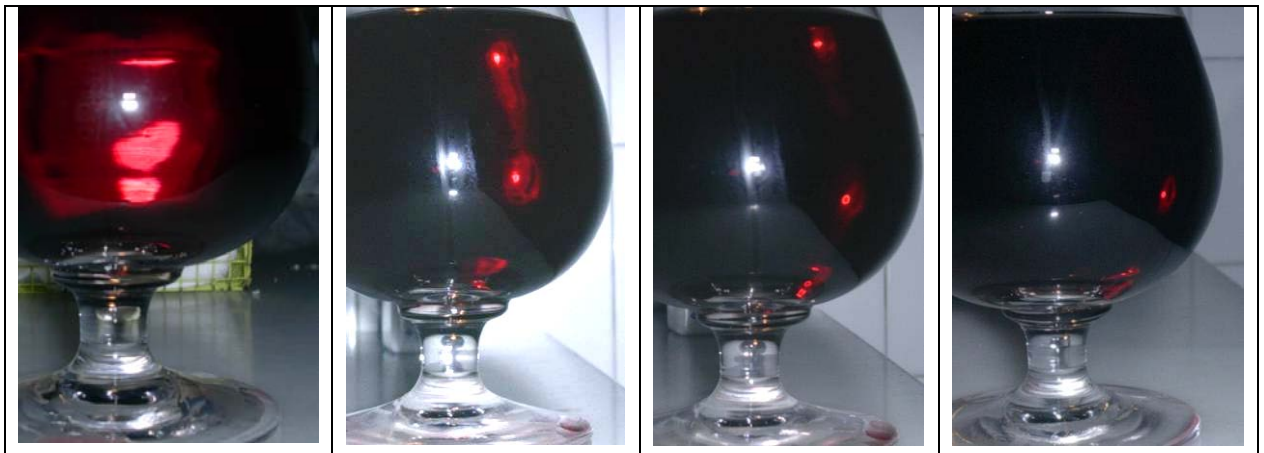


Figura 9: La llum de la llanterna està deformada prenent una “forma amorfa”, un arc entre els punts brillants vermells, 4 o 5 punts vermells brillants o només un punt.

Si observem la llum, podem veure-la i moure-la de dreta a esquerra i de dalt a baix. Observem que la llum produeix imatges repetides i en alguns casos alguns arcs. Això és a conseqüència de que la copa actua com una lent que “deforma” l’espai. En particular podem observar de vegades una “forma amorfa rara”, o un punt vermell brillant, quatre punts vermells o un arc entre els punts vermells (figures 9).

Activitat 3. Simulació d'una lent gravitacional amb un peu de copa.

Podem simular la lent mirant a través del “peu d'una copa”. Aquest és un objecte fàcil d'aconseguir, n'hi ha prou amb tallar el peu d'una copa. Si posem “el peu de copa” a sobre “d'un paper mil·limetrat” i observem a través d'ell, podem veure aquesta deformació (figura 10).

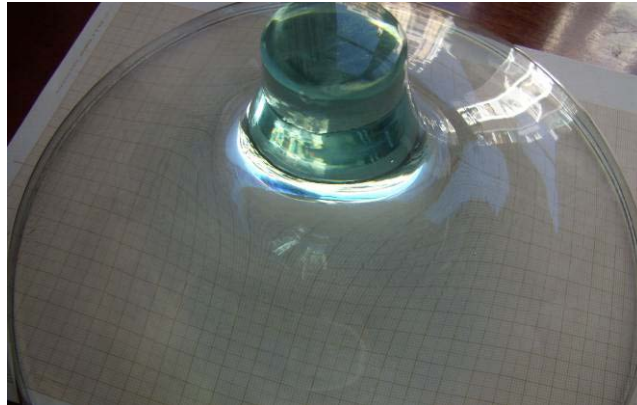


Figura 10. El “peu de copa” a sobre d'un full de paper mil·limetrat mostra la deformació.

Movent lentament de dreta a esquerra el “peu de la copa” per sobre d'un objecte anirem reproduint els diferents objectes reals observats.



Figures 11. El “peu de copa” és un simulador de diversos objectes: segments d'arc, imatges de punts i anells d'Einstein.

Desenvolupament geomètric

Angle de desviament segons la teoria de Newton

Considerem un fotó que passa prop del deflector de massa M i sigui v_p la component perpendicular (a la trajectòria original) de la velocitat del fotó (v_p no és la velocitat total del fotó). Assumim que la massa del fotó és $m = 1$, aleshores la força és igual a l'acceleració.

$$f = \frac{dv_p}{dt}$$

Segons la teoria de Newton, amb $m = 1$, la component de la força perpendicular a la trajectòria del fotó serà, d'acord amb la figura 2a:

$$f = \frac{GM}{r^2} \sin \theta$$

Igualant les dos relacions,

$$\frac{dv_p}{dt} = \frac{GM}{r^2} \sin \theta$$

Si introduïm

$$r = \sqrt{x^2 + a^2} \quad \text{y} \quad \sin \theta = \frac{a}{r}$$

per la geometria de la figura 2^a, obtenim

$$dv_p = GM \frac{a}{(x^2 + a^2)^{3/2}} dt$$

Com que la desviació del fotó és petita, es té $v_p \ll c$, i com que $c = dx/dt$ i la integral verifica,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (x^2 + a^2)^{-3/2} dx = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \theta d\theta = \frac{2}{a^2}$$

Després de substituir i integrar, tenim,

$$v_p = \frac{2GM}{ac}$$

I obtenim "l'angle α de desviament", segons Newton, $\alpha = v/c$

$$\alpha = \frac{2GM}{ac^2}$$

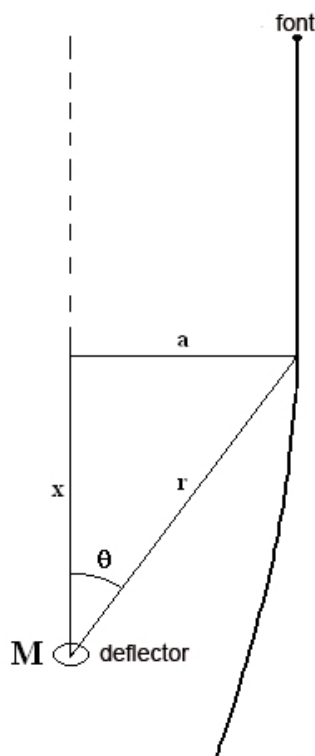


Figura 12a. Trajectòria del fotó proper al deflector.

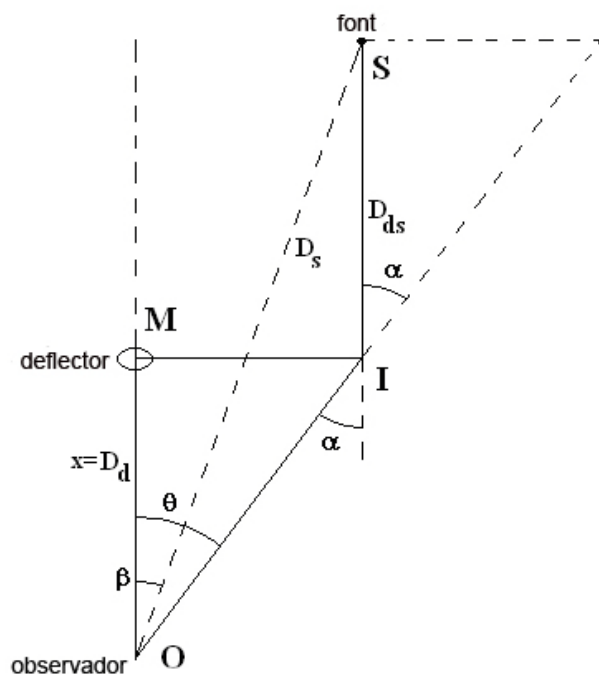


Figura 12b. Geometria del raig de llum.

Angle de desviament segons la teoria d'Einstein

En el cas relativista, la gravetat actua sobre la component espacial i també sobre la component temporal, i l'angle de desviament és el doble que en el cas clàssic. Aleshores, l'angle de desviament a la teoria de la relativitat és:

$$\alpha = \frac{4GM}{ac^2}$$

L'angle de desviament és directament proporcional a la massa del deflector.

- Angle de desviament característic α_0 i la posició θ de la lent**

A la figura 2b, del triangle OSI es dedueix,

$$\frac{\sin(180-\alpha)}{D_s} = \frac{\sin(\theta-\beta)}{D_{ds}}$$

Es verifica

$$\sin(180-\alpha) = \sin \alpha$$

i per a angles petits, aproximem el sinus al seu angle, així deduïm

$$\beta = \theta - \frac{D_{ds}}{D_s} \alpha$$

Per la geometria del problema, $\tan \theta = a/D_d$, i tenint en compte que θ és molt petit, $\theta \approx \tan \theta$, i substituint $a=D_d \theta$ a la relació anterior i a l'expressió calculada per a α prèviament s'obté

$$\beta = \theta - \frac{4GM}{c^2} \frac{D_{ds}}{D_s D_d} \frac{1}{\theta}$$

Finalment introduint "l'angle característic de desviament" α_0 com un valor que només depèn de la massa el deflector i de les distàncies a la font i al deflector,

$$\alpha_0 = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{ds}}{D_s D_d}}$$

On deduïm,

$$\theta = \frac{1}{2} \left(\beta \pm \sqrt{4\alpha_0^2 + \beta^2} \right)$$

Així doncs, per a cada β hi ha més d'un θ . Resumint, θ dona la posició de la lent depenent de la posició real de la font β y α_0 .

- **Radi d' Einstein**

Per al cas especial en el que la Font S estigui darrera de la lent o deflector ($\beta = 0$ a la figura 2b), degut a la simetria, es forma un anell el radi del qual és anomenat "Radio d'Einstein θ_E ".

$$\theta_E = \alpha_0 = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{ds}}{D_s D_d}}$$

En el cas que la Font S i la massa del deflector M estiguin en línia, $\beta = 0$, podem observar arcs circulars al voltant de la massa del deflector. És possible mesurar el radi d'aquest cercle i si les distàncies són conegudes es possible calcular la massa.

Exemples Numèrics

Exemple 1. Repetint el càlcul de l'eclipsi solar de 1919

Segons la teoria newtoniana de la gravetat, la força d'atracció del Sol podria doblegar els rajos de llum de les estrelles llunyanes i aquesta desviació hauria de ser de 0.875 segons d'arc. Segons la teoria de la relativitat aquesta desviació és el doble. Arthur Eddington va mesurar aquest efecte amb 1,75 segons d'arc i va confirmar la predicció d'Einstein durant l'eclipsi solar de maig del 1919 (figura 13).

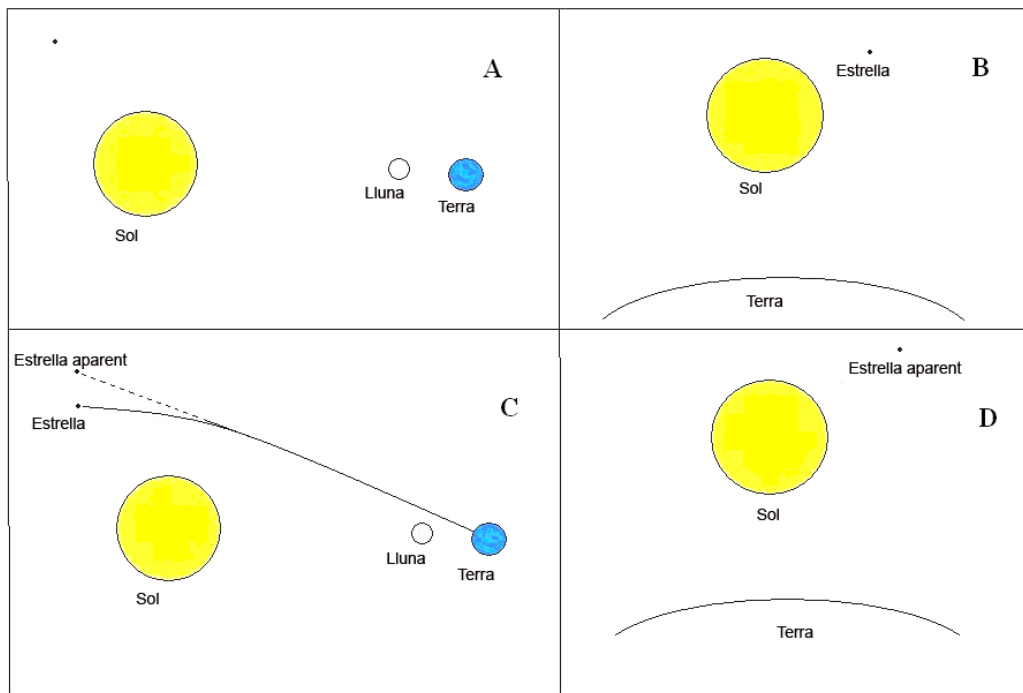


Figura 13: A la figura A es mostra una vista lateral de l'eclipsi solar. A la B apareix una vista frontal des de la Terra amb una estrella a la dreta del Sol. Si es té en compte la predicció d'Einstein a la vista lateral (figura C) l'estel sembla estar més lluny del Sol que en la seva posició real. Per al observador des de la Terra (figura D) l'estrella sembla estar aparentment més allunyada del Sol que en la seva posició real (figura B).

Calculeu els dos valors de l'angle de desviació (segons Newton i Einstein) utilitzant la Constant de Gravitació Universal $G=6.67 \cdot 10^{-11}$ en el sistema MKS, la velocitat de la llum és $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, la massa solar $M_S = 1.9891 \cdot 10^{30}$ kg i el radi solar $R_S = 698000$ km.

Resultats segons Newton: $\alpha = 0.004224 \times 10^{-3}$ radians $\times 2 \times 10^5$ segons d'arc = 0.84 segons d'arc (utilitzant que 1 radian = 2×10^5 segons d'arc)

Resultats segons Einstein: $\alpha = 0.008448 \times 10^{-3}$ radians $\times 2 \times 10^5$ segons d'arc = 1.68 segons d'arc (utilitzant que 1 radian = 2×10^5 segons d'arc)

Exemple 2. Primer planeta extrasolar detectat per "microlensing"

Per un període de proa d'una setmana (del 17 al 21 de juliol del 2003) la corba de llum de l'objecte "OGLE 2003-BLG-235/MOA 2003-BLG-53" va sofrir una alteració que va motivar que semblés que corresponia a un sistema doble amb una component de només 0,4% de la massa del component més pesat, lo que implicava que la component més lleugera hauria de ser un planeta (figura 4). El 15 d'abril del 2004 dos equips diferents i per separat (els equips OGLE i MOA) van anunciar el descobriment d'un planeta fora del nostre sistema solar situat a 17000 anys llum. L'estrella de fons estava a 24000 anys llum. La massa de l'estrella era $0.36 M_S$ i el radi d'Einstein era de proa de mig miliarcsegon. (El planeta descobert era d'unes 1,5 vegades la massa de Júpiter i presumiblement de tipus gasós. Donant voltes a l'estrella a 3 au, recordem que Júpiter està a 5,2 au del Sol).

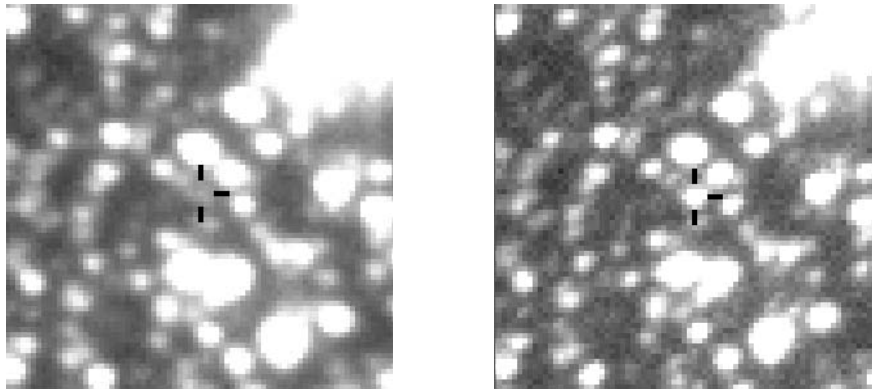


Figura 14. Canvis de brillantor en una estrella produïts per una estrella invisible amb el seu invisible planeta extrapolat OGLE 2003-BLG-235/MOA 2003-BLG-53 (sense augmentar (esquerra), augmentat (dreta)).

Calculeu el radi d'Einstein θ_E utilitzant $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, $M = 0.36 M_S$, $D_d = 17000$ a.l. y $D_s = 24000$ a.l. En el cas de microlensing, assumim que a és molt petit si comparem amb les distàncies D_{ds} , D_d , D_s i suposem que a la pràctica, $D_s = D_d + D_{ds}$. Finalment verifiquem que el obtingut és de l'ordre de mig miliarcsegon.

$$\text{Aleshores, } D_{ds} = D_s - D_d = 22704 \cdot 10^{16} - 16084 \cdot 10^{16} = 6620 \cdot 10^{16} \text{ m}$$

I el radi d'Einstein $\theta_E = 0.2 \cdot 10^{-8}$. Si tenim en compte que $1 \text{ radian} = 2 \cdot 10^5 \theta_E = 0'' \cdot 4 \cdot 10^{-3}$ segons d'arc. És a dir mig miliarcsegon.

Les lents gravitacionals proporcionen un instrument molt útil amb el que estudiar l'Univers. Com a "balança", ens proporciona una mitja de la massa del cos que actua de lent, i com a "cristall d'augment", ens permet veure detalls en objectes que d'una altra manera estarien més enllà de l'abast dels telescopis actuals.

Material adicional

- R.M. Ros, Experiments and exercises involving gravitational lenses, *Proceedings 1st ESO-EAAE Astronomy Summer School*, Barcelona 2007
- R.M. Ros, Gravitational Lenses in the classroom, *Physics Education*, 43, Bristol, 2008
- R.M. Ros, What kind of astronomy should be taught at the beginning of the 21st century? *Proceedings of IAU 1st MEARIM Congress*, Cairo, 2008 (in press)
- Simulació d'anells d'Einstein per a galàxies simètriques esfèriques. Semblant a l'objecte real "A Bulls-Eye Einstein Ring".
<http://www-ra.phys.utas.edu.au/~jlovell/simlens>
- Simulació de lents gravitacionals amb M33
<http://leo.astronomy.cz/grlens/grl0.html> M33
- Simulació de la Creu d'Einstein. Semblant a la Creu d'Einstein (Q 2237+0305).
<http://www.iam.ubc.ca/%7Enewbury/lenses/lensdemo/demo.ht>.