

# **Estudio del magnetismo en el fondo cósmico de microondas**

**Beatrix Ruiz Granados**

Memoria presentada para optar al grado de

**Doctor en Ciencias Físicas**



**Departamento de Física Teórica y del Cosmos  
Universidad de Granada**

Granada, 14 de Diciembre de 2009



*A mis padres y a mi hermano;  
a Eva*

“Ya para entonces me había dado cuenta de que buscar era mi sino, emblema de los que salen de noche sin propósito fijo, razón de los matadores de brújulas.”

“*Rayuela*”, Julio Cortázar

Esta tesis ha sido dirigida por Eduardo Battaner López y José Alberto Rubiño Martín (Instituto de Astrofísica de Canarias) y ha sido realizada gracias al programa de Formación de Personal Investigador del Ministerio de Educación y Ciencia asociado al proyecto de investigación ESP2004-06870-C02-02.

## Agradecimientos

Este es el mejor momento de la tesis, merece la pena escribirla tan sólo para llegar a esta página final que siempre va al principio. Es difícil pasar revista de todo el tiempo transcurrido hasta llegar a este punto, pero lo voy a intentar. Mi pasión por la física es culpa de mi padre, quien desde pequeña sembró en mí la curiosidad por la electricidad (por ser él electricista) y por la Naturaleza en general. Uno de los primeros recuerdos “científicos” es en la habitación de la azotea del piso conectando unos cables con otros a una pila de petaca y una bombilla... y algún calambre, por introducir los cables donde no debía. Mis padres han sido fundamentales en todo esto, por la oportunidad que me ofrecieron para realizar mi sueño de estudiar Física - a pesar de que los deseos paternos se inclinaban hacia la arquitectura, por ejemplo - y por haber estado siempre alimentando mis inquietudes científicas con aquel “quimicefa”, el microscopio, mi primer telescopio, o los cientos de excursiones en busca de fósiles y minerales. Aunque no me lo digan, sé que se sienten muy orgullosos, y yo también de ellos. Siempre están ahí para mí. Gracias por todo. De mi pasión por la astrofísica tiene parte de culpa el librero de mi pueblo, Pipo. He crecido en su librería, la cual ha sido germen de mis grandes aficiones y ventana a un mundo difícilmente accesible desde un pueblo. Volviendo un día del colegio, compré un libro pequeñito que me guió por el cielo que se veía desde casa durante noches y noches. Por su culpa me aficioné al Universo a los 12 años y dejé el “quimicefa”. Fue en la librería donde conocí a un tal Einstein. Leí su libro sobre la teoría de la relatividad a una muy temprana edad sin enterarme, por supuesto, de nada. Comprender aquello fue un reto en mi vida. Pero si hubo un punto de inflexión fue el marcado por un libro llamado “Física de las noches estrelladas” de un tal Eduardo Battaner que cayó en mis manos en COU. Ese libro me abrió una puerta impensable un par de años después. Estaba en Córdoba estudiando la licenciatura y Jose y yo, tras devorar los libros de Eduardo y otros tantos, comenzamos a escribirle correos. Recuerdo haber hecho algún viaje que otro desde Córdoba hasta Granada, tan sólo para preguntarle mil cosas a Eduardo o para asistir a alguna charla suya. Aún guardo esos mensajes que intercambiábamos, nos llamaba sus alumnos “ideales”. Aquellos libros, aquellos correos y aquellas conversaciones hicieron que nos viniésemos a terminar la carrera a Granada, tan sólo por cursar unas pocas asignaturas de Astrofísica. Y mereció la pena; tanto, que aquí estoy. Eduardo es el responsable en gran medida de que, hasta día de hoy, mi vida haya girado en torno a la Astrofísica. Sin duda, y lo sé a ciencia cierta, Eduardo ha sido el impulsor de muchas vocaciones - no sólo de la mía - gracias a esa peculiar forma que tiene de enseñar, “divulgar” y entusiasmar. Es único y especial, y eso lo sabemos todos los que tenemos la suerte de conocerlo. Gracias por la oportunidad brindada y por todo lo que me has aportado -que no ha sido poco-. Gracias mil, Eduardo. Especial mención también para mi co-director, Alberto. He aprendido mucho en todas y cada una de las estancias realizadas en

el IAC, aunque sea un poco tozuda, me has sido de gran ayuda y te lo agradezco mucho. No puedo olvidarme tampoco de mis comienzos, mi profesora de Química del instituto, Carmen Gómez, porque fue una excelente profesora. También de mis profesores de la licenciatura en Córdoba, especialmente de mi profesor de Álgebra, don Andrés Raya, él me hizo plantearme dejar la Física por las Matemáticas en algún momento; y de mi profesor de electromagnetismo don Vicente Colomer, que lamentablemente falleció hace unos años. Tengo que agradecer a mis compañeros del Grupus: Almu, Ana, Mónica, Ute, Jorge, Estrella; y especialmente a Isa, por todos esos cafelillos, conversaciones y ánimos. Y a la gente del IAC por su hospitalidad durante las estancias y su ayuda: Marco, Martín, Rosy... aunque algunos ya no estén allí. También agradecer la paciencia de mis amigos, los de toda la vida: Emili, Noemí, David y Elena. Pero sobre todo la de Emili, que siempre está ahí y que espera ansiosamente que termine esta tesis para quedar conmigo y echar unas risas. También agradecer a Carmen (*la de Pipo*) por hacerme pasar buenos momentos de charla en la librería. También a los colegas de Granada, que cuando los vea les tendré que preguntar por la salud y los chiquillos: Olga, Ana, Rocío y Jose (capitán). Agradecer también a la señora María por haberme alimentado tan bien en Galicia mientras ponía en orden todo el trabajo y empezaba escribir la tesis. Un especial agradecimiento es para mi primi, Carmen. Granada sin ella hubiera sido distinta, las noches de charla, las lecturas de poemas, la música, los cafés y sobre todo los paseos en busca de tesoros o de rinconcitos en esta ciudad fantástica. Muchas gracias primi, por haber estado del lado de allá y sacarme un poco del magnetismo... espero que estés disfrutando de Roma! Y por supuesto agradecer el apoyo de mi chiqui, que aunque no entiende lo que hace su hermana, supongo que en cierta forma lo aprecia. El arte y la ciencia son igualmente apasionantes, seguro que compartes esa opinión... pero cada cual a lo suyo, cuidao. Estoy ya en el final. Suena Guadi Galego. Por encima de todo, mi mayor agradecimiento es para mi “duende del sur”, por ser parte de este *Universo* y llenarlo de magia. Por soñar conmigo, por caminar a mi lado, por poner la banda sonora en vinilo a los días, por bailar mientras escribía las últimas páginas de este trabajo, por entusiasmarme, por sorprenderme, por hacerme feliz, por regalarme mil sonrisas y todo su tiempo y paciencia, por estar a mi lado siempre. Aquí está todo el tiempo que no he estado contigo... “quixiera mirarte, poder respirar, la vida es un regalo que ti me vas a dar...” Eres lo mejor de esta tesis, *beibi*.

En Granada a 9 de Noviembre de 2009.

## Resumen

Esta tesis está dedicada al estudio del magnetismo en varios contextos astrofísicos: la Vía Láctea y el fondo cósmico de microondas. Un conocimiento detallado del campo magnético galáctico nos permitirá restringir zonas en el fondo cósmico de microondas con el fin de detectar el magnetismo primordial.

En primer lugar se ha abordado la influencia del campo magnético primordial en la formación de estructura a gran escala del Universo. Para ello se han planteado las ecuaciones de transporte radiativo para un fluido compuesto por fotones, barios, neutrinos, partículas de materia oscura fría, energía oscura y campo magnético con el fin de obtener la evolución de las perturbaciones de densidad en presencia de dicho campo magnético. Las épocas para las que se han obtenido dichas ecuaciones son la era de dominación de la radiación y el momento inmediatamente anterior al desacoplamiento de materia y radiación. Se concluye que la presencia de un campo magnético da lugar a perturbaciones de densidad, produciendo tubos de flujo magnético en la era radiativa capaces de sobrevivir hasta la época del desacoplamiento y dejar su huella en la radiación cósmica de fondo. Se muestra que dichos filamentos radiativos afectan de forma significativa la época de reionización del Universo, anticipándola hasta  $z \sim 13,7$ .

La observación directa del magnetismo primordial mediante rotación de Faraday es uno de los objetivos perseguidos con el satélite PLANCK. Dicha detección depende altamente del conocimiento que tenemos del campo magnético de nuestra galaxia dado que la radiación sincrotrón que produce, contamina zonas en las que es posible su observación. Con esta finalidad se ha realizado un estudio detallado de la componente regular del campo magnético de nuestra galaxia utilizando los datos de quinto año de polarización a 22 GHz del satélite WMAP (NASA). Esto nos ha permitido obtener los mapas de emisión polarizada debida a dicho campo enmascarando zonas como el disco y el centro galáctico así como las regiones conocidas como “spurs” que pueden distorsionar la señal del magnetismo primordial. En estos mapas se muestran las regiones óptimas para la detección directa de la rotación de Faraday inducida por un campo magnético primordial.

Para determinar el modelo de campo magnético que mejor describe estos datos de polarización se ha realizado un estudio sistemático involucrando varios modelos de campo magnético propuestos en la bibliografía como son: el modelo axisimétrico (con y sin dependencia radial de la intensidad de campo), bisimétrico (con y sin dependencia radial de la intensidad de campo), brazos espirales logarítmicos, anillo circular concéntrico con reversos y el bitoroidal. Para cada modelo, se ha realizado una exploración del espacio de parámetros en la malla que define dichos parámetros en cada caso. El número de modelos obtenidos ha sido superior a un millón.

Para la selección del modelo se ha utilizado una aproximación bayesiana. Para cada modelo, se han obtenido las distribuciones “a posteriori”, marginalizando sobre los parámetros restantes con el fin de obtener la función de distribución de probabilidad marginal de cada parámetro. Se han considerado distintas máscaras para restringir las distintas componentes del campo: la contenida en el disco, la contenida en el halo y la global (disco + halo). El principal resultado es que todos los modelos axisimétricos producen un buen ajuste de los datos de polarización; siendo el modelo axisimétrico con dependencia radial de la intensidad de campo, con un ángulo de inclinación de  $p = (24,4 \pm 0,6)^\circ$  y un ángulo de elevación  $\chi_0 = (34,0_{1,0}^{+0,9})^\circ$  el que presenta un mejor ajuste para el caso de la componente global. En general todos los modelos analizados dan resultados razonables con lo que no son deseables, a excepción del modelo bitoroidal, que proporciona una descripción razonable de la componente del halo magnético.

Se ha obtenido además, la influencia del modelo de campo magnético deducido sobre la curva de rotación con el fin de cuantificar los efectos del magnetismo sobre la dinámica. Para ello, se ha resuelto la ecuación de movimiento de la magnetohidrodinámica, considerando que nuestra galaxia está constituida por un bulbo, un disco exponencial -estelar y gaseoso- y un halo de materia oscura. Para el halo se han supuesto tres modelos distintos: perfil de densidad isotermo, perfil de densidad Navarro-Frenk-White y perfil de densidad descrito por la solución politrópica de índice  $\mu \sim 3,2$  del sistema de ecuaciones de Boltzmann-Poisson sin colisiones. Se ha incluido el campo magnético como un componente del medio interestelar que afecta al gas presente en el disco. El magnetismo hace que aparezca una fuerza radial en el gas. La resolución de la ecuación de movimiento no permite obtener la velocidad circular de cada componente, así como la velocidad circular asociada a la fuerza magnética. Con dichas velocidades y mediante la suma cuadrática de las mismas, se ha obtenido la curva de rotación. Esto se ha realizado para cada modelo de halo de materia oscura, el cual viene caracterizado por dos parámetros libres y para el modelo de campo magnético galáctico que también está caracterizado por dos parámetros ajustables. La comparación mediante una estadística  $\chi^2$  con las observaciones nos ha permitido obtener los valores de los parámetros. El resultado principal es que el magnetismo galáctico tendría unos efectos apreciables a partir distancias galactocéntricas mayores de 15 kpc, siendo dominante en las partes más externas ( $> 20 - 25$  kpc). Otro resultado relevante, ha sido que la descripción del halo mediante la solución politrópica de índice  $\mu \sim 3,2$  requiere una menor densidad central de materia oscura y nos proporciona una correcta descripción de los datos. Para los casos en que se ha considerado magnetismo y halo de materia oscura, el mejor ajuste lo proporciona el polítropo de masa total  $M_{total} = 3,5 \times 10^{11} M_\odot$  y densidad central  $\rho_0 = 10^{-5} M_\odot pc^{-3}$  y el modelo de campo magnético axisimétrico con  $B_1 \geq 6\mu G$  y  $r_1 \geq 20$  kpc.



# Índice general

Autorización . . . . .	V
Agradecimientos . . . . .	VI
Resumen . . . . .	VIII
Lista de Figuras . . . . .	XVII
Lista de Tablas . . . . .	XXV
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Marco cosmológico . . . . .	1
1.1.1. El modelo cosmológico estándar. Historia térmica del Universo	2
1.1.2. Teoría de perturbaciones cosmológicas: Crecimiento de estructura en el Universo	3
1.2. El fondo cósmico de microondas . . . . .	5
1.3. Emisión galáctica . . . . .	9
1.4. El campo magnético en el Universo . . . . .	10
1.5. Mecanismos de generación de campo magnético primordial . . . . .	11
1.5.1. Mecanismos de generación post-recombinacionales . . . . .	12
1.5.2. Mecanismos de generación primordiales . . . . .	14
1.6. El campo magnético galáctico . . . . .	16
1.7. Métodos de detección de campo magnético . . . . .	19
1.8. Cartografiados en longitud de onda centimétrica . . . . .	22
1.9. Objetivos científicos de esta tesis . . . . .	24
<b>2. Influencia del campo magnético en la formación de estructura del Universo.</b>	<b>27</b>
2.1. Introducción . . . . .	27

2.2.	Consideraciones generales . . . . .	29
2.2.1.	Perturbaciones de la métrica . . . . .	30
2.2.2.	Tratamiento relativista del campo magnético . . . . .	32
2.3.	Tensor energía-momento. Perturbaciones. Tensor energía-momento perturbado . . . . .	34
2.3.1.	Magnitudes perturbadas . . . . .	39
2.3.2.	Tensor energía-momento perturbado . . . . .	40
2.4.	Ecuaciones perturbadas de Maxwell, de conservación de movimiento-energía y de Einstein. . . . .	43
2.4.1.	Ecuaciones de Maxwell . . . . .	43
2.4.2.	Ecuación de conservación de energía y movimiento. . . . .	45
2.4.3.	Ecuaciones de campo de Einstein . . . . .	46
2.5.	Sistema de ecuaciones perturbadas en presencia de un campo magnético	48
2.5.1.	Sistema de ecuaciones perturbadas para la era de la radiación	49
2.5.2.	Sistema de ecuaciones perturbadas para la época inmediatamente anterior al desacoplamiento . . . . .	50
2.6.	Ecuaciones finales de evolución de las perturbaciones en densidad de las distintas componentes en presencia de un campo magnético. Aproximaciones y solución . . . . .	52
2.6.1.	Sistema de ecuaciones perturbadas para la era de la radiación	53
2.6.2.	Sistema de ecuaciones perturbadas para la época inmediatamente anterior al desacoplamiento . . . . .	54
2.6.3.	Aproximaciones y ecuación final para la era de dominación de la radiación . . . . .	57
2.6.4.	Solución simplificada para el caso de un gran filamento de flujo magnético . . . . .	58
2.6.5.	El Universo Magnético . . . . .	59
2.7.	Influencia del campo magnético en la reionización del Universo . . . .	60
2.8.	Ecuaciones en el espacio de Fourier. Ecuaciones en el “gauge” conforme.	64
2.8.1.	Transformación al espacio de Fourier. Ecuaciones en el “gauge” síncrono y conforme . . . . .	64
2.9.	Conclusiones . . . . .	71

<b>3. Determinación del campo magnético galáctico utilizando los datos de polarización a 22 GHz de WMAP</b>	<b>73</b>
3.1. Introducción . . . . .	73
3.2. Modelo de densidad de electrones cósmicos relativistas . . . . .	78
3.3. Modelos de Campo Magnético Galáctico . . . . .	78
3.3.1. Modelo Axisimétrico . . . . .	79
3.3.2. Modelo Bisimétrico . . . . .	83
3.3.3. Modelo de Anillo Circular Concéntrico . . . . .	83
3.3.4. Modelo Bi-Toroidal . . . . .	84
3.3.5. Modelos de brazos espirales logarítmicos . . . . .	85
3.4. Descripción y análisis de los datos de polarización a 22 GHz de WMAP	87
3.4.1. Mapas de ruido . . . . .	88
3.5. Obtención de la emisión sincrotrón polarizada para un modelo de GMF	91
3.6. Exploración del espacio de parámetros . . . . .	94
3.7. Selección del modelo y estimación de los parámetros para cada modelo de GMF . . . . .	95
3.7.1. Función verosimilitud . . . . .	95
3.7.2. Distribuciones “a priori” . . . . .	97
3.7.3. Máscaras . . . . .	98
3.8. Resultados y discusión . . . . .	99
3.8.1. Resultados para el caso de la máscara 5: ajuste del campo global (disco + halo) . . . . .	108
3.8.2. Resultados para el caso de la máscara 6: ajuste de la componente del halo . . . . .	116
3.8.3. Resultados para el caso de las máscaras 9: ajuste de la componente del disco . . . . .	118
3.8.4. Comparación de los resultados con el análisis del ángulo de polarización . . . . .	119
3.9. Conclusiones . . . . .	120
<b>4. La materia oscura, el campo magnético galáctico y la curva de rotación</b>	<b>131</b>

4.1.	Introducción . . . . .	131
4.2.	Modelos de distribución de masa . . . . .	134
4.2.1.	Componentes visibles . . . . .	134
4.2.2.	Halo de materia oscura . . . . .	135
4.3.	Modelo de Campo Magnético Galáctico . . . . .	138
4.4.	La curva de rotación observacional de la Vía Láctea . . . . .	139
4.5.	Obtención de la velocidad circular teórica para las distintas componentes. . . . .	140
4.5.1.	Velocidad circular para las componentes visibles . . . . .	141
4.5.2.	Velocidad circular del halo de materia oscura . . . . .	142
4.5.3.	Velocidad circular asociada al modelo de campo magnético . .	146
4.6.	Obtención de la curva de rotación simulada . . . . .	151
4.7.	Exploración del espacio de parámetros . . . . .	152
4.7.1.	Selección del modelo . . . . .	153
4.8.	Resultados y discusión. . . . .	154
4.8.1.	Resultados obtenidos considerando componentes visibles y campo magnético . . . . .	158
4.8.2.	Resultados obtenidos considerando componentes visibles y halo descrito por la solución politrópica de índice $\mu \sim 3,2$ del sistema de Boltzmann-Poisson sin colisiones . . . . .	161
4.8.3.	Resultados obtenidos considerando componentes visibles y halo descrito por el perfil de densidad isotermo y NFW . . . .	162
4.8.4.	Resultados para las curvas de rotación que tienen en cuenta materia oscura y campo magnético . . . . .	162
4.9.	Conclusiones . . . . .	166
<b>5.</b>	<b>Trabajo preparatorio para la detección directa de campo magnético primordial con PLANCK</b>	<b>169</b>
5.1.	Introducción . . . . .	169
5.2.	Revisión de las restricciones y efectos del PMF sobre el CMB . . . .	171
5.2.1.	Efectos sobre el CMB de un PMF homogéneo . . . . .	171
5.2.2.	Efectos sobre el CMB de una distribución de PMF estocástica	172

5.3.	Restricción directa de la rotación de Faraday producida por campo magnético primordial . . . . .	175
5.3.1.	Medida de Rotación de Faraday debida a un PMF . . . . .	176
5.3.2.	Medida de rotación debida al campo magnético galáctico . . . . .	177
5.3.3.	Emisión galáctica polarizada . . . . .	179
5.4.	Conclusiones . . . . .	182
<b>6.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>185</b>



# Índice de figuras

1.1.	Representación esquemática de las diferentes etapas por las que ha atravesado el Universo desde su formación. Esta figura ha sido obtenida de <a href="http://physics.lakeheadu.ca/">http://physics.lakeheadu.ca/</a>	3
1.2.	Espectro angular de anisotropías obtenido por WMAP. Esta figura ha sido obtenida de <a href="http://lambda.gsfc.nasa.gov/products/wmap">http://lambda.gsfc.nasa.gov/products/wmap</a>	8
1.3.	Representación de la distribución de RM de 388 púlsares con $ b  < 8^\circ$ proyectado en el plano galáctico. El tamaño de los símbolos es proporcional a la raíz cuadrada de su medida de rotación estando entre 9 y 900 $rad/m^2$ . Círculos y cuadrados representan $RM < 0$ ; mientras que aspas y cruces representan $RM > 0$ . Las distancias a los púlsares se han establecido utilizando el modelo NE2001 (Cordes & Lazio 2002) para la distribución de electrones térmicos. La figura ha sido obtenida de Han et al. (2006)	17
1.4.	Ilustración esquemática de las dos técnicas de detección de magnetismo más utilizadas: emisión sincrotrón y rotación de Faraday. La figura ha sido obtenida de Wielebinski (2005)	21
1.5.	Cartografiado de todo el cielo en intensidad, a 408 MHz en coordenadas galácticas. Los datos son una combinación de los cartografiados obtenidos por los telescopios de Jodrell Bank MkI y MkIA, el telescopio de Effelsberg de 100 m y el de Parkes de 64 m. La resolución angular es $0,85^\circ$ . La figura ha sido obtenida de <a href="http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/foreground">http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/foreground</a> .	23
1.6.	Cartografiado de todo el cielo en intensidad polarizada, a 1.4 GHz en coordenadas galácticas. Los datos combinan observaciones del cielo del norte obtenidas con el telescopio de 26 m DRAO y el cartografiado realizado en el polo sur con el telescopio argentino de 30 m de Villa Elisa. La resolución angular es de $36'$ . La figura ha sido cortesía del Prof. Richard Wielebinski.	24

1.7. Cartografiado de todo el cielo en intensidad polarizada, a 22 GHz en coordenadas galácticas. Los datos proceden del satélite espacial WMAP. La resolución angular es de $7'$ . La figura ha sido obtenida de <a href="http://lambda.gsf.nasa.gov/products/wmap">http://lambda.gsf.nasa.gov/products/wmap</a>	25
2.1. Representación del cociente campo magnético-perturbación en densidad ( $x$ ) frente al corrimiento al rojo $z$ . Ambas cantidades son adimensionales.	63
2.2. Representación del cociente campo magnético-perturbación en densidad ( $x$ ) frente al corrimiento al tiempo $t$ . $x$ es adimensional. $t$ se expresa en años.	63
3.1. Patrón regular del GMF en el plano XY para: (a) ASS con $p = -7^\circ$ , $B_0 = 2\mu\text{G}$ (Vallee 1988)(panel superior); (b) BSS con $p = -8^\circ$ , $B_0 \sim 2\mu\text{G}$ (Han et al. 2006)(panel inferior). Los modelos están definidos en coordenadas galácticas.	81
3.2. Patrón regular del GMF en el plano XY para: (c) CCR con $w = 3,1\text{kpc}$ , $D_r = 0,65\text{kpc}$ , $B_0 = 1,3\mu\text{G}$ (Rand & Kulkarni 1989, ver)(panel superior); (d) LSA con $\psi_0 = 55^\circ$ , $\psi_1 = 0,9^\circ$ , $\chi_0 = 25^\circ$ (Page et al. 2007, ver) (panel inferior). Los modelos están definidos en coordenadas galácticas.	82
3.3. Patrón del modelo bi-toroidal a $z = 3\text{kpc}$ (panel superior) y $z = -3\text{kpc}$ (panel inferior) para los valores $r_1 = 0,23\text{ kpc}$ , $\sigma_1 = 0,01\text{ kpc}$ y $\sigma_2 = 0,7\text{ kpc}$ .	86
3.4. Mapas de los parámetros de Stokes observados, Q (panel superior) y U(inferior) a 22 GHz derivado de los datos obtenidos por WMAP5. Los mapas están degradados a $nside = 16$ para reproducir la estructura a gran escala. Las unidades en ambos mapas son mK. Q y U están definidos en coordenadas galácticas.	89
3.5. Dirección observada del ángulo de polarización a 22 GHz, obtenida a partir de los dos mapas mostrados en la Fig. 3.4. Las unidades son grados.	90
3.6. Mapas de ruido asociado al parámetro Q (panel superior) y al parámetro U (panel inferior) para los datos de WMAP5 a 22 GHz. Las unidades para Q y U son mK.	92

3.7. Mapa de ruido asociado al PA para los datos de WMAP5 a 22 GHz. Las unidades para el PA son grados. El mapa de ruido del PA se ha calculado a partir de fluctuaciones alrededor del mapa observacional en banda K de WMAP5. . . . .	93
3.8. Regiones utilizadas para la definición de las distintas máscaras adop- tadas. . . . .	99
3.9. Patrón regular del campo magnético a gran escala para el modelo ASS-r model en el disco galáctico. Este modelo utiliza los parámetros proporcionados por el mejor ajuste descritos en la Tabla 3.13 para el caso de la máscara 5. . . . .	116
3.10. Funciones de distribución “a posteriori” 1-dim (marginalizadas) para los parámetros del modelo ASS-r (arriba: $r_1$ , centro: $p$ y abajo: $\chi_0$ ) cuando se considera el ajuste de la componente global (máscara 5) en el análisis de QU. . . . .	121
3.11. Funciones de distribución “a posteriori” 1-dim (marginalizadas) para los parámetros del modelo ASS-r (arriba: $r_1$ , centro: $p$ y abajo: $\chi_0$ ) cuando se considera el ajuste de la componente del halo (máscara 6) en el análisis de QU. . . . .	122
3.12. Funciones de distribución “a posteriori” 1-dim (marginalizadas) para los parámetros del modelo ASS-r (arriba: $r_1$ , centro: $p$ y abajo: $\chi_0$ ) cuando se considera el ajuste de la componente del disco (máscara 9) en el análisis de QU. . . . .	123
3.13. Mejor ajuste proporcionado por el modelo ASS-r para la componente global (Parámetros U,Q). Las unidades son mK. . . . .	125
3.14. Mejor ajuste proporcionado por el modelo ASS-r para la componente global (PA). Las unidades son grados. . . . .	126
3.15. Mejor ajuste proporcionado por el modelo ASS-r para la componente del halo (Parámetros U,Q). Las unidades son mK. . . . .	127
3.16. Mejor ajuste proporcionado por el modelo ASS-r para la componente halo (PA). Las unidades son grados. . . . .	128
3.17. Mejor ajuste proporcionado por el modelo LSA para la componente disco (Parámetros U,Q). Las unidades son mK. . . . .	129
3.18. Mejor ajuste proporcionado por el modelo LSA para la componente disco (PA). Las unidades son grados. . . . .	130

- 4.1. Curva de rotación observacional para nuestra galaxia unificada por Sofue et al. (2009) . En el eje X se representa distancia en kpc. En el eje Y se representa velocidad en  $km/s$ . Se asume  $R_\odot = 8,0$  kpc y  $\theta_\odot = 200\ km s^{-1}$  . . . . . 140
- 4.2. Curva de rotación para bulbo, disco (estelar y gaseoso) y para bulbo-disco . Se asume  $R_\odot = 8,0$  kpc y  $\theta_\odot = 200\ km s^{-1}$  . . . . . 142
- 4.3. Dependencia de la velocidad circular del halo de materia oscura descrito por el perfil de densidad derivado de la solución politrópica de índice  $\mu \sim 3,2$  del sistema Boltzmann-Poisson sin colisiones con la masa. Se considera densidad central  $\rho_0 = 10^{-4}\ M_\odot pc^{-3}$  fija y masa total  $M_{total} = (0'5; 1; 3'5) \times 10^{11} M_\odot$  . . . . . 144
- 4.4. Dependencia de la velocidad circular del halo de materia oscura descrito por el perfil de densidad derivado de la solución politrópica de índice  $\mu \sim 3,2$  del sistema Boltzmann-Poisson sin colisiones con la densidad central. Se considera  $M_{total} = 0,5 \times 10^{11} M_\odot$  fija y  $\rho_0 = (10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3})\ M_\odot pc^{-3}$  . . . . . 144
- 4.5. Dependencia de la velocidad circular del halo de materia oscura descrito por el perfil isotermo con el factor de escala. Se considera densidad central  $\rho_0 = 10^{-3}\ M_\odot pc^{-3}$  fija y  $R_h = (15, 10, 5) \times 10^3$  pc. . . . . 145
- 4.6. Dependencia de la velocidad circular del halo de materia oscura descrito por el perfil de densidad isotermo con la densidad central. Se considera  $R_h = 10^4$  pc fijo y densidad central variable tomando los valores:  $\rho_0 = (10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2})\ M_\odot pc^{-3}$  . . . . . 146
- 4.7. Dependencia de la velocidad circular del halo de materia oscura descrito por el perfil NFW con el factor de escala. Se considera densidad central  $\rho_0 = 10^{-3}\ M_\odot pc^{-3}$  fija y  $R_h = (15, 10, 5) \times 10^3$  pc. . . . . 147
- 4.8. Dependencia de la velocidad circular del halo de materia oscura descrito por el perfil de densidad NFW. Se considera un factor de escala radial fijo  $R_h = 10^4$  pc y  $\rho_0 = (10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2})\ M_\odot pc^{-3}$  . . . . . 147
- 4.9. Velocidad circular magnética que ejerce el campo magnético dado por (4.18) sobre la densidad volumétrica de gas presente en el disco dada por la ecuación (4.44) manteniendo el parámetro  $B_1$  del campo fijo y variando el factor de escala radial del mismo  $r_1 = (10, 20, 30)$  kpc (ver expresión 4.19). . . . . 150

4.10. Velocidad circular magnética que ejerce el campo magnético dado por (4.18) sobre la densidad volumétrica de gas presente en el disco dada por la ecuación (4.44) manteniendo el parámetro $r_1$ del campo fijo y variando el factor $B_1 = (3, 6, 9) \mu\text{G}$ (ver expresión 4.19). . . . .	150
4.11. Curva de rotación de componentes visibles + término magnético manteniendo fijo el parámetro $B_1 = 9\mu\text{G}$ y variando $r_1(\text{kpc}) = 10$ (línea continua), 20 (línea punteada), 30 (línea discontinua) (panel superior). El panel inferior contiene el caso $r_1 = 20\text{kpc}$ y varía $B_1(\mu\text{G}) = 3$ (línea continua), 6 (línea punteada), 9 (línea discontinua). Los datos observacionales se representan con cruces. . . . .	157
4.12. Curva de rotación de componentes visibles + halo isotermo con $R_h = 15\text{kpc}$ y variando $\rho_0(M_\odot\text{pc}^{-3}) = 10^{-5}$ (línea continua), $10^{-4}$ (línea punteada), $10^{-3}$ (línea discontinua) (panel superior); y $\rho_0 = 10^{-3} M_\odot\text{pc}^{-3}$ fija y variando $R_h(\text{kpc}) = 5$ (línea continua), 10 (línea punteada), 15 (línea discontinua) (panel inferior). Los datos observacionales se representan con cruces. . . . .	158
4.13. Curva de rotación de componentes visibles + halo NFW manteniendo $R_h = 15\text{kpc}$ y variando $\rho_0(M_\odot\text{pc}^{-3}) = 10^{-5}$ (línea continua), $10^{-4}$ (línea predominante), $10^{-3}$ (línea discontinua) (panel superior); y $\rho_0 = 10^{-3} M_\odot\text{pc}^{-3}$ fija y variando $R_h(\text{kpc}) = 5$ (línea continua), 10 (línea predominante), 20 (línea discontinua) (panel inferior). Los datos observacionales se representan con cruces. . . . .	159
4.14. Curva de rotación de componentes visibles + polítopos de índice $\mu = 3,2$ con $M_{total} = 3,5 \times 10^{11} M_\odot$ fija y variando $\rho_0(M_\odot\text{pc}^{-3}) = 10^{-5}$ (línea continua), $10^{-4}$ (línea punteada), $10^{-3}$ (línea discontinua) (panel superior); y en el panel inferior $\rho_0 = 10^{-4} M_\odot\text{pc}^{-3}$ fija y variando $M_{total} (\times 10^{11} M_\odot) = 0.5$ (línea continua), 1 (línea punteada), 3.5 (línea discontinua), 6 (línea punto-rayo). Los datos observacionales se representan con cruces. . . . .	160
4.15. Velocidad circular magnética considerando la variación radial de la intensidad de campo dada por la ecuación (4.19) frente la variación exponencial decreciente propuesta por Han et al. (2006) . . . . .	161
4.16. Curva de rotación de componentes visibles + GMF + halo isotermo para (1) $R_h = 20 \text{ kpc}$ , $\rho_0 = 10^{-3} M_\odot\text{pc}^{-3}$ y $B_\odot = 4,7\mu\text{G}$ (panel superior); (2) halo caracterizado por $R_h = 10 \text{ kpc}$ , $\rho_0 = 10^{-3} M_\odot\text{pc}^{-3}$ y $B_\odot = 6,4\mu\text{G}$ (centro); (3) halo caracterizado por $R_h = 20 \text{ kpc}$ , $\rho_0 = 10^{-3} M_\odot\text{pc}^{-3}$ y $B_\odot = 6,9\mu\text{G}$ (panel inferior). . . . .	163

4.17. Curva de rotación de componentes visibles + GMF + halo NFW para (1) $R_h = 20$ kpc, $\rho_0 = 10^{-4} M_\odot pc^{-3}$ y $B_\odot = 4,7\mu G$ (panel superior); (2) halo caracterizado por $R_h = 15$ kpc, $\rho_0 = 10^{-4} M_\odot pc^{-3}$ y $B_\odot = 6,9\mu G$ (centro); (3) halo caracterizado por $R_h = 5$ kpc, $\rho_0 = 10^{-6} M_\odot pc^{-3}$ y $B_\odot = 6,9\mu G$ (panel inferior). . . . .	164
4.18. Curva de rotación de componentes visibles + polítopos de índice $\mu = 3,2$ con (1) $M_{total} = 3,5 \times 10^{11} M_\odot$ , $\rho_0 = 10^{-5} M_\odot pc^{-3}$ y $B_\odot = 3,8\mu G$ (panel superior); (2) polítopo de $M_{total} = 3,5 \times 10^{11} M_\odot$ , $\rho_0 = 10^{-5} M_\odot pc^{-3}$ y $B_\odot = 4,3\mu G$ (centro); y (3) polítopo de $M_{total} = 3,5 \times 10^{11} M_\odot$ , $\rho_0 = 10^{-5} M_\odot pc^{-3}$ y $B_\odot = 6,4\mu G$ (panel inferior). . . . .	165
 5.1. Intensidad de PMF en función del ángulo girado en grados y frecuencia en GHz de acuerdo a la expresión (5.6). . . . .	178
5.2. Frecuencia frente a temperatura de brillo para las distintas emisiones galácticas. Esta figura procede de The Planck Collaboration (2006). . .	178
5.3. Medida de rotación simulada para el modelo LSA (Page et al. 2007) (panel superior) y para el modelo GMF propuesto por Sun et al. (2008) (panel inferior) obtenidos utilizando el código HAMMURABI (Waelkens et al. 2009). Las unidades son $rad/m^2$ . . . . .	180
5.4. Medida de rotación simulada para nuestro modelo de GMF axisimétrico con dependencia radial de la intensidad deducido en el Capítulo 3. Las unidades son $rad/m^2$ . . . . .	181
5.5. Intensidad polarizada observada por WMAP a 22 GHz para una resolución $nside = 16$ . Las unidades son mK. . . . .	181
5.6. Intensidad polarizada simulada a partir de un modelo de GMF axisimétrico con dependencia radial de la intensidad de campo a 22 GHz para una resolución $nside = 16$ obtenida con la ecuación (5.7). Las unidades son mK. . . . .	182
5.7. Intensidad polarizada observada por WMAP a 22 GHz para una resolución $nside = 16$ y considerando la máscara 5 (ver capítulo 3). Las unidades son mK. . . . .	183
5.8. Intensidad polarizada simulada a partir de un modelo de GMF axisimétrico con dependencia radial de la intensidad de campo a 22 GHz para una resolución $nside = 16$ obtenida con la ecuación (5.7) y considerando la máscara 5 (ver capítulo 3). Las unidades son mK. . . . .	183





# Índice de tablas

3.1. Valores de los parámetros para el modelo ASS obtenidos por distintos autores. . . . .	83
3.2. Valores de los parámetros para el modelo BSS obtenidos por distintos autores. . . . .	84
3.3. Exploración del espacio de parámetros. Para cada modelo de GMF, se muestra el rango de valores que se está utilizando para producir las tres mallas utilizadas. Para cada parámetro, los tres valores mostrados indican, el mínimo, el máximo y el paso (uniforme) que se está utilizando para la construcción de la malla. . . . .	96
3.4. Máscaras galácticas utilizadas en los análisis. Las columnas 1 y 2 proporcionan el número identificativo de cada máscara y la descripción de la misma. La columna 3 indica el número total de píxeles no nulos para el análisis de $(Q, U)$ . Notar que para el caso del análisis del PA, tendremos que considerar $1/2$ de dicho valor. La última columna muestra la fracción de cielo disponible tras la aplicación de cada máscara. . . . .	100

3.5. Mejor ajuste de los parámetros del GMF obtenidos a partir de los parámetros de Stokes $Q$ y $U$ para la exploración bibliográfica. Para cada máscara (ver Tabla 3.4) y para cada modelo de GMF, se muestra: (a) intervalos de confianza derivados a partir de la función de distribución de probabilidad acumulada, obtenida tras marginalizar sobre el resto de los parámetros; (b) mínimo $\chi^2 \equiv -2 \ln \mathcal{L}_{QU}$ para el mejor modelo $\chi^2$ ; y (c) mínimo $\chi^2$ dividido entre el número de grados de libertad. Los intervalos de confianza se han obtenido al 68 % de probabilidad, exceptuando aquellos casos en los qu se muestra solamente el límite superior (o inferior) que ha sido obtenido con el 95 %. En el caso de que un parámetro no esté restringido se anota como “NR”. Para tener una referencia de los parámetros que componen cada modelo recordamos que son: LSA ( $\psi_0, \psi_1, \chi_0$ ); CCR ( $D_r, w, B_0, \chi_0$ ); ASS y BSS ( $B_0, p, \chi_0$ ); ASS-r y BSS-r ( $r_1, p, \chi_0$ ); BT ( $r_1, \sigma_1, \sigma_2$ ). . . . . .	101
3.6. Continuación Tabla 3.5 . . . . .	102
3.7. Mejor ajuste de los parámetros del GMF obtenidoo a partir del PA para la exploración bibliográfica. Para cada máscara (ver Tabla 3.4) y para cada modelo de GMF, se muestra: (a) intervalos de confianza derivados a partir de la función de distribución de probabilidad acumulada, obtenida tras marginalizar sobre el resto de los parámetros; (b) mínimo $\chi^2 \equiv -2 \ln \mathcal{L}_{QU}$ para el mejor modelo $\chi^2$ ; y (c) mínimo $\chi^2$ dividido entre el número de grados de libertad. Los intervalos de confianza se han obtenido al 68 % de probabilidad, exceptuando aquellos casos en los qu se muestra solamente el límite superior (o inferior) que ha sido obtenido con el 95 %. En el caso de que un parámetro no esté restringido se anota como “NR”. Para tener una referencia de los parámetros que componen cada modelo recordamos que son: LSA ( $\psi_0, \psi_1, \chi_0$ ); CCR ( $D_r, w, B_0, \chi_0$ ); ASS y BSS ( $B_0, p, \chi_0$ ); ASS-r y BSS-r ( $r_1, p, \chi_0$ ); BT ( $r_1, \sigma_1, \sigma_2$ ). . . . . .	103
3.8. Continuación Tabla 3.7 . . . . .	104

3.9. Mejor ajuste de los parámetros de cada modelo de GMF, obtenidos a partir del análisis de los parámetros de Stokes $Q$ y $U$ para la exploración ciega. Para cada máscara (ver Tabla 3.4) y para cada modelo de GMF, se muestra: (a) los intervalos de confianza derivados a partir de la función de distribución de probabilidad acumulada, obtenida tras marginalizar sobre el resto de los parámetros; (b) mínimo $\chi^2 \equiv -2 \ln \mathcal{L}_{QU}$ para el mejor modelo, definido como el que tiene la menor $\chi^2$ ; y (c) mínimo $\chi^2$ dividido entre el número de grados de libertad. Los intervalos de confianza se han obtenido al 68 % de probabilidad, exceptuando aquellos casos en los qu se muestra solamente el límite superior (o inferior) que ha sido obtenido con el 95 %. En el caso de que un parámetro no esté restringido se anota como “NR”. Para tener una referencia de los parámetros que componen cada modelo recordamos que son: LSA ( $\psi_0, \psi_1, \chi_0$ ); CCR ( $D_r, w, B_0, \chi_0$ ); ASS ( $B_0, p, \chi_0$ ); BSS ( $B_0, p, \chi_0$ ); ASS-r ( $r_1, p, \chi_0$ ); BSS-r ( $r_1, p, \chi_0$ ) . . . . .	105
3.10. Continuación Tabla 3.9 . . . . .	106
3.11. Mejor ajuste de los parámetros de cada modelo de GMF, obtenidos a partir del ángulo de polarización ( $PA$ ) para la exploración ciega. Para cada máscara (ver Tabla 3.4) y para cada modelo de GMF, se muestra: (a) los intervalos de confianza derivados a partir de la función de distribución de probabilidad acumulada, obtenida tras marginalizar sobre el resto de los parámetros; (b) mínimo $\chi^2 \equiv -2 \ln \mathcal{L}_{PA}$ para el mejor modelo, definido como el que tiene la menor $\chi^2$ ; y (c) mínimo $\chi^2$ dividido entre el número de grados de libertad. Los intervalos de confianza se han obtenido al 68 % de probabilidad, exceptuando aquellos casos en los qu se muestra solamente el límite superior (o inferior) que ha sido obtenido con el 95 %. En el caso de que un parámetro no esté restringido se anota como “NR”. Para tener una referencia de los parámetros que componen cada modelo recordamos que son: LSA ( $\psi_0, \psi_1, \chi_0$ ); CCR ( $D_r, w, B_0, \chi_0$ ); ASS ( $B_0, p, \chi_0$ ); BSS ( $B_0, p, \chi_0$ ); ASS-r ( $r_1, p, \chi_0$ ); BSS-r ( $r_1, p, \chi_0$ ) . . . . .	107
3.12. Continuación Tabla 3.11 . . . . .	108



4.3. Valor de la intensidad de campo en la vecindad solar obtenida a partir de la expresión (4.19)para cada combinación de parámetros dados en la Tabla 4.2. Las unidades son $\mu\text{G}$ . . . . .	154
4.4. Velocidad de rotación observacional (Sofue et al. 2009). La velocidad viene dada en $\text{km}/\text{s}$ . . . . .	154
4.5. Velocidad de rotación correspondiente a las componentes bulbo y disco para distintas distancias galactocéntricas. La velocidad viene dada en $\text{km}/\text{s}$ . . . . .	155
4.6. Valores de la velocidad circular correspondiente a las componentes bulbo, disco y campo magnético galáctico para distintas distancias galactocéntricas. Para el GMF se considera $B_1 = 9\mu\text{G}$ fijo y $r_1 = 10, 20, 30 \text{ kpc}$ . La velocidad viene dada en $\text{km}/\text{s}$ . . . . .	155
4.7. Valores de la velocidad circular correspondiente a las componentes bulbo, disco y campo magnético galáctico para distintas distancias galactocéntricas. Para el GMF se considera $r_1 = 30 \text{ kpc}$ fijo y $B_1 = 3, 6, 9\mu\text{G}$ . La velocidad viene dada en $\text{km}/\text{s}$ . . . . .	156
4.8. Valores de la velocidad circular correspondiente a las componentes bulbo, disco y halo isotermo para distintas distancias galactocéntricas. Las columnas 2-4 muestran la velocidad para el caso en que $R_h = 15 \text{ kpc}$ es fijo y se varía $\rho_0$ . Las columnas 5-7 muestran el caso en que $\rho_0 = 10^{-3} M_\odot \text{pc}^{-3}$ es fija y $R_h$ variable. La velocidad viene dada en $\text{km}/\text{s}$ . . . . .	156
4.9. Valores de la velocidad circular correspondiente a las componentes bulbo, disco y halo NFW para distintas distancias galactocéntricas. Las columnas 2-4 muestran la velocidad para el caso en que $R_h = 15 \text{ kpc}$ es fijo y se varía $\rho_0$ . Las columnas 5-7 muestran el caso en que $\rho_0 = 10^{-3} M_\odot \text{pc}^{-3}$ es fija y $R_h$ variable. La velocidad viene dada en $\text{km}/\text{s}$ . . . . .	156
4.10. Valores de la velocidad circular correspondiente a las componentes bulbo, disco y halo derivado de los polítopos para distintas distancias galactocéntricas. Las columnas 2-5 muestran la velocidad para el caso en que $\rho_0 = 10^{-4} M_\odot \text{pc}^{-3}$ es fija y varía $M_h$ . Las columnas 6-7 muestran el caso en que $M_h = 3,5 \times 10^{11} M_\odot$ es fija y $\rho_0$ variable. La velocidad viene dada en $\text{km}/\text{s}$ . . . . .	157
5.1. Ángulo de rotación y medida de rotación debido a un PMF de intensidad $B_0 = 10^{-8}, 10^{-9} \text{ G}$ y frecuencias de observación de la radiación $\nu_0 = 22 \text{ GHz}$ (WMAP) y $\nu_0 = 30 \text{ GHz}$ (PLANCK) . . . . .	177



# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Marco cosmológico

La Cosmología tiene como objetivo el estudio del Universo en su conjunto. Sus raíces modernas datan de principios del siglo XX, en el cual se sucedieron una serie de avances observacionales y teóricos que han permitido establecer el modelo cosmológico que hoy día conocemos y que nos sirve para describir el Universo. El hito más destacable, que condujo a la elaboración de un modelo matemático que explicara el Universo, tuvo lugar con la aparición de la teoría de la Relatividad General propuesta por Albert Einstein (1915). Pocos años después, en los años 20, Alexander Friedmann, obtuvo soluciones de las ecuaciones propuestas por Einstein. Estas soluciones conducían a ciertas predicciones sobre el origen y expansión del Universo que habría que contrastar con hechos observacionales que las evidenciaran. No hubo que esperar mucho. Edwin Hubble (1929) y Milton Humanson observaron el desplazamiento al rojo de las galaxias, interpretándolo como la expansión sufrida por el Universo. Este hecho constituye desde entonces un pilar fundamental de la cosmología moderna. Tras este descubrimiento, los teóricos comenzaron a elaborar distintos escenarios para explicar el nacimiento del Universo. A mediados de los años 40, Gamow (1948) propuso una teoría conocida como “Gran Explosión” (Big Bang) la cual afirmaba que el Universo se produjo a partir de un momento de elevada densidad y temperatura. Son numerosos los libros de texto sobre cosmología, entre los que cabe destacar por ejemplo Peebles (1993); Coles & Lucchin (1995); Peacock (1999); Narlikar (2002).

### 1.1.1. El modelo cosmológico estándar. Historia térmica del Universo

De forma abreviada, el modelo cosmológico actual se sustenta sobre tres pilares básicos observacionales:

1. La expansión del Universo observada indirectamente a partir del desplazamiento al rojo de las galaxias (ley de Hubble 1929).
2. La nucleosíntesis primordial de elementos ligeros: Gamow (1946) introdujo la teoría del “Big-Bang” para explicar la formación de elementos ligeros como el hidrógeno, el deuterio, el litio y el helio. Hoy día, la proporción de estos elementos está de acuerdo con el modelo estándar.
3. El fondo cósmico de microondas predicho por Gamow (1946) como una consecuencia del “Big-Bang” (ver sección 1.2).

El marco teórico básico que permite la interpretación de los fundamentos observacionales nos los proporciona:

1. El Principio Cosmológico que afirma que el Universo es isótropo.
2. La teoría de la Relatividad General.

Tomando en consideración estos hechos observacionales, el modelo cosmológico estándar trata de establecer un marco general donde pueda explicarse la formación y evolución del Universo. Para épocas inmediatamente posteriores a su nacimiento, la teoría de la Relatividad General nos proporciona ese marco, eligiendo la métrica adecuada que satisface, además, el Principio Cosmológico. Dicha métrica es la conocida como de Friedmann-Robertson-Walker (FRW). El elemento de línea, en este caso, es:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right] \quad (1.1)$$

siendo  $k$  el parámetro de curvatura que toma valores:  $k = 0$ , para el caso de Universo plano,  $k > 0$ , para el caso cerrado y  $k < 0$  para el caso abierto. La magnitud  $a(t)$  representa el factor de escala del Universo. Este factor de escala se suele normalizar al valor presente  $a_0 = 1$ . Las coordenadas  $(r, \theta, \phi)$  son coordenadas esféricas comóviles. En el espacio plano, la métrica será:  $\text{diagonal}(-1, 1, 1, 1)$ . Insertando esta métrica en las ecuaciones de campo de Einstein se obtiene:

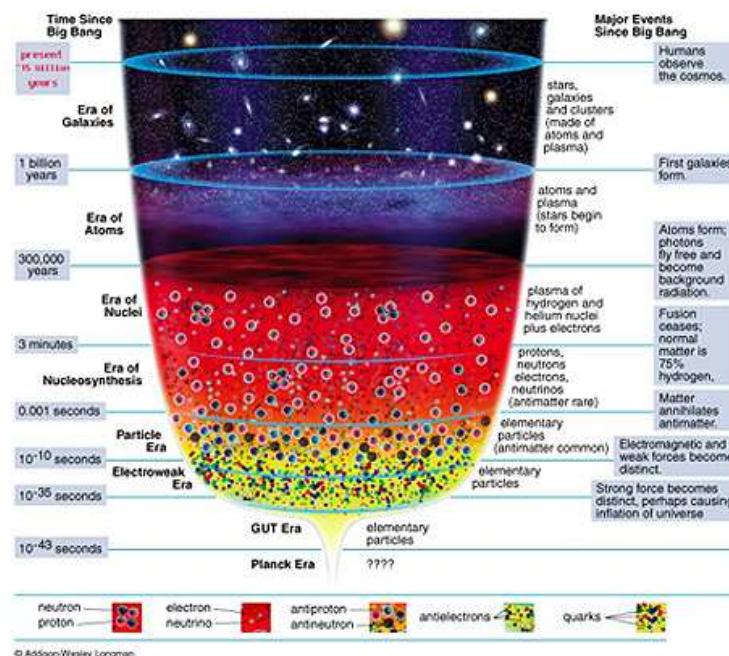


Figura 1.1: Representación esquemática de las diferentes etapas por las que ha atravesado el Universo desde su formación. Esta figura ha sido obtenida de <http://physics.lakeheadu.ca/>

$$\begin{aligned} \frac{\dot{a}^2}{a^2} + k &= \frac{8\pi G}{3}\epsilon - kc^2 + \frac{\Lambda c^2}{3} \\ \frac{\ddot{a}}{a} &= \frac{4\pi G}{3} \left( \epsilon + \frac{3p}{c^2} \right) + \frac{\Lambda}{3} \end{aligned} \quad (1.2)$$

donde  $\Lambda$  es la constante cosmológica,  $\epsilon$  es la densidad de energía y  $p$  es la presión hidrostática. Dadas las ecuaciones de estado que relacionan  $p$  y  $\epsilon$  para las distintas componentes del Universo, se obtiene su evolución temporal en función del ritmo de expansión del Universo.

En la Figura 1.1 se muestra las diferentes etapas que atravesó el Universo en función del tiempo. Para más detalles ver Battaner (1996).

### 1.1.2. Teoría de perturbaciones cosmológicas: Crecimiento de estructura en el Universo

La riqueza de estructuras que presenta nuestro Universo en las diferentes escalas (galaxias, cúmulos de galaxias, etc) parece contradecir el principio Cosmológico. Sin embargo, se asume que el Universo es homogéneo a escalas superiores a los 100 Mpc.

Esta homogeneidad queda patente en las observaciones realizadas de la distribución de galaxias a gran escala (SDSS<sup>1</sup>, 2dFS<sup>2</sup>) y del fondo cósmico de microondas (CMB, del inglés *cosmic microwave background*) presentando éste último desviaciones de la homogeneidad de 1/100,000 en temperatura, constituyendo dichas desviaciones las anisotropías del CMB. Como veremos en la próxima sección, estas anisotropías desvelan información sobre las condiciones iniciales y los procesos que tuvieron lugar en el Universo temprano. El comportamiento de la materia en su propia gravedad permite encontrar una solución lineal aplicando las ecuaciones (1.2) en términos de la perturbación de densidad de energía definida como:

$$\delta(\vec{r}) = \frac{\delta\epsilon(\vec{r})}{\bar{\epsilon}} \quad (1.3)$$

siendo  $\bar{\epsilon}$  la densidad de energía promedio. Podemos describir el Universo en función de sus propiedades estadísticas, y por tanto, la homogeneidad se entiende en estos mismo términos. Existen numerosas referencias detalladas que dan cuenta de la teoría de perturbaciones cosmológicas, como por ejemplo Peebles (1980); Padmanabhan (1993); Mukhanov (2001).

El tratamiento puede ser relativista o no relativista. Las perturbaciones pueden ser adiabáticas (en las que cambia la densidad de energía de materia y radiación manteniendo la entropía específica constante); y las isocurvatura (en las que cambia la entropía específica).

El contraste de densidad de energía definido por (1.3) suele expresarse en el espacio de Fourier:

$$\delta(\vec{r}) = \int_k dk^3 e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} \delta_{\vec{k}} \quad (1.4)$$

siendo  $\delta_{\vec{k}} = (1/2\pi^3) \int_V \delta(\vec{r}) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} d^3k$ , el modo de Fourier. La principal ventaja de seguir la evolución de los modos de las perturbaciones en el espacio de Fourier es que evolucionan independientemente en el régimen lineal. Una cantidad que suele utilizarse en el estudio de la caracterización de las perturbaciones es su espectro de potencias que se define como:

$$P(k) \equiv < |\delta_{\vec{k}}|^2 > \quad (1.5)$$

siendo ( $< \dots >$ ) el promedio sobre la muestra. Si la muestra inicial es gaussiana para  $\delta$ , el espectro de potencias nos caracteriza toda la muestra.

---

<sup>1</sup><http://www.sdss.org/>

<sup>2</sup><http://www.mso.anu.edu.au/2dFGRS/>

## 1.2. El fondo cósmico de microondas

La detección del CMB fue realizada por Penzias & Wilson (1965). Dicke et al. (1965) identificaron dicha radiación con la predicción realizada por Gamow (1948). En 1992, el satélite COBE<sup>3</sup> de la NASA fue el primero en obtener el espectro del CMB (Fixsen et al. 1996). Los resultados de esta misión permitieron fijar las características fundamentales del CMB: la isotropía y el espectro de cuerpo negro con una temperatura  $T_0 = 2,728 \pm 0,002$  K (Fixsen et al. 1996). Este satélite fue capaz de detectar además, fluctuaciones en la temperatura de 1 parte sobre 100,000 ( $\Delta T/T \approx 10^{-5}$ ) (Smoot et al. 1992). En 2003, se lanzó un nuevo satélite de la NASA, la misión WMAP<sup>4</sup>, que permitió dar más detalle de las fluctuaciones en temperatura observadas por COBE, así como estudiar la polarización del CMB. A estas dos misiones espaciales hay que sumar la lanzada recientemente por la Agencia Espacial Europea, el satélite PLANCK<sup>5</sup>, que permitirá profundizar en el conocimiento que tenemos sobre el Universo. Paralelamente a estas misiones espaciales, se han realizado numerosos experimentos desde tierra y en globo, como por ejemplo: el experimento TENERIFE (Gutiérrez et al. 2000), MAXIMA (Hanany et al. 2000), DASI (Halverson et al. 2002), BOOMERanG (Crill et al. 2003), ARCHEOPS (Benoît 2004), VSA (Dickinson et al. 2004), COSMOSOMAS (Fernández-Cerezo et al. 2006), ACBAR (Reichardt et al. 2009) o CBI (Sievers et al. 2009).

El CMB tiene su origen en la época de la recombinação. En el Universo temprano, la materia estaba ionizada de forma que los electrones libres interactuaban con los fotones vía “scattering” Thomson. Si el ritmo de dichas interacciones,  $\Gamma$ , era mucho mayor que el ritmo de la expansión, estas interacciones eran capaces de mantener el equilibrio termodinámico. Conforme el Universo fue evolucionando, la temperatura fue cambiando, de forma que al llegar a valores suficientemente bajos, los procesos de recombinação ( $p + e \leftrightarrow H + \gamma$ ) comenzaron a tener cada vez más importancia. Cuando la temperatura descendió hasta  $T \sim 3000$  K, la mayoría de los protones y electrones se habían unido dando lugar a átomos neutros, y el ritmo de las interacciones de fotones y electrones descendió por debajo del ritmo de expansión. Es este momento el que se conoce como *desacoplamiento* de la materia y de la radiación. Tras esta etapa, los fotones quedaron libres viajando hasta el momento presente del Universo, llevando a su vez consigo la huella de la distribución de materia existente en aquella época, unos 360.000 años ( $z \approx 1100$ ) después del nacimiento del Universo. Este proceso tuvo lugar en lo que se conoce como superficie de último “scattering” la cual se define como el lugar geométrico en el cual tuvo lugar el último “scattering” de los fotones del CMB que recibimos. Hay que señalar

---

<sup>3</sup><http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/cobe/>

<sup>4</sup><http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/wmap/>

<sup>5</sup><http://www.rssd.esa.int/index.php?project=Planck>

que este proceso no fue instantáneo, sino que ocurrió durante un cierto intervalo de tiempo que se estima del orden de  $\Delta z \approx 80$  (Jones & Wyse 1985).

Existen varios textos que nos dan una idea detallada sobre la física del CMB, como por ejemplo: Naselsky et al. (2006), Durrer (2009), Challinor & Peiris (2009), Rubiño-Martín et al. (2010). Para caracterizar el CMB tenemos que estudiar, no sólo las fluctuaciones en temperatura, sino también su polarización. Esencialmente, su polarización proviene del “scattering” Thomson sufrido por los fotones durante la recombinação. Las fluctuaciones en la temperatura reflejan las desviaciones de densidad presentes en aquella época y por tanto, nos informa sobre la estructura a gran escala. La clasificación usual de las anisotropías dependiendo de su origen es:

1. Anisotropías primarias. Son las generadas antes o durante la recombinação.

La fluctuación de temperatura en el “gauge” síncrono observada tras integrar a lo largo de la línea de visión y sobre el espesor de la superficie de último “scattering” es:

$$\frac{\Delta T}{T_0}(\hat{z}) = \frac{1}{4} \frac{\delta n_\gamma}{n_\gamma} - \hat{z} \cdot \vec{v} + \frac{1}{3} \delta \Phi \quad (1.6)$$

donde  $\hat{z}$  es el vector unitario a lo largo de la línea de visión;  $\vec{v}$  es la velocidad del observador referida a la superficie emisora;  $n_\gamma$  es la densidad numérica de fotones y  $\delta \Phi$  es la variación de potencial gravitatorio entre nosotros y el emisor. En esta ecuación, el primer término está referido a la anisotropía intrínseca debida al fluido de fotones en la recombinação. El segundo término da cuenta del desplazamiento Doppler y se debe al movimiento relativo entre el emisor y el observador. Mientras que el tercer término se debe a la gravedad. El segundo término de la ecuación (1.6) es el responsable de las anisotropías generadas a escalas angulares intermedias ( $0,1^\circ < \theta < \theta_{horiz}$ ) y depende del modelo cosmológico utilizado. El último término de dicha expresión nos proporciona la contribución a la fluctuación de temperatura del efecto Sachs-Wolfe (1967) que domina en las escalas mayores. Finalmente, es importante señalar que existen procesos que pueden eliminar estas anisotropías (difusión de fotones y de neutrinos).

2. Anisotropías secundarias. Son las generadas en el camino recorrido desde el desacoplamiento de los fotones hasta hoy. Son varios los mecanismos que pueden dar lugar a las mismas (ver por ej. Refregier 1999):

- a) *Efecto Sachs-Wolfe integrado*: son las fluctuaciones generadas debido a la evolución temporal del potencial gravitatorio a través del cual interactúan fotones y materia en su viaje hasta nosotros.

- b) *Efecto Rees-Sciama (Rees & Sciama 1968)*: se debe a la evolución del potencial gravitatorio con el tiempo a causa del crecimiento no lineal de estructura y del movimiento de halos que se unen, dando lugar a anisotropías.
- c) *Efecto Sunyaev-Zeldovich (SZ) (Sunyaev & Zeldovich 1980)*: se produce por efecto Compton inverso de los fotones del CMB con electrones en regiones en las que hay gas caliente, como puede ser el medio en el interior de un cúmulo. Dependiendo del mecanismo físico que lo genera, el efecto SZ se puede clasificar en:

- Efecto SZ térmico: se produce por un gas estático de electrones. En el límite no relativista viene dado por:

$$\frac{\Delta T}{T_0}(\nu) = g(x)y_c \quad (1.7)$$

donde  $g(x) = xcoth(x/2) - 4$  y se define,  $y_c = \frac{k\sigma_T}{m_e c^2} \int T_e(l)n_e(l)dl$ , donde  $T_e$  es la temperatura del gas de electrones;  $n_e$ , la densidad de electrones en el cúmulo;  $\sigma_T$ , la sección eficaz del “scattering” Thomson;  $m_e$  la masa del electrón;  $x = h\nu/kT$  y  $T$  la temperatura de la radiación. A  $y_c$  se llama parámetro de comptonización.

- Efecto SZ cinético: se debe al efecto Compton con un movimiento medio de los electrones en el medio intercumular.

$$\frac{\Delta T}{T_0} = -\tau_T \frac{V_r}{c} \quad (1.8)$$

donde  $\tau_T$  representa la profundidad óptica del “scattering” Thomson y  $V_r$  es la componente de la velocidad en la dirección de observación con la que se mueve el gas de electrones hacia nosotros.

- d) *Reionización*: el efecto Gunn-Peterson 1965 medido en la línea de visión de cuásares a alto corrimiento al rojo nos indica que la reionización se ha completado para  $z \sim 6$ . El CMB nos permite obtener la profundidad óptica de la época de reionización, observándose sus efectos a escalas angulares pequeñas en los espectros de intensidad y polarización. Los mecanismos físicos que han producido la reionización aún no son conocidos. Algunas hipótesis proponen que existió una cantidad de electrones libres procedentes de estrellas población III o cuásares que contribuyeron a la reionización del Universo (para más detalles ver capítulo 2).
- e) *Efecto Ostriker-Vishnac (Ostriker & Vishniac 1986)*: afecta únicamente a las pequeñas escalas y se debe a un efecto de segundo orden debido a la reionización.

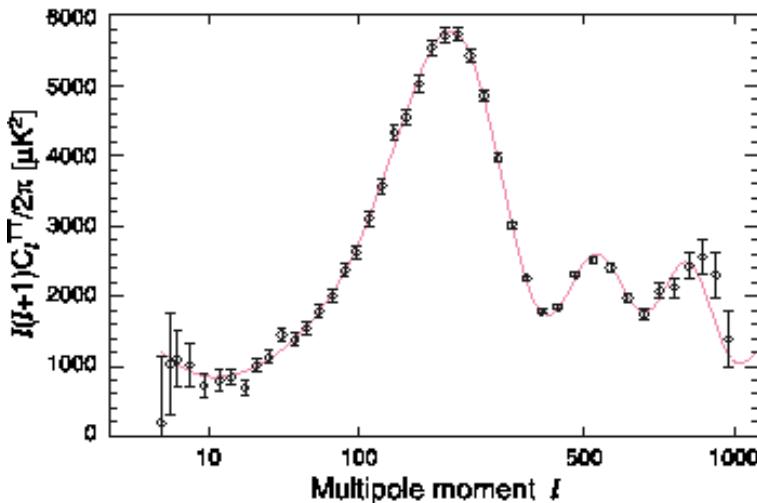


Figura 1.2: Espectro angular de anisotropías obtenido por WMAP. Esta figura ha sido obtenida de <http://lambda.gsfc.nasa.gov/products/wmap>

- f) *Efecto lente gravitatoria* (*Cayon et al. 1993*): ocurre cuando los fotones procedentes del CMB atraviesan la distribución de estructura a gran escala. Su efecto es importante a escalas angulares pequeñas.

En la Figura 1.2 recoge el espectro de anisotropías obtenido por el satélite WMAP.

Para estudiar las anisotropías del CMB se suele asumir que están distribuidas uniformemente en la esfera, y por tanto, se puede hacer un desarrollo en armónicos esféricos:

$$\frac{\Delta T(\theta, \phi)}{T_0} = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm}^T Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (1.9)$$

donde  $(\theta, \phi)$  son las coordenadas esféricas que determinan la posición en la esfera. Esta descomposición en armónicos esféricos es similar a la descomposición en el espacio de Fourier realizada para el campo de perturbaciones de densidad de energía. La isotropía y homogeneidad implican que  $\langle a_{lm} \rangle = 0$ . Si las condiciones iniciales son gaussianas, el campo de temperatura se caracterizará por su espectro de potencias:  $\langle a_{lm} a_{l'm'}^* \rangle = C_l \delta_{ll'} \delta_{mm'}$ . La isotropía indica, además, que el espectro de potencias ( $C_l$ ) no depende de  $m$ . Los multipolos con  $l > 2$  son los responsables de las anisotropías observadas.

**Polarización del CMB.** Se caracteriza por los parámetros de Stokes Q y U, y al igual que las anisotropías se pueden desarrollar en armónicos esféricos:

$$(Q + iU)(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm\pm 2}^{\pm 2} Y_{lm}(\theta, \phi) = - \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l [E_{lm} \pm iB_{lm}]_{\pm 2} Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (1.10)$$

En este caso,  $\pm 2$  es el espín utilizado para preservar el comportamiento de Q e U bajo rotaciones. Como notación alternativa para la caracterización de la polarización es la definición de modos E y B, tal y como muestra el segundo término de la ecuación (1.10). El espectro de potencias, vendrá dado por:

$$\langle E_{lm}^* E_{lm} \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} C_l^{EE} \quad (1.11)$$

$$\langle B_{lm}^* B_{lm} \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} C_l^{BB} \quad (1.12)$$

La fracción de polarización es del orden de  $\sim 10^{-6}$  K. Su estudio nos proporciona importante información sobre la ionización del Universo.

### 1.3. Emisión galáctica

Además de todos los efectos citados que dan lugar a anisotropías, tendremos que tener en cuenta la emisión de nuestra propia galaxia dado que contamina el CMB llegando a enmascarar las anisotropías. Las principales fuentes contaminantes son: la emisión libre-libre, la emisión sincrotrón y la emisión térmica del polvo. Junto con estas emisiones, las fuentes extragalácticas también son un importante contaminante. Describimos brevemente cada uno de los tipos de emisión:

- *Emisión libre-libre*: se debe a la interacción entre electrones térmicos libres y protones y otros iones presentes en el medio interestelar. Un estudio detallado de la misma puede encontrarse en Oster (1961). La intensidad en este caso, dado que a las frecuencias de microondas la temperatura es baja (régimen no relativista) viene dada por:

$$I_\nu \propto \nu^{-\gamma_l}, \gamma_l \approx -0,15 \quad (1.13)$$

Esta emisión no domina la emisión global de nuestra galaxia a ninguna frecuencia.

- *Emisión sincrotrón*: es la emisión producida por electrones relativistas girando en trayectorias helicoidales en el seno de un campo magnético. Su intensidad depende del campo magnético y de la distribución de electrones relativistas de rayos cósmicos de la siguiente forma:

$$I_\nu \propto B^{(p+1)/2} \nu^{-(p+1)/2} \quad (1.14)$$

siendo  $p$  el índice espectral. Esta emisión se verá en la sección 1.7 y más en detalle en el Capítulo 3.

- *Emisión del polvo:* se produce en el infrarrojo lejano y en la región de microondas. Predomina a frecuencias superiores a 100 GHz. Para más detalles, se puede consultar Wright (1991). Su intensidad viene dada por:

$$I_\nu \propto \nu^2 [B_\nu(20,4K) + 6,7B_\nu(4,77K)] \quad (1.15)$$

donde  $B_\nu(T)$  representa la función de Planck.

## 1.4. El campo magnético en el Universo

El estudio del magnetismo cósmico ha experimentado un importante auge tanto a nivel observacional como a nivel teórico en los últimos años. La primera detección del campo magnético en un objeto astrofísico se realizó a principios del siglo XX en el Sol, cuando G. E. Hale (1908) observó el efecto Zeeman en frecuencias visibles. Hubo que esperar unos 40 años para que H. W. Babcock (1947) detectara el efecto Zeeman en estrellas. La polarización en el visible de la luz estelar, junto con la interpretación del efecto Davis-Greenstein (1949) hicieron presagiar la presencia de un campo magnético en nuestra galaxia. En los años 60, el surgimiento de la Radioastronomía reforzó los descubrimientos en el visible al permitir la realización de las primeras mediciones de la polarización en longitudes de onda de radio. Este hecho enriqueció enormemente la visión del Universo dando cuenta de que los campos magnéticos estaban presentes en todas y cada una de las escalas, desde las más pequeñas como las de los planetas y estrellas, hasta las más grandes como las de las galaxias y cúmulos de galaxias (ver por ej. Carilli & Taylor 2002). Para tener un conocimiento general sobre el magnetismo en astrofísica existen varios textos como son Parker (1979); Zeldovich (1983); Ruzmaikin et al. (1988), etc.

Dependiendo del sistema, la intensidad del campo magnético varía desde los pocos micro Gauss ( $\mu\text{G}$ ) presentes en galaxias y cúmulos de galaxias, pasando por intensidades de unos pocos gauss (G) para el caso de planetas -como por ejemplo la Tierra- y llegando hasta unos  $10^{12}$  G para el caso de estrellas de neutrones. Objetos como los pulsares y las fuentes de rayos X también poseen intensos campos magnéticos. Respecto a estructuras más grandes como pueden ser los supercúmulos de galaxias, medir el campo magnético de forma directa resulta difícil. Una pista sobre su intensidad puede proporcionarnos la propagación de los rayos cósmicos más energéticos (Farrar & Piran 2000). Kim et al. (1991) obtuvieron una intensidad

de campo magnético del orden de  $\approx 0,5\mu\text{G}$  para el supercúmulo de Coma. Este hecho parece evidenciar la presencia del magnetismo a escalas de supercúmulos galácticos. Todas estos hechos observacionales y, especialmente, la ubicuidad del magnetismo en las escalas mayores, siendo siempre su valor de intensidad del orden de  $\mu\text{G}$ , lleva a plantear la posibilidad de la existencia de un campo magnético de fondo, presente en los grandes filamentos observados en cartografiados como el SDSS (del inglés *Sloan Diginal Sky Survey*) (Adelman-McCarthy et al. 2008), detección que parece haber realizado Lee et al. (2009). Este hipotético campo magnético aún no ha sido detectado fundamentalmente por la poca sensibilidad, y por la ausencia de electrones relativistas que puedan dar lugar a radiación sincrotrón debida a dicho campo. Esencialmente, la única forma de detectarlo directamente es observando la rotación de Faraday que pueda producir (ver Sección 1.6). Esta detección es factible para el satélite PLANCK en el caso del CMB. Dentro de esta misión se ha creado un grupo de trabajo dedicado a restringir el campo magnético primordial (del inglés “primordial magnetic field”, PMF) pues PLANCK puede tener la sensibilidad suficiente para detectarlo de acuerdo con las predicciones teóricas que existen.

La idea de la existencia de un campo magnético a gran escala en el Universo precursor de los campos observados en galaxias fue gestada por I. Wasserman (1978). Wasserman propone un campo primigenio enlazado de tal forma que dicho campo puede actuar como fuente de perturbaciones de densidad. Estas perturbaciones crecen según la teoría de perturbaciones cosmológicas ordinarias mediante inestabilidad gravitatoria, contribuyendo de esta forma a la formación y evolución de la estructura a gran escala (ver por ej. Battaner et al. 1997b).

## 1.5. Mecanismos de generación de campo magnético primordial

El origen del magnetismo en el Universo es hoy día una incógnita. Son numerosos los mecanismos propuestos así como también las clasificaciones de los mismos. Existen varios trabajos de revisión entre los que cabe destacar los siguientes: Enqvist (1998); Battaner & Florido (2000); Grasso & Rubinstein (2001); Giovannini (2002); Widrow (2002); Giovannini (2004b); Shaposhnikov (2005); Rees (2005); Brown (2008); Kulsrud & Zweibel (2008); Battaner & Florido (2009). A continuación se muestran brevemente los distintos mecanismos dependiendo que su origen sea posterior a la recombinação, como la etapa de pre-formación galáctica; o anterior a dicha época, es decir, que tiene su origen en etapas tempranas del Universo.

### 1.5.1. Mecanismos de generación post-recombinacionales

Estos mecanismos tienen lugar en épocas posteriores a la recombinación, y por tanto, no suponen un origen cosmológico del campo magnético. Son básicamente dos mecanismos:

1. Dinamos.
2. Magnetización debida a la eyección de campo procedente de objetos compactos (ver por ej. Rees 2005; Hanayama et al. 2006; Kronberg et al. 2008).

En el siguiente párrafo se explica el mecanismo dinamo por ser uno de los más estudiados.

**Mecanismo Dinamo.** Este mecanismo ha sido el mecanismo tradicional propuesto para explicar el magnetismo en las galaxias (ver por ej. Beck 2009a). Son numerosos los mecanismos dinamo propuestos a lo largo del tiempo y las modificaciones del mismo, como por ejemplo la dinamo no-lineal propuesta por Brandenburg & Subramanian (2005). Existen varios tipos y combinaciones de la misma que pueden explicar la presencia de campos magnéticos en objetos estelares, galácticos y extragalácticos. Además de las distintas dinamos propuestas dependiendo del sistema que se trate, existe también distintos tipos dependiendo de que aparezcan en una etapa protogaláctica o galáctica.

Esencialmente el mecanismo dinamo tiene lugar cuando una galaxia que se encuentra en movimiento de rotación, contiene una semilla de campo magnético, una turbulencia y un fluido conductor. Esto es lo que daría lugar a los campos magnéticos que hoy día se observan. La mayoría de los mecanismos de generación de semilla de campos magnéticos están basados en un mecanismo de batería establecido por gradientes de presión y de densidad no paralelos. Biermann & Schlüter (1951) sugirieron incorporar un término de presión en la ley de Ohm aportando un término extra en la ecuación de inducción magnética, como se muestra a continuación:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) + \frac{\eta}{4\pi} \nabla^2 B + \frac{c \nabla p_e \times \nabla n_e}{n_e^2 e} \quad (1.16)$$

donde  $\eta$  es el coeficiente de resistividad,  $p_e$  es la presión de los electrones y  $n_e$  es la densidad numérica de electrones. Este tercer término extra en la ecuación de la inducción magnética (1.16) dependiente de la presión y densidad electrónica permite generar campo magnético a partir de unas condiciones iniciales de campo cero. El efecto batería es una consecuencia natural del hecho de que los electrones e iones tengan la misma carga pero distinta masa.

Es importante notar que la presencia de un doble gradiente en el término “batería” no es despreciable en las escalas más pequeñas. La semilla de campo generada de esta forma es de la misma escala que las estructuras más pequeñas, dependiendo de la época de generación; por tanto, esta “pequeña” escala puede corresponderse con las grandes escalas en la etapa actual del Universo.

Finalmente, hemos de hacer una apreciación sobre lo que ocurre con el término “batería” conforme el campo magnético evoluciona. Inicialmente, cuando el campo es cero o muy pequeño, dicho término domina y afecta típicamente al crecimiento lineal del campo magnético en escalas pequeñas. Pero cuando esta semilla de campo magnético comienza a crecer, el primer término, el término inductivo de la ecuación (1.16) puede dominar. En este caso, podemos estimar la intensidad de campo magnético, asumiendo una escala de longitud  $L$ , quedando:

$$\frac{vB}{L} \approx \frac{cp_e n_e}{n_e^2 e L^2} \quad (1.17)$$

sabiendo que  $p_e = n_e k T_e$  y sustituyendo en esta expresión, la intensidad de campo magnético vendrá dada por:

$$B \approx \frac{ckT_e}{veL} \quad (1.18)$$

Si tomamos un valor típico de temperatura de la componente ionizada del medio protagaláctico  $T_e \approx 3$  eV; asumiendo equilibrio térmico entre iones y electrones ( $T_e \approx T_i$ ); sustituyendo la velocidad de los iones por  $v_i = \sqrt{kT_i/m_i}$  y tomando, finalmente, un rango de fluctuaciones en longitud del orden de  $L \approx 1$  kpc, el rango que se obtiene para la intensidad de campo magnético es  $B \approx 10^{-19} - 10^{-16}$  G. Para intensidades superiores a éstas, el término inductivo de la ecuación dominaría, pudiendo dar lugar incluso a un crecimiento exponencial.

En un medio con una alta conductividad, pueden darse dos tipos de dinamo turbulenta: la dinamo isótropa y la dinamo de campo medio. La primera opera en medios con flujo turbulento isótropo y homogéneo amplificando la energía magnética mediante el estrechamiento de las líneas del campo aleatorio (Kulsrud & Anderson 1992). Por el contrario, la segunda dinamo depende de la anisotropía en la turbulencia para alcanzar la amplificación vía dinamo  $\alpha - \Omega$  (ver por ej. Moffatt 1978; Parker 1979; Ruzmaikin et al. 1988). Esta anisotropía suele proceder de la rotación diferencial, estratificación, cizalladura y reconexión que dan lugar a una helicidad distinta de cero en el campo de velocidad turbulento. Es esta helicidad la que amplifica el campo magnético medio.

### 1.5.2. Mecanismos de generación primordiales

A continuación se presenta brevemente un recorrido por aquellas hipótesis que sitúan el origen del magnetismo en el Universo primigenio o en etapas anteriores a la recombinação. La mayoría de ellos asumen la posibilidad de que los campos magnéticos estuvieran presentes ya en las condiciones iniciales del Universo. En algunos casos, dichos campos primigenios tienen intensidades del orden de  $\sim 10^{-20}$  G en la etapa protogaláctica constituyendo la semilla suficiente para ser amplificado mediante un mecanismo dinamo. Además, existen *hechos observacionales* que apoyan este tipo de mecanismos, como son, por ejemplo:

- rotación de Faraday observada a alto z (Kronberg et al. 2008).
- absorción observada en sistemas Lyman- $\alpha$  y rotación de Faraday en los mismos (Oren & Wolfe 1995).

Aún así, dicho origen no está exento de problemas (ver por ej. Kulsrud & Zweibel 2008). Algunos de esos problemas son por ejemplo, para el caso de los mecanismos que dan lugar a la semilla del campo magnético mediante transiciones de fase que tienen lugar anteriores a la era de la radiación, se tiene que la longitud de coherencia típica es mucho más pequeña de lo que se espera. Si por otra parte consideramos aquellos campos magnéticos que han sobrevivido a una etapa inflacionaria, resulta que son significativamente más débiles. A la vista de estos hechos, se han propuesto numerosos mecanismos de amplificación (ver por ej. Turner & Widrow 1988) para el campo magnético de origen primordial aunque, en cualquier caso, la cuestión sobre su origen sigue abierta.

Independientemente del mecanismo generador el PMF debe cumplir las siguientes restricciones:

- Derivadas del CMB: en este caso, dependerá de si se está considerando un campo magnético estocástico u homogéneo.
  - *Para un campo magnético estocástico:* El espectro de potencias de dicho campo viene dado por:

$$\langle B_i^*(k)B_j(k) \rangle \sim (\delta_{ij} - \hat{k}_i\hat{k}_j)P_B(k) + i\epsilon_{ijl}\hat{k}_lP_H(k) \quad (1.19)$$

donde  $P_B(k)$  representa la parte simétrica del espectro ( $P_B \sim \langle |B|^2 \rangle$ ); mientras  $P_H(k)$  es la parte que representa la helicidad del espectro ( $P_H(k) \sim \vec{B} \times (\nabla \times \vec{B})$ ).

Si el magnetismo no es despreciable, se introducen una serie de anisotropías en el tensor energía-momento, como vorticidad y ondas gravitatorias. La parte simétrica contribuye a las anisotropías de temperatura y

polarización inducidas por perturbaciones vectoriales y tensoriales; mientras que la parte de la helicidad, introducirá correlaciones entre temperatura y polarización.

- *Para un campo magnético homogéneo:* se espera que dé lugar a una ruptura de simetría espacial, introduciendo anisotropías no gaussianas y correlaciones entre los multipolos  $l$  y  $l \pm 2$  (ver Scannapieco & Ferreira 1997).
- Derivadas de la nucleosíntesis primordial: La presencia del magnetismo, cambia el ritmo de expansión del Universo, y por tanto, produce un cambio en la abundancia de  $^4\text{He}$  (O'Connell & Matese 1969). Además cambia el ritmo de las reacciones (ver por ej. Grasso & Rubinstein 1996). También se ha observado que incrementa notablemente el decaimiento  $\beta$  de los neutrones (Matese & O'Connell 1969).

Los distintos mecanismos con un origen anterior a la formación de las galaxias son los siguientes:

1. Procedentes de la Inflación. Al igual que ocurre con el inflatón que da lugar a fluctuaciones en la densidad a gran escala, es razonable pensar que las fluctuaciones de campos electromagnéticos pueden dar lugar a campos magnéticos a gran escala. Esto es posible cuando se permite un acoplamiento del campo electromagnético con otros campos, como puede ser el gravitatorio. Bajo no-invariancia conforme este hecho puede dar lugar a campos magnéticos a gran escala (ver Turner & Widrow 1988, para más detalles). El modelo más simple planteado en este marco es el propuesto por Giovannini (2000), capaz de producir partículas en un espacio de De Sitter, así como correlaciones entre carga y corriente y la conductividad del plasma.

Otros trabajos que proponen una magnetogénesis inflacionaria son: Ratra (1992) que supone un acoplamiento entre el inflatón y las ecuaciones de Maxwell. También los presentados por Dolgov & Silk (1993); Dimopoulos et al. (2002); Bamba & Sasaki (2007); Campanelli et al. (2008), entre otros.

2. Procedentes de la Cosmología de Cuerdas. La idea en este caso es suponer que el acoplamiento electromagnético es dinámico ( $g \sim e^{\Phi t}$ , donde  $\Phi$  es el llamado dilatón). Su evolución temporal implicará un cambio en el acoplamiento y por tanto, una generación de campo magnético. Para profundizar en este mecanismo consultar Gasperini et al. (1995).
3. Procedentes de defectos cósmicos (Hollenstein et al. 2008).

4. Procedentes de Transiciones de Fase cosmológicas. El primer escenario fue propuesto por Hogan (1983). La transición de fase tendría lugar en distintos de lugares del Universo. En los bordes de esos lugares podría suponerse la presencia de grandes gradientes de temperatura o de cualquier otra magnitud capaz de describir la transición de fase. Esos elevados gradientes producirían mediante un mecanismo termoeléctrico una batería de Biermann. Puede encontrarse una revisión más completa y actual en Boyanovsky et al. (2003) y en las referencias que contiene.
5. Procedentes de la vorticidad.
  - a) Mecanismo de Harrison (Harrison 1969, 1973). Los campos magnéticos pueden generarse durante la era de dominio de la radiación.
  - b) Evolución no lineal de la perturbaciones en densidad (Matarrese et al. 2005). Otros trabajos en esta misma línea son los presentados por Siegel & Fry (2006) o Kobayashi et al. (2007).
6. Procedentes de perturbaciones en la métrica (Maroto 2001; Takahashi et al. 2006).
7. Procedentes de dinamos ocurridos antes de la recombinação. Semikoz & Sorkoloff (2004) proponen que la ruptura de la paridad junto con la asimetría de los neutrinos hacen que el parámetro  $\alpha$  del dinamo sea distinto de cero.

Además existen otros trabajos como por ejemplo el de Gnedin et al. (2000) que sitúa la aparición del magnetismo en la reionización del Universo.

## 1.6. El campo magnético galáctico

La existencia del campo magnético galáctico (GMF, del inglés *galactic magnetic field*) fue propuesta inicialmente por Fermi (1954) para quien el GMF debería estar concentrado en el disco de la galaxia aunque por aquellos años aún no había forma de constatar dicha hipótesis observationalmente. La primera evidencia observational del campo magnético en nuestra galaxia se obtuvo un par de años después mediante la observación de la polarización en el visible de la luz estelar Hiltner (1956). Tras este descubrimiento y con el avance en la sensibilidad de la instrumentación se pudo medir también la polarización de la luz estelar en galaxias cercanas a la nuestra. El momento cumbre que hizo despegar el estudio del magnetismo galáctico se debió al descubrimiento de la polarización de la emisión sincrotrón en longitudes de onda de radio por Wielebinski & Shakeshaft (1962) (ver sección 1.7). Este hecho se convirtió en una potente técnica para la detección y medición de los campos magnéticos,

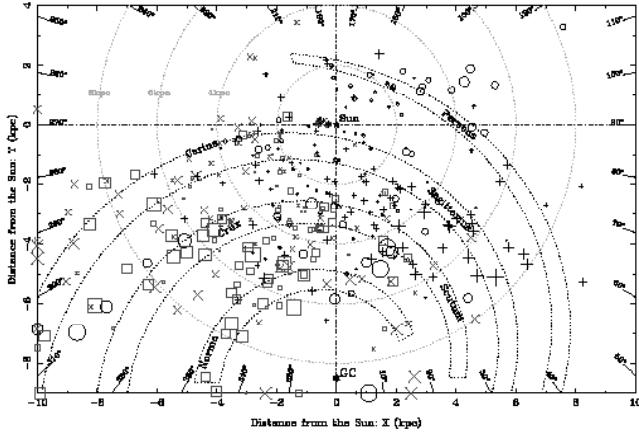


Figura 1.3: Representación de la distribución de RM de 388 púlsares con  $|b| < 8^\circ$  proyectado en el plano galáctico. El tamaño de los símbolos es proporcional a la raíz cuadrada de su medida de rotación estando entre 9 y  $900 \text{ rad/m}^2$ . Círculos y cuadrados representan  $RM < 0$ ; mientras que aspas y cruces representan  $RM > 0$ . Las distancias a los púlsares se han establecido utilizando el modelo NE2001 (Cordes & Lazio 2002) para la distribución de electrones térmicos. La figura ha sido obtenida de Han et al. (2006)

tanto en nuestra galaxia como en galaxias cercanas. Dicha técnica junto con la medición de medida de rotación (RM, del inglés *rotation measure*) de púlsares y fuentes extragalácticas (EGRS, del inglés *extragalactic radio sources*) constituyen hoy día las herramientas más importantes para su estudio. Estos hechos hicieron que el magnetismo se convirtiera en un elemento clave para entender la galaxia, pues juega un papel imprescindible en la dinámica (ver por ej. Nelson 1988; Battaner et al. 1992; Battaner & Florido 2000). Existen numerosos artículos de revisión sobre magnetismo galáctico entre los que destacamos: Beck et al. (1996); Beck (2001, 2004, 2008a); Battaner et al. (2008); Reich (2008); Han (2009).

En base a las dos técnicas citadas, comenzaron a construirse catálogos de púlsares y EGRS con el fin de determinar la estructura del campo magnético en nuestra galaxia teniendo en cuenta que los púlsares son objetos situados fundamentalmente en el disco galáctico, mientras que por el contrario, las EGRS son objetos situados fuera del disco. Conociendo la rotación de Faraday de ambos objetos podríamos hacernos una idea de la estructura a gran escala de nuestro GMF. En la Figura 1.3 se muestra la forma del GMF deducida del catálogo de púlsares obtenido por Han et al. (2006).

Uno de los primeros catálogos de púlsares fue el de Manchester (1974) en el cual se midió la medida de rotación para 18 púlsares. Basándose en dichas observaciones, propuso que la estructura local del GMF tenía una componente radial. La intensidad

de GMF deducida fue de  $2,2 \pm 0,4\mu G$ . Tras la aparición de este trabajo, Simard-Normandin & Kronberg (1980) y Tabara & Inoue (1980) realizaron sendos catálogos de medidas de rotación de EGRS. Ambos fueron utilizados para restringir el modelo que describía el GMF. Cabe destacar el resultado obtenido por Thomson & Nelson (1980) derivado del análisis de dichos catálogos y concerniente a la estructura del GMF, que reveló un cambio de signo en la medida de rotación de las EGRS de un brazo de nuestra galaxia con respecto al siguiente brazo. Hoy día es lo que conocemos como *reverso* y representa un cambio en la dirección de las líneas de campo magnético a diferentes distancias radiales.

A principios de los años 80, Inoue & Tabara (1981) y Sofue & Fujimoto (1983) presentaron un detallado estudio sobre el GMF combinando los datos de medidas de rotación de EGRS y de polarización en el visible para determinar el modelo de GMF en la vecindad solar. El resultado obtenido por Sofue & Fujimoto (1983) fue un modelo bisimétrico compuesto por dos brazos espirales que aparentemente seguía la estructura espiral visible de la galaxia. Rand & Kulkarni (1989) utilizando la medida de rotación de 200 púlsares, confirmaron la presencia de dichos reversos, así como propusieron un modelo que consistía en una serie de anillos circulares concéntricos, como veremos en el Capítulo 3. Vallee (1991) propuso un modelo de GMF axisimétrico para explicar los datos de RM, introduciendo una modificación Poezd et al. (1993) para dar cuenta de los reversos. Han & Qiao (1994) propusieron un modelo de GMF bisimétrico de 4 brazos espirales. Los distintos modelos citados se verán en profundidad en el Capítulo 3.

En la actualidad, el desarrollo de experimentos para el estudio de rayos cósmicos ultra-relativistas está proporcionando indirectamente una herramienta útil para explorar el modelo de GMF (Kachelrieß et al. 2007). Deducidos de la propagación de rayos cósmicos se han obtenido distintos modelos para el GMF entre los que cabe señalar: Stanev (1997); Harari et al. (1999); Tinyakov & Tkachev (2002); Prouza & Šmíd (2003). Finalmente hay que destacar el hecho de que el magnetismo galáctico puede explicar las anisotropías a gran escala observadas por MILAGRO (Abdo et al. 2009) tal y como han sugerido recientemente Battaner et al. (2009). Junto a esta nueva forma de describir el GMF, los esfuerzos se están centrando en la obtención de RM de púlsares y EGRS en ambos hemisferios, así como en la elaboración de cartografiados a todo el cielo de polarización en radio con el fin de combinar ambas fuentes de datos. A nivel teórico, los ajustes de los datos, sugieren modelos de GMF más complejos de los propuestos hasta ahora.

## 1.7. Métodos de detección de campo magnético

Son varios los métodos utilizados para la medición del magnetismo en el Universo. A nivel galáctico y extragaláctico, autores como Beck (2000, 2007, 2009b) y Han (2009) enfatizan el hecho de que la información más realista del GMF procede de las RM de púlsares y fuentes extragalácticas. Son varios los artículos de revisión que recogen los distintos métodos: Kronberg (1994); Han & Wielebinski (2002); Widrow (2002); Wielebinski (2005); Beck (2008b); Reich (2008); Reich & Reich (2009).

En la detección del GMF tenemos que tener en cuenta que posee dos componentes: una es la componente regular ( $B_{reg}$ ) responsable de la estructura a gran escala y otra la componente aleatoria ( $B_{ran}$ ) responsable de la estructura a pequeña escala.

Las observaciones de los campos magnéticos pueden realizarse a diferentes longitudes de onda que van desde el visible, infrarrojo, milimétrico, sub-milimétrico hasta el radio, siendo este último el que más información aporta sobre la estructura de los campos magnéticos.

Los métodos de medición utilizados para el estudio del magnetismo galáctico y extragaláctico son:

- *Radiación sincrotrón.*

La radiación sincrotrón constituye una de las herramientas más potentes para el estudio de los campos magnéticos presentes en el medio interestelar. Esta radiación consiste en la emisión producida por electrones relativistas que se encuentran girando en el seno de un campo magnético. La información sobre los campos magnéticos se deduce tanto de la intensidad total de dicha emisión como de su polarización. La **intensidad total** de la emisión sincrotrón es una medida de la densidad de electrones de rayos cósmicos (UHECR, del inglés *ultra-high energy cosmic rays*) presentes en un rango de energía determinado y de la intensidad total del campo magnético dentro del plano del cielo.

La **polarización** de la emisión sincrotrón nos da información sobre la componente regular del campo magnético. La componente aleatoria o turbulenta del campo no produce polarización. La componente regular se caracteriza por poseer una dirección constante y sus vectores de polarización tienen una ambigüedad de  $180^\circ$ . La depolarización indica la presencia de campos turbulentos.

La sincrotrón es una radiación altamente polarizada, llegando su grado de polarización lineal hasta un  $\approx 75\%$  aunque observationalmente es menor debido a una serie de fenómenos que tienen lugar como son: la contribución de emisión térmica no polarizada, que posiblemente domine en regiones de formación estelar o también por la depolarización Faraday que tiene lugar a lo largo de la línea de visión y a través del haz del radiotelescopio. La orientación de los

vectores de polarización cambian en un medio magnetizado mediante rotación de Faraday (para más detalle ver siguiente apartado).

Son varios los textos en los que se puede ver en detalle esta emisión como por ejemplo el texto de Rybicki & Lightman (1986). La emisión sincrotrón nos proporciona información sobre la componente del campo magnético perpendicular a la línea de visión tal y como se ilustra en la Figura 1.4.

La intensidad total de la emisión sincrotrón depende de la distribución de electrones relativistas. Normalmente esta distribución viene descrita por una ley de potencias de la forma:

$$n_e(E)dE = n_{e0} \left( \frac{E}{E_0} \right)^{-p} dE \quad (1.20)$$

siendo  $p$  el índice espectral importante para la determinación del grado de polarización; y  $n_{e0}$  la densidad de electrones cuya energía es  $E_0$ . La intensidad total de sincrotrón viene dada por:

$$I_\nu \sim n_{e0} \nu^{(1-p)/2} B_\perp^{(p+1)/2} \quad (1.21)$$

siendo  $B_\perp$  la componente del campo magnético perpendicular a la línea de visión. Si la distribución de electrones presenta polarización, se puede definir el grado de polarización  $\pi$  como:

$$\pi = \frac{I_\perp(\nu) - I_{||}(\nu)}{I_\perp(\nu) + I_{||}(\nu)} \quad (1.22)$$

donde  $I_\perp$  e  $I_{||}$  indican las intensidades en la dirección perpendicular y paralela a la proyección del campo magnético en el plano del cielo. En el caso de un campo magnético regular y una distribución de electrones de tipo ley de potencias, el grado de polarización depende únicamente del índice espectral según:

$$\pi = \frac{p+1}{p+7/3} \quad (1.23)$$

Hay que notar que para valores típicos observados en una galaxia espiral  $p \sim 3$ , el grado de polarización del sincrotrón puede llegar a ser del orden del 75 %.

En el Capítulo 3 se explicará más detalladamente la polarización de la emisión sincrotrón. Artículos de referencia básicos son Westfold (1959) y Ginzburg & Syrovatskii (1965).

- *Rotación de Faraday.*

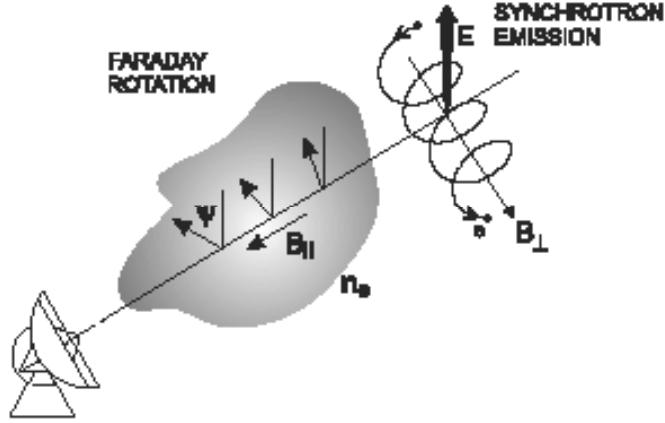


Figura 1.4: Ilustración esquemática de las dos técnicas de detección de magnetismo más utilizadas: emisión sincrotrón y rotación de Faraday. La figura ha sido obtenida de Wielebinski (2005)

La rotación de Faraday fue detectada por primera vez por Cooper & Price (1962) en fuentes extragalácticas. Consiste en la rotación del plano de polarización de una onda de radio linealmente polarizada (emitida por una radiofuente) que atraviesa un medio magnetizado girando su plano de polarización un ángulo  $\phi$  (ver figura 1.4). Esta rotación depende de la distancia que atraviesa la onda ( $l$ ) a lo largo de la línea de visión; la densidad de electrones térmicos ( $n_e^{termica}$ ) y la intensidad del campo magnético a lo largo de la línea de visión ( $B_{||}$ ), de forma que:

$$\phi = \phi_0 + \frac{e^3}{2\pi m_e^2 c^4} \lambda^2 \int_0^L n_e^{termica} B_{||} dl \quad (1.24)$$

Se define la medida de rotación ( $RM$ ) como:

$$RM = \frac{e^3}{2\pi m_e^2 c^4} \int_0^L n_e^{termica} B_{||} dl = 0,81 \int_0^L n_e^{termica} B_{||} dl \approx n_e^{termica} B_{||} L \quad (1.25)$$

donde el  $B_{||}$  está dado en unidades de  $\mu G$ ;  $dl$  en pc y  $n_e^{termica}$  en  $cm^{-3}$ . La  $RM$  resultante vendrá dada en unidades de  $rad/m^2$  (Rybicki & Lightman 1986).

Hemos de notar que por definición, si  $RM > 0$ , el campo magnético apunta hacia el observador. Algunas radiofuentes, como las fuentes extragalácticas, poseen una medida de rotación intrínseca.

Tradicionalmente, la  $RM$  de púlsares y fuentes extragalácticas se ha utilizado para determinar la estructura del campo magnético del disco de la galaxia,

dado que nos proporciona información sobre la componente regular del campo a lo largo de la línea de visión.

#### ■ *Polarización en el visible*

Éste fue el primer método utilizado para la detección del GMF. Se debe a que los campos magnéticos presentes en el medio interestelar producen un alineamiento de los granos de polvo presentes en dicho medio.

- Polarización de la luz estelar: (Behr 1959; Mathewson & Ford 1970). Este método sólo permite detectar campos magnéticos en la vecindad solar y la única conclusión segura que se deduce acerca de la estructura del GMF es que dicho campo está contenido en el disco de la galaxia.
- Emisión térmica polarizada del gas en longitud de onda sub-milimétrica, milimétrica e infrarroja (Hildebrand et al. 2000): puede resultar bastante potente debido al bajo “scattering” esperado a estas longitudes de onda, y por tanto, permite establecer que la polarización medida se deba únicamente a la originada por la emisión del polvo alineado en el campo magnético.

#### ■ *Efecto Zeeman*

Consiste en el desdoblamiento que tiene lugar en las líneas espectrales de un átomo cuando éste se encuentra en el seno de un medio magnetizado. Dicho desdoblamiento nos da una información directa de la intensidad de campo magnético de acuerdo a:

$$\delta\nu_Z = \frac{eB_{||}}{2\pi m_e} \quad (1.26)$$

A nivel galáctico, se utiliza para detectar campos magnéticos en nubes moleculares (Crutcher 1999). Resulta relevante para la comprensión de los procesos de formación estelar en nubes.

## 1.8. Cartografiados en longitud de onda centimétrica

En la presente sección se presentan brevemente los cartografiados de todo el cielo y a distintas frecuencias de radio que se han realizado con el fin de determinar la estructura del campo magnético de nuestra galaxia (ver por ej. Reich 2006). Estos cartografiados son de intensidad total y/o intensidad polarizada. Los de intensidad polarizada a baja frecuencia nos revelan algunas pistas sobre el campo magnético

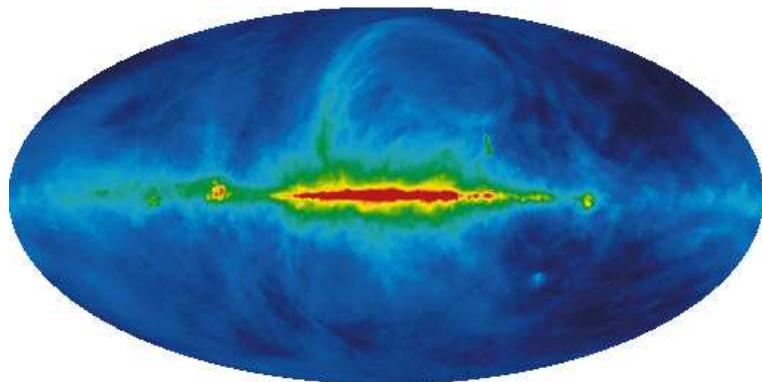


Figura 1.5: Cartografiado de todo el cielo en intensidad, a 408 MHz en coordenadas galácticas. Los datos son una combinación de los cartografiados obtenidos por los telescopios de Jodrell Bank MkI y MkIA, el telescopio de Effelsberg de 100 m y el de Parkes de 64 m. La resolución angular es  $0,85^\circ$ . La figura ha sido obtenida de <http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/foreground>.

local, la estructura de regiones cercanas como los llamados “loops” que poseen un campo magnético propio que se superpone al campo magnético galáctico; o sobre la estructura del medio interestelar magnetizado. Como se aprecia en las figuras, la emisión galáctica en radio se debe fundamentalmente a remanentes de supernovas, a regiones HII y a la emisión difusa del medio interestelar. Esta última se debe principalmente a la radiación sincrotrón y en menor grado a la emisión difusa que produce el gas de baja densidad. La polarización del sincrotrón proporciona información sobre la regularidad del campo magnético y su orientación. Teniendo un buen conocimiento de los llamados “loops”, así como de las regiones HII podremos restar su contribución en los mapas de intensidad polarizada y obtener esencialmente la emisión sincrotrón de nuestra galaxia, con el fin de modelar el campo magnético que la produce.

- A frecuencia de 408 MHz Haslam et al. (1981, 1982): este cartografiado nos muestra la intensidad de la emisión de todo el cielo a 408 MHz (ver figura 1.8).
- A frecuencia 1.4 GHz : Reich (1982); Reich & Reich (1986); Reich et al. (2001); Wolleben et al. (2006); Testori et al. (2008) A esta frecuencia se encuentran dos cartografiados, uno en intensidad total y otro en intensidad polarizada (Figura 1.8).
- A frecuencias de 31.5, 53 y 90 GHz: son cartografiados en intensidad total obtenidas por la misión de la NASA y de la ESA, COBE (Smoot et al. 1992).
- A frecuencias de 22, 33, 41, 61 y 94 GHz : obtenidas por la misión de la

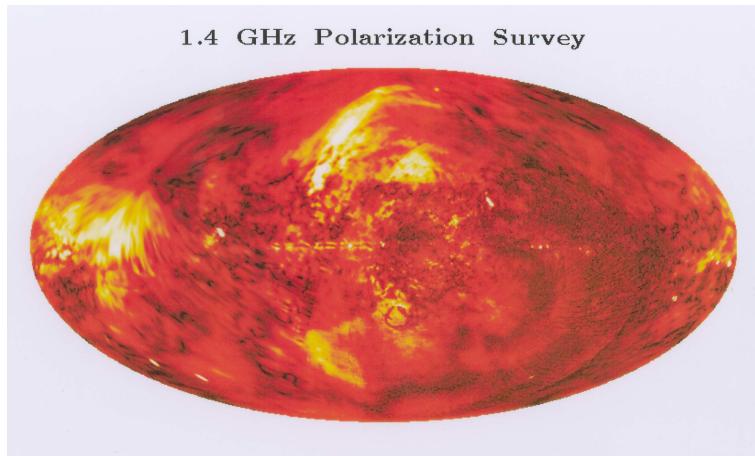


Figura 1.6: Cartografiado de todo el cielo en intensidad polarizada, a 1.4 GHz en coordenadas galácticas. Los datos combinan observaciones del cielo del norte obtenidas con el telescopio de 26 m DRAO y el cartografiado realizado en el polo sur con el telescopio argentino de 30 m de Villa Elisa. La resolución angular es de 36'. La figura ha sido cortesía del Prof. Richard Wielebinski.

NASA, WMAP (Hinshaw et al. 2009). En la Figura 1.8 se muestran los datos de intensidad polarizada a 22 GHz obtenidos por la misión WMAP que serán utilizados en el capítulo 3.

Finalmente hemos de añadir que la misión PLANCK (ESA) lanzada en mayo de 2009 proporcionará nuevos cartografiados a todo el cielo en las frecuencias 30, 44, 70, 100, 143, 217, 353, 545 y 857 GHz.

## 1.9. Objetivos científicos de esta tesis

Esta tesis engloba un estudio del magnetismo en diversas escalas, desde nuestra propia galaxia hasta la estructura a gran escala del Universo. La tesis consta de dos bloques diferenciados. Uno dedicado al estudio del campo magnético primordial y la posibilidad de su detección, y otro dedicado al estudio del campo magnético galáctico. El conocimiento del campo magnético galáctico es esencial para descontaminar su efecto para detectar el campo magnético primordial y tiene un evidente interés en sí mismo.

Los objetivos globales de esta tesis son:

1. Obtener las ecuaciones que describen la evolución temporal de las anisotropías primarias de la radiación cósmica de fondo en presencia de un campo magnético

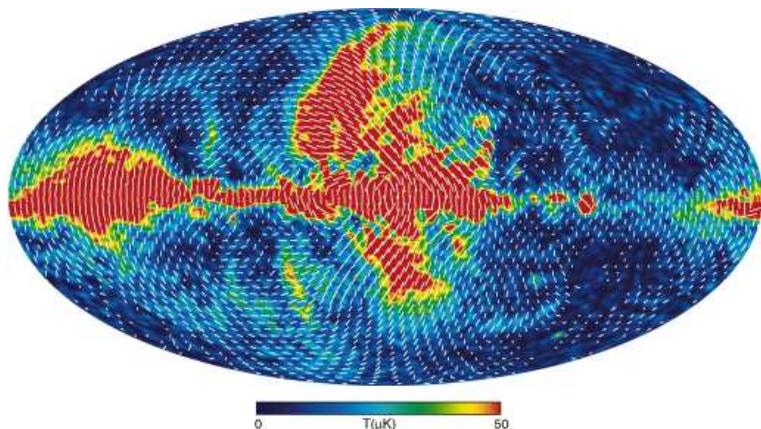


Figura 1.7: Cartografiado de todo el cielo en intensidad polarizada, a 22 GHz en coordenadas galácticas. Los datos proceden del satélite espacial WMAP. La resolución angular es de  $7'$ . La figura ha sido obtenida de <http://lambda.gsfc.nasa.gov/products/wmap>

primordial con el fin de estudiar su influencia sobre la formación de estructura a gran escala en el Universo así como de ver su influencia en la época de la Reionización.

2. Obtener el mejor modelo de campo magnético galáctico capaz de reproducir los datos de polarización a 22 GHz de WMAP, sabiendo que a esta frecuencia, la principal contribución que existe proviene de la radiación sincrotrón producida por el campo magnético de nuestra galaxia.
3. Cuantificar la influencia de dicho campo magnético galáctico sobre la dinámica de nuestra propia galaxia estudiando y reproduciendo su curva de rotación con el fin de obtener ciertas restricciones sobre la cantidad de materia oscura galáctica.
4. Obtener aquellas regiones en las que el campo magnético primordial sea directamente detectable mediante rotación de Faraday, tras restar la contribución del campo magnético galáctico modelado previamente, con el fin de delimitarlas y buscar señal en los próximos datos que serán obtenidos por la misión PLANCK (ESA).



# Capítulo 2

## Influencia del campo magnético en la formación de estructura del Universo.

### 2.1. Introducción

Existen varios hechos observacionales que apuntan a un origen primordial del magnetismo en el Universo como la presencia de campo magnético en objetos distantes (de alto corrimiento al rojo,  $z$ ). Dicho origen primordial puede ser explicado mediante diferentes mecanismos (ver Sección 1.5) siendo las intensidades de campo predichas de entre 1 y 10 nG en algunos casos. De ser así, estos valores deberían haber dejado huella en las anisotropías primarias del CMB. Son numerosos los trabajos que dan cuenta de esta influencia del PMF sobre el CMB, entre los que cabe destacar por ejemplo: Kosowsky & Loeb (1996); Barrow et al. (1997); Subramanian & Barrow (1998); Subramanian et al. (2003); Scóccola et al. (2004); Campanelli et al. (2004); Naselsky et al. (2004); Lewis (2004); Giovannini (2004b,a, 2005); Kosowsky et al. (2005); Giovannini (2006b,c,a); Barrow et al. (2007); Giovannini & Kunze (2008b,a); Kahnashvili et al. (2009).

En el presente capítulo se estudia la influencia de un campo magnético primordial en las etapas tempranas del Universo. Dicho estudio está basado en los trabajos previos realizados por Battaner et al. (1997b); Florido & Battaner (1997); Battaner et al. (1997a); Battaner & Florido (1998) en los que se obtiene la evolución de las inhomogeneidades de densidad en una época anterior a la igualdad asumiendo que el Universo era un fluido dominado por fotones.

El estudio de la evolución de las inhomogeneidades de densidad en ausencia de campos magnéticos es un tema clásico presente en múltiples textos (ver por ej. Weinberg 1972; Peebles 1980; Padmanabhan 1993). La inclusión del magnetismo en la

formación y evolución de estructura ha dado lugar a distintos trabajos, dependiendo de que dicho campo magnético sea uniforme o estocástico. El pionero fue el realizado por Zel'Dovich (1965) en el que expuso un modelo donde el crecimiento de estructura se debía únicamente a la presencia de un campo magnético. Posteriormente a este estudio han aparecido distintos trabajos utilizando la hipótesis de PMF uniforme (Barrow et al. 1997; Giovannini 1999; Barrow & Maartens 1999; Giovannini 2000; Bronnikov et al. 2004). El principal problema de la presencia de un campo magnético primordial uniforme es que dicho campo supone la ruptura de la isotropía espacial del Universo. Para salvar este problema, se supone la creación de campo magnético distribuido aleatoriamente en el Universo o estocástico (ver por ej. Giovannini 2004a; Barrow et al. 2007; Giovannini & Kunze 2008c).

Nuestra **motivación** viene impuesta porque en la actualidad, los experimentos de CMB cuentan con la sensibilidad necesaria para medir o acotar la presencia de un campo magnético primordial. El satélite PLANCK es el primer experimento que nos podría dar alguna evidencia sobre su existencia. Es por ello fundamental estudiar la evolución del magnetismo en las épocas tempranas y ver la huella que pudo dejar en el CMB para una mejor comprensión del Universo.

En el trabajo que se expone a continuación se presenta nuestra derivación de las ecuaciones de evolución de las inhomogeneidades de densidad en presencia de un campo magnético, fotones, bariones, neutrinos, partículas de materia oscura y energía oscura. Hay dos formas de estudiar la influencia del magnetismo en el crecimiento de estructuras. La primera se hace asumiendo una distribución estocástica de campo magnético primordial (ver por ej. Giovannini 2004a; Giovannini & Kunze 2008c); mientras que la segunda, se refiere al seguimiento de una estructura primordial, por ejemplo, de un tubo de flujo magnético. Nuestro trabajo se engloba dentro de esta segunda forma, pues los tubos de flujo magnético producen filamentos magnéticos similares a los de la estructura a gran escala del Universo observable. Además, estos tubos de flujo magnético se han encontrado en otros sistemas ionizados presentes en el Universo, como por ejemplo, el Sol o el medio interestelar.

En general, la presencia de un campo magnético producirá curvatura en el espacio-tiempo y por tanto perturbaciones de densidad. La época en la que vamos a llevar a cabo este estudio es la era dominada por la radiación con el fin de ampliar los trabajos realizados por Battaner et al. (1997b); Florido & Battaner (1997) incluyendo partículas de materia oscura fría, neutrinos y energía oscura. Además ampliamos dicho trabajo hasta el momento inmediatamente anterior al desacoplamiento (ver Figura 1.1) con el fin de estudiar a nivel teórico los efectos del magnetismo que podrían ser detectados. En esta etapa, tendremos que considerar la componente bariónica, al encontrarnos en una etapa dominada por la materia. En realidad, la inclusión de una única componente bariónica es una simplificación puesto que tendría que considerarse separadamente protones y electrones acopla-

dos mediante interacciones electromagnéticas. La validez de esta aproximación se demuestra en Giovannini (2004a).

El tratamiento que se realiza es relativista, siendo posible trabajar en el marco de los fluidos perfectos y en el régimen lineal. La inclusión del magnetismo se considera como un efecto de segundo orden. Bajo este marco, se plantea un sistema de ecuaciones compuesto por las ecuaciones de Maxwell, las ecuaciones de campo de Einstein y las ecuaciones de conservación de energía-momento, donde el tensor energía-momento da cuenta del campo magnético, de la energía oscura, y de las distintas componentes materiales del fluido dependiendo de la época en consideración, siendo fotones, partículas de materia oscura y neutrinos en el caso de era dominada por la radiación. Para el momento inmediatamente anterior al desacoplamiento, el tensor dará cuenta además de la componente bariónica, así como del acoplamiento vía “scattering” Thomson existente entre bariones y fotones. Las delimitaciones de ambas etapas vendrán representadas por los valores que tome el factor de escala del Universo; así para el primer caso, consideraremos como límite superior el impuesto por  $a \approx 10^{-5}a_0$ , que nos indica el momento anterior a la época acústica; mientras como límite inferior la era de la post-aniquilación, con el fin de evitar ciertos saltos en la temperatura de los fotones. Una vez planteado nuestros sistemas de ecuaciones, se perturban determinadas magnitudes para obtener los sistemas de ecuaciones perturbadas que den cuenta de la evolución de las inhomogeneidades de densidad en presencia de un campo magnético, constituyendo éste nuestro primer resultado. Bajo ciertas simplificaciones, la solución particular para un tubo de flujo magnético nos permitirá obtener la influencia del magnetismo en la reionización del Universo siendo éste nuestro principal resultado. Finalmente, describimos brevemente del “Universo huevera” como una posible estructura a gran escala propuesta por (Battaner & Florido 1998); compararemos a nivel formal nuestras ecuaciones de evolución con las obtenidas por Giovannini & Kunze (2008c) en la era de dominación de la radiación y con las obtenidas por Giovannini (2004a) para la etapa anterior al desacoplamiento; y utilizaremos las expresiones dadas en Ma & Bertschinger (1995) para obtener los sistemas de ecuaciones en el “gauge” newtoniano y en el espacio de Fourier.

## 2.2. Consideraciones generales

A continuación, presentamos las hipótesis que vamos a tener en cuenta para la obtención de nuestro sistema de ecuaciones. Las épocas en las cuales vamos a considerar los efectos del magnetismo, son la era de dominación de la radiación; y la época inmediatamente anterior al desacoplamiento.

- Se considera que la media del campo magnético cosmológico es cero; de lo contrario estaría en contradicción con el Principio Cosmológico puesto que

de ser así, el carácter vectorial del campo magnético indicaría una dirección privilegiada en el Universo. A pesar de este hecho, en las escalas más pequeñas existen campos magnéticos aleatorios que en cualquier lugar nos puede dar  $\langle B^2 \rangle \neq 0$  pero siendo  $\langle \vec{B} \rangle = 0$ .

- Se asume que la evolución de los campos magnéticos no estará perturbada por procesos de creación y disipación debido a la época en la que se encuadra este estudio, dado que el campo magnético se considera como una perturbación.
- Los campos magnéticos darán lugar a perturbaciones en la métrica, lo cual inducirá movimientos e inhomogeneidades en la densidad.
- Para el primer planteamiento del sistema de ecuaciones relativo a la era de la dominación de la radiación, no se tienen en cuenta bariones ni electrones, sin embargo, aparecerá el término relativo a  $\nabla \times \vec{B}$  capaz de crear una corriente.
- Para el sistema de ecuaciones perturbadas final se despreciará la fuerza de Lorentz dado que se asume que la contribución bariónica en la era radiativa es despreciable.
- Sólo se consideran términos perturbados de primer orden.
- Se considera únicamente perturbaciones escalares de la métrica.

### 2.2.1. Perturbaciones de la métrica

El tratamiento de las perturbaciones de la métrica, puede abordarse desde dos “gauges” distintos: el “gauge” síncrono (ver por ej. Weinberg 1972) y el newtoniano conforme (Mukhanov et al. 1992).

**Perturbaciones en el “gauge” síncrono.** El elemento de línea viene dado por:

$$ds^2 = a(t)^2[-dt^2 + (\delta_{ij} + h_{ij})dx^i dx^j] \quad (2.1)$$

siendo  $t$ , la coordenada temporal y  $h_{ij}$  las perturbaciones espaciales de la métrica. Se cumple que las componentes  $h_{0i} = h_{00} = 0$ . En general, la perturbación de la métrica  $h_{ij}$  puede descomponerse en la perturbación de  $h_{ii} = h$  y en una parte descrita por  $h_{ij}^{\parallel}$ ,  $h_{ij}^{\perp}$  y  $h_{ij}^T$ , es decir:

$$h_{ij} = \frac{\delta_{ij}}{3}h + h_{ij}^{\parallel} + h_{ij}^{\perp} + h_{ij}^T$$

donde por definición,  $h_{ij}^{\parallel}$ ,  $h_{ij}^{\perp}$  son las componentes longitudinal y transversal respectivamente, y satisfacen las siguientes relaciones:

$$\epsilon_{ijk}\partial_j\partial_j h_{lk}^{\parallel} = 0 \quad (2.2)$$

$$\partial_i\partial_j h_{ij}^{\perp} = 0 \quad (2.3)$$

$$\partial_i h_{ij}^T = 0 \quad (2.4)$$

Es lícito, por tanto, escribir  $h_{ij}^{\parallel}$  en términos de un campo escalar  $\phi$  y  $h_{ij}^{\perp}$  en términos de un vector  $\vec{A}$  tal que  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$  de la forma:

$$h_{ij}^{\parallel} = (\partial_i\partial_j - \frac{1}{3}\delta_{ij}\nabla^2)\phi \quad (2.5)$$

$$h_{ij}^{\perp} = (\partial_i A_j - \partial_j A_i) \quad (2.6)$$

La traza  $h$  junto con  $\phi$  caracterizan el modo escalar;  $A_i$  caracteriza los modos vectoriales y  $h_{ij}^T$ , los modos tensoriales de las perturbaciones de la métrica. Llamaremos “traza” de  $h_{ij}$  a  $h = h_{ii}$  aunque no se trate de un auténtico escalar por referirse la contracción de los índices espaciales.

Toda la descripción se ha realizado para el espacio real. El principal problema de trabajar en este espacio es que las componentes aparecen acopladas, es por ello, por lo que generalmente, se trabaja en el espacio de Fourier dado que en dicho espacio cada modo es independiente y puede resolverse por separado. Para transformar al espacio de Fourier los modos escalares de la métrica utilizaremos la siguiente expresión:

$$h_{ij}(\vec{x}, t) = \int d^3k e^{i\vec{k}\vec{x}} [\hat{k}_i \hat{k}_j h(\vec{k}, t) - (\hat{k}_i \hat{k}_j - \frac{1}{3}\delta_{ij}) 6\eta(\vec{k}, t)] \quad (2.7)$$

Para el caso en que se considera que la perturbación de la métrica es diagonal, la transformación al espacio del Fourier quedará:

$$h_{ij}(\vec{x}, t) = \int d^3k e^{i\vec{k}\vec{x}} [\hat{k}_i \hat{k}_j h(\vec{k}, t)] \quad (2.8)$$

**Perturbaciones en el “gauge” newtoniano conforme.** Este “gauge” sólo nos describe las perturbaciones escalares de la métrica, las cuales vienen caracterizadas por dos potenciales escalares:  $\phi$  y  $\psi$ , de forma que el elemento de línea en este caso viene dado por:

$$ds^2 = a^2(t)[-(1 + 2\psi)dt^2 + (1 - 2\phi)dx^i dx_i] \quad (2.9)$$

Estos potenciales tienen una equivalencia con los potenciales de Bardeen (Bardeen 1980). Nótese que  $\psi$  equivale al potencial newtoniano clásico. Existe una equivalencia entre los dos “gauges” presentados que puede verse en Ma & Bertschinger (1995).

### 2.2.2. Tratamiento relativista del campo magnético

A continuación recordamos brevemente el tratamiento del campo magnético en el marco relativista (ver por ej. Landau & Lifshitz 1971). El tensor energía-momento magnético a tener en cuenta en las ecuaciones de Einstein se deriva de:

$$4\pi\tau_{EM}^{\mu\nu} = \mathcal{F}_{\delta}^{\mu}\mathcal{F}^{\nu\delta} - \frac{1}{4\pi}g^{\mu\nu}\mathcal{F}_{\delta\gamma}\mathcal{F}^{\delta\gamma} \quad (2.10)$$

donde  $\mathcal{F}^{\mu\nu}$  es el tensor de Faraday. En el espacio de Minkowski, la forma contravariante-covariante del tensor de Faraday es:

$$\mathcal{F}_{\nu}^{\mu} = \begin{bmatrix} 0 & E_1 & E_2 & E_3 \\ E_1 & 0 & B_3 & -B_2 \\ E_2 & -B_3 & 0 & B_1 \\ E_3 & B_2 & -B_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

siendo  $\vec{E} = (E_1, E_2, E_3)$  las componentes clásicas del campo eléctrico y  $\vec{B} = (B_1, B_2, B_3)$  las del campo magnético. De forma abreviada, podemos expresarlo como:

$$\hat{\mathcal{F}}_{\nu}^{\mu} = \begin{bmatrix} 0 & \vec{E} \\ \vec{E} & \mathcal{B} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

donde  $\mathcal{B}$  está dado por:

$$\mathcal{B} = \begin{bmatrix} 0 & B_3 & -B_2 \\ -B_3 & 0 & B_1 \\ B_2 & -B_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

La inversa del tensor métrico de Friedmann-Robertson-Walker,  $g^{\mu\nu}$ , es:

$$g_{00} = -1 \quad (2.14)$$

$$g_{0i} = 0 \quad (2.15)$$

$$g_{ij} = \delta_{ij}a^2 \quad (2.16)$$

siendo  $a$  en este caso es el factor de escala cósmico. La matriz que nos permiten transformar las coordenadas de un sistema de referencia de Minkowski ( $\hat{g}_{\mu\nu} = \text{diagonal}(-1, 1, 1, 1)$ ) a uno FRW ( $g_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, a^2, a^2, a^2)$ ) viene dada por:

$$\Lambda_{\nu}^{\mu} = \frac{\partial x^{\mu}}{\partial x'^{\nu}} = \text{diagonal}(1, \frac{1}{a}, \frac{1}{a}, \frac{1}{a}) \quad (2.17)$$

por tanto, la ley de transformación de un sistema de referencia plano a otro curvo descrito por la métrica de FRW se obtendrá según:

$$g_{\mu\nu} = \Lambda_\alpha^\mu \Lambda_\beta^\nu \hat{g}_{\alpha\beta} \quad (2.18)$$

Aplicando esta transformación a la forma contravariante-covariante del tensor de Faraday obtenemos:

$$\mathcal{F}_\beta^\alpha = \Lambda_\mu^\alpha \Lambda_\beta^\nu \hat{\mathcal{F}}_\nu^\mu = \begin{bmatrix} 0 & a\vec{E} \\ \frac{1}{a}\vec{E} & \mathcal{B} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

La forma covariante-covariante del tensor quedará como:

$$\mathcal{F}_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} 0 & -a\vec{E} \\ a\vec{E} & a^2\mathcal{B} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

La forma contravariante-contravariante del tensor es:

$$\mathcal{F}^{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} 0 & a\vec{E}^{-1} \\ -\frac{1}{a}\vec{E} & \frac{\mathcal{B}}{a^2} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Finalmente, la forma covariante-contravariante del tensor es:

$$\mathcal{F}_\alpha^\beta = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{a}\vec{E} \\ -a\vec{E} & \mathcal{B} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Asumiendo que la conductividad eléctrica es infinita, el campo eléctrico es cero para el sistema de referencia en reposo de las partículas cargadas. Los efectos de una conductividad finita son despreciables según demuestran Cheng & Olinto (1994).

Utilizando la métrica de FRW en la ecuación (2.10), e introduciendo el tensor de Faraday dado por la ecuación (2.19), el tensor energía-momento que vamos a utilizar vendrá dado por:

$$4\pi\tau_{EM}^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{B_1 B_1}{a^2} & -\frac{B_1 B_2}{a^2} & -\frac{B_1 B_3}{a^2} \\ 0 & -\frac{B_2 B_1}{a^2} & -\frac{B_2 B_2}{a^2} & -\frac{B_2 B_3}{a^2} \\ 0 & -\frac{B_3 B_1}{a^2} & -\frac{B_3 B_2}{a^2} & -\frac{B_3 B_3}{a^2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{B^2}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{B^2}{2a^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{B^2}{2a^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{B^2}{2a^2} \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{a^2}\mathcal{B}\mathcal{B} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{B^2}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{B^2}{2a^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{B^2}{2a^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{B^2}{2a^2} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Operando en la expresión (2.23) se obtiene:

$$\tau_{mag}^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} \frac{B^2}{8\pi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{B^2}{24\pi a^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{B^2}{24\pi a^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{B^2}{24\pi a^2} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Llamando  $p_{mag} = \frac{\langle B^2 \rangle}{24\pi}$ , podemos expresar la densidad de energía magnética como:

$$\epsilon_{mag} = 3p_{mag} = \frac{\langle B^2 \rangle}{8\pi} \quad (2.25)$$

que es la ecuación de estado del campo magnético.

En las siguientes secciones se exponen los elementos necesarios para obtener el sistema de ecuaciones que describa la evolución de las inhomogeneidades de densidad en presencia de un campo magnético. Lo primero que necesitamos conocer es el tensor de energía-momento de cada una de las componentes, lo siguiente es plantear las ecuaciones de Einstein, las ecuaciones de Maxwell relativistas y las de conservación de energía-momento sustituyendo la expresión del tensor energía-momento total para finalmente permitir la fluctuación de determinadas magnitudes y obtener el sistema de ecuaciones perturbado buscado.

## 2.3. Tensor energía-momento. Perturbaciones. Tensor energía-momento perturbado

Cada una de las componentes del fluido que vamos a considerar lleva asociado un tensor de energía-momento. En nuestro caso, vamos a trabajar bajo la aproximación de fluido perfecto. Esta aproximación es válida, tanto en la época de dominación de la radiación como en la época anterior al desacoplamiento y para todas las componentes que consideramos a excepción de los neutrinos que requieren una descripción aparte como veremos. Recordamos brevemente que el fluido del Universo que estamos considerando está compuesto por:

- Fotones.
- Bariones (engloba protones y neutros y están acoplados con los electrones debido a la condición de neutralidad macroscópica).
- Neutrinos ligeros.
- Partículas de materia oscura fría.
- Energía oscura.

- Campo magnético.

La expresión del tensor energía-momento de un fluido perfecto viene dada por:

$$\tau_{\mu\nu} = pg_{\mu\nu} + (p + \epsilon)U_\mu U_\nu \quad (2.26)$$

donde  $p$  es la presión hidrostática;  $\epsilon$ , la densidad de energía y  $U_\mu$ , el vector 4-velocidad del fluido. Es necesario conocer la ecuación de estado de la componente en cuestión. Dada la ecuación de estado podemos definir la cantidad  $w$  como:

$$w = \frac{p}{\epsilon} \quad (2.27)$$

una cantidad que nos describe la ecuación de estado o ecuación barotrópica y que será utilizada más adelante. Llamaremos a  $w$  índice de barotropía. Para el caso de perturbaciones adiabáticas, se verifica  $\delta p = c_s^2 \delta \epsilon$  siendo  $c_s$  la velocidad del sonido adiabática:

$$c_s^2 = \frac{dp}{d\epsilon} = w + \epsilon \frac{dw}{d\epsilon} \quad (2.28)$$

Finalmente, hay que señalar que los neutrinos no masivos y las partículas de materia oscura están desacopladas del resto de componentes desde épocas anteriores a las etapas que estamos considerando.

A continuación exponemos la expresión del tensor energía-momento de cada una de las componentes consideradas en nuestro análisis como fluidos perfectos.

**Tensor energía-momento para los fotones.** En la era de dominación de la radiación y hasta el momento del desacoplamiento, los fotones se comportan como partículas relativistas estando descritos por la ecuación de estado:

$$\epsilon_\gamma = 3p_\gamma \quad (2.29)$$

donde  $\epsilon_\gamma$  es la densidad de energía radiativa (de los fotones) y  $p_\gamma$ , la presión hidrostática de los fotones. En este caso, se tiene  $w_\gamma = \frac{1}{3}$ . Teniendo en cuenta dicha expresión e introduciéndola en la ecuación (2.26) se obtiene:

$$\tau_{\mu\nu}^\gamma = p_\gamma g_{\mu\nu} + 4p_\gamma U_\mu^\gamma U_\nu^\gamma \quad (2.30)$$

En el caso de los fotones, el vector 4-velocidad cumple:  $U_0^\gamma = 1$  y  $U_i^\gamma = 0$ . La densidad de energía de los fotones cumple que  $\epsilon_\gamma \propto T^4$ . Para el caso de dominación de la radiación:  $a(t) \propto t^{1/2}$ ; mientras que en el caso de dominación de la materia, el factor de escala varía como:  $a(t) \propto t^{2/3}$ .

**Tensor energía-momento para los bariones.** En la época de la dominación de la radiación, la contribución debida a los protones y a los electrones es despreciable.

En la época inmediatamente anterior al desacoplamiento se tendrá que incluir como componente del fluido dando cuenta además del acoplamiento existente entre éstos y los fotones. Los bariones se consideran partículas no relativistas en esta época. La ecuación de estado vendrá dada por:

$$\epsilon_b = \rho_b \quad (2.31)$$

y

$$p_b = 0 \quad (2.32)$$

En este caso se tiene  $w_b = 0$ . Para dar cuenta del acoplamiento existente entre electrones y fotones se introduce un término de colisiones en la ecuación de movimiento. Este término es de la forma:

$$C_{Thomson} = an_e \sigma_T (\vec{u}_b - \vec{u}_\gamma) \quad (2.33)$$

donde  $a$  es el factor que resulta de convertir las coordenadas físicas a coordenadas comóviles;  $n_e$  es la densidad de electrones;  $\sigma_T$ , la sección de “scattering” Thomson ( $0,6652 \times 10^{-24} \text{ cm}^2$ );  $\vec{u}_b$ , la velocidad de los bariones y  $\vec{u}_\gamma$ , la velocidad del fluido de fotones. Se define la profundidad óptica como  $\kappa \equiv (an_e \sigma_T)^{-1}$ . El tensor energía-momento en este caso quedará como:

$$\tau_{\mu\nu}^b = \rho_b U_\mu^b U_\nu^b \quad (2.34)$$

La dependencia de la densidad de energía con el factor de escala es:  $\epsilon_b \propto a(t)^{-3}$ .

**Tensor energía-momento para la materia oscura fría.** Su ecuación de estado en este caso viene dada por:

$$\epsilon_c = \rho_c \quad (2.35)$$

y

$$p_c = 0 \quad (2.36)$$

Por tanto, se tiene  $w_c = 0$ . Sustituyendo en la ecuación (2.26) se obtiene el tensor energía-momento para esta componente:

$$\tau_{\mu\nu}^c = \rho_c U_\mu^c U_\nu^c \quad (2.37)$$

El vector 4-velocidad para estas partículas cumple:  $U_0^c = 1$  y  $U_i^c = 0$ . La dependencia de la densidad de energía con el factor de escala es:  $\epsilon_c \propto a(t)^{-3}$ .

**Tensor energía-momento para los neutrinos ligeros.** Los neutrinos ligeros son partículas relativistas y por tanto su ecuación de estado viene dada por:

$$\epsilon_\nu = 3p_\nu \quad (2.38)$$

siendo  $\epsilon_\nu$ , la densidad de energía de los neutrinos y  $p_\nu$ , la presión de los mismos. Al igual que en el caso de los fotones, se tiene:  $w_\nu = \frac{1}{3}$  y  $\epsilon_\nu \propto a(t)^{-4}$ . El caso de los neutrinos difiere significativamente puesto que no pueden ser tratados como un fluido perfecto. Éstos se encuentran desacoplados del resto de componentes dado que las interacciones débiles que los mantienen en equilibrio térmico dejan de existir cuando el Universo alcanza una temperatura de  $T \sim 10^{10}$  K  $\sim 1$  MeV (Peebles 1993). Esto implica que los neutrinos cumplen sólo parcialmente la conservación de energía-momento. La forma de abordar sus ecuaciones de evolución es utilizando la función de distribución de Boltzman dado que permite expresarla con un desarrollo en serie de polinomios de Legendre con el fin de truncar el sistema jerarquizado de ecuaciones que describen su evolución a un determinado multipolo  $l_{max}$ . Siguiendo la notación de Ma & Bertschinger (1995), y teniendo en cuenta la expresión (2.38), en el espacio de las fases vendrá dada por:

$$\epsilon_\nu = 3p_\nu = \frac{1}{a^4} \int q^2 dq d\Omega f_0(q) \quad (2.39)$$

siendo  $q$ , una variable equivalente al momento;  $d\Omega$ , el elemento de volumen; y  $f_0(q)$ , la función de distribución de Fermi-Dirac para los neutrinos. La ecuación de Boltzmann se simplifica para estas partículas al considerar  $\epsilon_\nu = q$ . Para reducir el número de variables se integra la función de distribución en  $q$  y se expande en serie de polinomios de Legendre la dependencia angular de perturbación.

**Tensor energía-momento para la energía oscura.** La energía oscura se identifica frecuentemente con el término correspondiente a la constante cosmológica que aparece en las ecuaciones de Einstein (ver sección 2.3), quedando por tanto como:

$$\tau_{\mu\nu}^\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi} g_{\mu\nu} \quad (2.40)$$

Hay que notar que esto implica, teniendo en cuenta la aproximación de fluido perfecto:

$$\epsilon_\Lambda = -\frac{\Lambda}{8\pi} \quad (2.41)$$

y

$$p_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi} \quad (2.42)$$

Por tanto, en este caso,  $w_\Lambda = -1$ .

**Tensor energía-momento para el campo magnético.** La expresión para el tensor energía-momento correspondiente al campo magnético cuya ecuación de estado hemos indicado viene dada por la ecuación (2.25) es, como ya hemos visto anteriormente:

$$\tau_{\mu\nu}^{mag} = diag \left[ \frac{\langle B^2 \rangle}{8\pi}, \left( \frac{\langle B^2 \rangle}{24\pi} a^{-2} \right), \left( \frac{\langle B^2 \rangle}{24\pi} a^{-2} \right), \left( \frac{\langle B^2 \rangle}{24\pi} a^{-2} \right) \right] \quad (2.43)$$

Formalmente podemos expresarlo como:

$$\epsilon_{mag} = \frac{\langle B^2 \rangle}{8\pi} \quad (2.44)$$

y

$$p_{mag} = \frac{\langle B^2 \rangle}{24\pi} \quad (2.45)$$

siendo,  $w_{mag} = \frac{1}{3}$ .

Hay que subrayar que la evolución de la densidad de energía magnética con el factor de escala es:  $B \propto a(t)^{-2}$ . Siendo la dependencia del factor del escala con el t, distinta dependiendo de la época tal como se ha apuntado en la sección 2.1.

**Tensor energía-momento total.** El tensor energía-momento a tener en cuenta depende de la época de la historia del Universo en que estemos llevando a cabo nuestro estudio.

Para la *era de dominación de la radiación* (dominan los fotones sobre los báriones que se consideran despreciables), el tensor energía-momento tiene en cuenta la contribución de fotones, neutrinos ligeros, materia oscura, energía oscura y magnetismo. Su expresión final es:

$$\begin{aligned} \tau_{\mu\nu} &= \tau_{\mu\nu}^\gamma + \tau_{\mu\nu}^\nu + \tau_{\mu\nu}^c + \tau_{\mu\nu}^\Lambda + \tau_{\mu\nu}^{mag} = \\ p_\gamma g_{\mu\nu} + 4p_\gamma U_\mu^\gamma U_\nu^\gamma + p_\nu g_{\mu\nu} + 4p_\nu U_\mu^\nu U_\nu^\nu + \rho_c U_\mu^c U_\nu^c + \frac{\Lambda}{8\pi} g_{\mu\nu} + \\ &diag(\epsilon_{mag}, p_{mag}a^{-2}, p_{mag}a^{-2}, p_{mag}a^{-2}) \end{aligned} \quad (2.46)$$

Para la época *inmediatamente anterior al desacoplamiento*, al tensor energía-momento contribuyen fotones, neutrinos, báriones, materia oscura, energía oscura y magnetismo. En este caso, se tiene:

$$\begin{aligned} \tau_{\mu\nu} &= \tau_{\mu\nu}^\gamma + \tau_{\mu\nu}^\nu + \tau_{\mu\nu}^b + \tau_{\mu\nu}^c + \tau_{\mu\nu}^\Lambda + \tau_{\mu\nu}^{mag} = \\ p_\gamma g_{\mu\nu} + 4p_\gamma U_\mu^\gamma U_\nu^\gamma + p_\nu g_{\mu\nu} + 4p_\nu U_\mu^\nu U_\nu^\nu + \rho_b U_\mu^b U_\nu^b + \rho_c U_\mu^c U_\nu^c + \frac{\Lambda}{8\pi} g_{\mu\nu} + \\ &diag(\epsilon_{mag}, p_{mag}a^{-2}, p_{mag}a^{-2}, p_{mag}a^{-2}) \end{aligned} \quad (2.47)$$

### 2.3.1. Magnitudes perturbadas

Para obtener el sistema de ecuaciones perturbadas, hemos de perturbar las siguientes magnitudes características de nuestro fluido:

$$g_{\mu\nu} \longrightarrow g_{\mu\nu} + \delta g_{\mu\nu}$$

$$p_\gamma \longrightarrow p_\gamma + \delta p_\gamma$$

$$\epsilon_\gamma \longrightarrow \epsilon_\gamma + \delta \epsilon_\gamma$$

$$U_\mu^\gamma \longrightarrow U_\mu^\gamma + \delta U_\mu^\gamma$$

$$p_\nu \longrightarrow p_\nu + \delta p_\nu$$

$$\epsilon_\nu \longrightarrow \epsilon_\nu + \delta \epsilon_\nu$$

$$U_\mu^\nu \longrightarrow U_\mu^\nu + \delta U_\mu^\nu$$

$$\rho_b \longrightarrow \rho_b + \delta \rho_b$$

$$U_\mu^b \longrightarrow U_\mu^b + \delta U_\mu^b$$

$$\rho_c \longrightarrow \rho_c + \delta \rho_c$$

$$U_\mu^c \longrightarrow U_\mu^c + \delta U_\mu^c$$

donde  $U_\mu^i$  es el vector 4-velocidad del fluido de una determinada componente  $i$  siendo  $i = \gamma, \nu, b, c$  (fotones, neutrinos, bariones y partículas de materia oscura respectivamente).

Además de estas magnitudes relativas a las componentes materiales que estamos considerando, vamos a considerar la perturbación de la métrica que se define como:  $\delta g_{\mu\nu} \equiv h_{\mu\nu}$ . Recordamos que para el “gauge” síncrono se tiene que  $h_{00} = h_{0i} = 0$

(ver sección 2.1). El tensor  $h_{\mu\nu}$  es equivalente, al tensor 3-dimensional, dado que cualquier componente que contenga el subíndice 0 (temporal) es nulo. En el tratamiento 3-dimensional  $h_{ij} = \vec{h}$  y  $h_{ii}$  es lo que hemos denominado impropriamente como la traza  $h$ . En nuestro caso particular, estamos considerando que tanto la métrica como sus perturbaciones son diagonales, esto es:  $h_{ij} = 0, \forall i \neq j$ .

La forma contravariante-contravariante de la perturbación de la métrica  $\delta g^{\mu\nu} = h_*^{\mu\nu}$  se obtiene teniendo en cuenta que  $(g_{\alpha\gamma} + h_{\alpha\gamma})(g^{\gamma\beta} + h_*^{\gamma\beta}) = \delta_\alpha^\beta$ . Despreciando términos de orden superior a 1, obtenemos:  $h_*^{\gamma\beta} = -g^{\gamma\alpha}h_{\alpha\sigma}g^{\sigma\beta}$  y por tanto, para la métrica de FRW, se tiene:  $h_*^{ij} = -a^{-4}h_{ij}$ . De nuevo, se cumple:  $h_*^{0i} = h_*^{00} = 0$ .

Para el vector 4-velocidad del fluido se cumple:

$$U^0 = 1 \Rightarrow \delta U^0 = 0 \quad (2.48)$$

$$U^i = 0 \Rightarrow \delta U^i \equiv \vec{u} \quad (2.49)$$

$$U^i = 0 \quad (2.50)$$

dado que trabajamos en coordenadas comóviles.

Otras relaciones necesarias que van a ser utilizadas son las perturbaciones de la conexión afín  $\delta\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha$ , las cuales son todas nulas excepto:

$$\delta\Gamma_{jk}^i = \frac{1}{2a^2} \left[ \frac{\partial h_{ij}}{\partial x^k} + \frac{\partial h_{ik}}{\partial x^j} - \frac{\partial h_{jk}}{\partial x^i} \right] \quad (2.51)$$

$$\delta\Gamma_{jk}^0 = \frac{1}{2} \frac{\partial h_{jk}}{\partial t} \quad (2.52)$$

$$\delta\Gamma_{0j}^i = \frac{1}{2a^2} \left[ \frac{\partial h_{ij}}{\partial t} - \frac{2\dot{a}}{a} h_{ij} \right] \quad (2.53)$$

Finalmente tendremos que perturbar el campo magnético:  $(B_i + \delta B_i)$ . Dado que estamos asumiendo que  $B_i = 0$ , únicamente  $\delta B_i \neq 0$  y por tanto todos los términos que dan cuenta del campo magnético se consideran perturbaciones.

### 2.3.2. Tensor energía-momento perturbado

En esta sección se presenta la forma del tensor energía-momento perturbado para cada componente teniendo en cuenta las perturbaciones de las magnitudes introducidas en la sección anterior.

La forma general del tensor energía-momento perturbado para un fluido perfecto (ver ecuación 2.26) es:

$$(\tau_{\mu\nu} + \delta\tau_{\mu\nu}) = (p + \delta p)(g_{\mu\nu} + \delta g_{\mu\nu}) + [(p + \delta p) + (\epsilon + \delta\epsilon)](U_\mu + \delta U_\mu)(U_\nu + \delta U_\nu) \quad (2.54)$$

En nuestro caso, sólo nos interesan las perturbaciones a primer orden, despreciando órdenes superiores. El tensor de energía-momento a primer orden viene dado por:

$$\delta\tau_{\mu\nu} = ph_{\mu\nu} + \delta pg_{\mu\nu} + pU_\mu\delta U_\nu + \epsilon U_\mu\delta U_\nu + p\delta U_\mu U_\nu + \epsilon U_\mu\delta U_\nu + \delta p U_\mu U_\nu + \delta\epsilon U_\mu U_\nu \quad (2.55)$$

**Tensor energía-momento perturbado para los fotones.** Teniendo en cuenta las expresión (2.29) así como sus perturbaciones, se obtiene:

$$\delta\tau_{\mu\nu}^\gamma = \delta p_\gamma g_{\mu\nu} + p_\gamma h_{\mu\nu} + 4\delta p_\gamma U_\mu^\gamma U_\nu^\gamma + 4p_\gamma \delta U_\mu^\gamma U_\nu^\gamma + 4p_\gamma U_\mu^\gamma \delta U_\nu^\gamma \quad (2.56)$$

Además se cumple la relación dada por (2.48), (2.49) y (2.50).

**Tensor energía-momento perturbado para los bariones.** Teniendo en cuenta la ecuación de estado dada por las expresiones (2.31) y (2.32) e introduciendo las perturbaciones correspondientes se obtiene:

$$\delta\tau_{\mu\nu}^b = \delta\rho_b U_\mu^b U_\nu^b + \rho_b \delta U_\mu^b U_\nu^b + \rho_b U_\mu^b \delta U_\nu^b \quad (2.57)$$

**Tensor energía-momento perturbado para la materia oscura fría.** La ecuación de estado para esta componente viene dada por (2.35) y (2.36). Las perturbaciones vienen dadas en la subsección 2.3.1. El tensor perturbado en este caso es:

$$\delta\tau_{\mu\nu}^c = \delta\rho_c U_\mu^c U_\nu^c + \rho_c \delta U_\mu^c U_\nu^c + \rho_c U_\mu^c \delta U_\nu^c \quad (2.58)$$

**Tensor energía-momento perturbado para los neutrinos no masivos.** Su ecuación de estado viene dada por (2.38). Para los neutrinos se considera un tratamiento distinto al considerado hasta ahora, siendo el marco el espacio de las fases, en lugar del espacio real. En general, siguiendo la notación Ma & Bertschinger (1995), el tensor perturbado viene dado por:

$$\delta\tau_0^0 = \delta\epsilon_\nu = 3\delta p_\nu = \frac{1}{a^4} \int q^2 dq d\Omega q f_0(q) \Psi \quad (2.59)$$

$$\delta\tau_i^0 = \frac{1}{a^4} \int q^2 dq d\Omega q n_i f_0(q) \Psi \quad (2.60)$$

$$\Sigma_j^i = \frac{1}{a^4} \int q^2 dq d\Omega q (n_i n_j - 1/3\delta_{ij}) f_0(q) \Psi \quad (2.61)$$

Recordemos que  $q$  es equivalente al momento ( $p$ ), el 3-momento comóvil  $q_j = n_j q$  cumpliéndose  $n_i n^i = \delta_{ij} n^i n^j = 1$ .  $\Psi$  es la perturbación de la función de distribución.  $d\Omega$  es el diferencial de volumen.  $\delta\tau_i^0$  representa el flujo de energía, el cual en nuestro caso estamos considerando nulo tanto perturbado como sin perturbar. La cantidad  $\Sigma_j^i$  es conocida como cizalladura o tensión anisótropa que también estamos considerando despreciable. Este término está relacionado con el término  $\sigma$  (que aparecerá en la última sección del capítulo) y que da cuenta de la perturbación de la cizalladura de la siguiente forma (ver Kodama & Sasaki 1986):

$$\sigma = \frac{2\Pi}{3(\epsilon + p)} \quad (2.62)$$

siendo  $\Pi = \delta\Sigma_j^i$ , la perturbación de la tensión anisótropa.

En nuestro planteamiento, y a pesar de no ser correcto, los vamos a considerar como partículas relativistas que se comportan como un fluido perfecto relativista, resultando su tensor perturbado:

$$\delta\tau_{\alpha\beta}^\nu = \delta p_\nu g_{\alpha\beta} + p_\nu h_{\alpha\beta} + 4\delta p_\nu U_\alpha^\nu U_\beta^\nu + 4p_\nu \delta U_\alpha^\nu U_\beta^\nu + 4p_\nu U_\alpha^\nu \delta U_\beta^\nu \quad (2.63)$$

**Tensor energía-momento perturbado para la energía oscura.** En el caso de que la energía oscura venga representada por una constante  $\Lambda$ , su perturbación  $\delta\Lambda$  sería nula, por tanto, el tensor perturbado en este caso sería:

$$\delta\tau_{\mu\nu}^\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi} h_{\mu\nu} \quad (2.64)$$

**Tensor energía-momento perturbado para el campo magnético.** Es importante señalar que estamos considerando la inclusión del magnetismo como una perturbación de primer orden en nuestro tratamiento, esto significa que no tendremos que perturbar el tensor dado por la expresión (2.43).

**Tensor energía-momento perturbado total.** El tensor perturbado total a considerar en las ecuaciones de Einstein (ver también próxima sección) será:

- Para la era en la que domina la radiación:

$$\begin{aligned} \delta\tau_{\mu\nu} = & \delta\tau_{\mu\nu}^\gamma + \delta\tau_{\mu\nu}^\nu + \delta\tau_{\mu\nu}^c + \delta\tau_{\mu\nu}^\Lambda + \delta\tau_{\mu\nu}^{mag} = \\ & \delta p_\gamma g_{\mu\nu} + p_\gamma h_{\mu\nu} + 4\delta p_\gamma U_\mu^\gamma U_\nu^\gamma + 4p_\gamma \delta U_\mu^\gamma U_\nu^\gamma + 4p_\gamma U_\mu^\gamma \delta U_\nu^\gamma + \\ & \delta p_\nu g_{\mu\nu} + p_\nu h_{\mu\nu} + 4\delta p_\nu U_\mu^\nu U_\nu^\nu + 4p_\nu \delta U_\mu^\nu U_\nu^\nu + 4p_\nu U_\mu^\nu \delta U_\nu^\nu + \\ & \delta\rho_c U_\mu^c U_\nu^c + \rho_c \delta U_\mu^c U_\nu^c + \rho_c U_\mu^c \delta U_\nu^c + \frac{\Lambda}{8\pi} h_{\mu\nu} + \\ & diag(\epsilon_{mag}, p_{mag}a^{-2}, p_{mag}a^{-2}, p_{mag}a^{-2}) \end{aligned} \quad (2.65)$$

- Para la etapa inmediatamente anterior al desacoplamiento de radiación y materia:

$$\begin{aligned} \delta\tau_{\mu\nu} = & \delta\tau_{\mu\nu}^\gamma + \delta\tau_{\mu\nu}^\nu + \delta\tau_{\mu\nu}^b + \delta\tau_{\mu\nu}^c + \delta\tau_{\mu\nu}^\Lambda + \delta\tau_{\mu\nu}^{mag} = \\ & \delta p_\gamma g_{\mu\nu} + p_\gamma h_{\mu\nu} + 4\delta p_\gamma U_\mu^\gamma U_\nu^\gamma + 4p_\gamma \delta U_\mu^\gamma U_\nu^\gamma + 4p_\gamma U_\mu^\gamma \delta U_\nu^\gamma + \\ & \delta p_\nu g_{\mu\nu} + p_\nu h_{\mu\nu} + 4\delta p_\nu U_\mu^\nu U_\nu^\nu + 4p_\nu \delta U_\mu^\nu U_\nu^\nu + 4p_\nu U_\mu^\nu \delta U_\nu^\nu + \\ & \delta\rho_b U_\mu^b U_\nu^b + \rho_b \delta U_\mu^b U_\nu^b + \rho_b U_\mu^b \delta U_\nu^b + \\ & \delta\rho_c U_\mu^c U_\nu^c + \rho_c \delta U_\mu^c U_\nu^c + \rho_c U_\mu^c \delta U_\nu^c + \frac{\Lambda}{8\pi} h_{\mu\nu} + \\ & diag(\epsilon_{mag}, p_{mag}a^{-2}, p_{mag}a^{-2}, p_{mag}a^{-2}) \end{aligned} \quad (2.66)$$

## 2.4. Ecuaciones perturbadas de Maxwell, de conservación de movimiento-energía y de Einstein.

El tensor energía-momento perturbado dados por las expresiones (2.46) y (2.47) se introducen en las ecuaciones de Maxwell, de conservación de energía-movimiento y de campo de Einstein.

### 2.4.1. Ecuaciones de Maxwell

En general, las ecuaciones de Maxwell en su formulación covariante, vienen dadas por:

$$\mathcal{F}_{;\alpha}^{\alpha\beta} = 0\mathcal{F}_{\beta\gamma;\alpha} + \mathcal{F}_{\gamma\alpha;\beta} + \mathcal{F}_{\alpha\beta;\gamma} = 0 \quad (2.67)$$

Desarrollando la derivada covariante en ambos casos quedará:

$$\frac{\partial}{\partial x^\alpha} \mathcal{F}^{\alpha\beta} + \Gamma_{\sigma\alpha}^\alpha \mathcal{F}^{\sigma\beta} + \Gamma_{\alpha\sigma}^\beta \mathcal{F}^{\alpha\sigma} = 0 \quad (2.68)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{F}_{\beta\gamma}}{\partial x^\alpha} + \frac{\partial \mathcal{F}_{\gamma\alpha}}{\partial x^\beta} + \frac{\partial \mathcal{F}_{\alpha\beta}}{\partial x^\gamma} - \Gamma_{\alpha\beta}^\sigma \mathcal{F}_{\sigma\gamma} - \Gamma_{\alpha\gamma}^\sigma \mathcal{F}_{\beta\sigma} - \Gamma_{\beta\gamma}^\sigma \mathcal{F}_{\sigma\alpha} - \\ \Gamma_{\alpha\beta}^\sigma \mathcal{F}_{\gamma\sigma} - \Gamma_{\alpha\gamma}^\sigma \mathcal{F}_{\sigma\beta} - \Gamma_{\beta\gamma}^\sigma \mathcal{F}_{\sigma\alpha} = 0 \end{aligned} \quad (2.69)$$

**Ecuaciones de Maxwell perturbadas.** Como se ha indicado las cantidades que hacen referencia al magnetismo se consideran perturbaciones, es decir:  $B_i = 0$ ; por tanto, la contribución del campo magnético es debida a la perturbación  $\delta B_i$ . Por este hecho, en este sistema de ecuaciones no vamos a despreciar los términos de segundo orden. Además asumimos que el tensor de Faraday y las perturbaciones de la métrica no están correlacionadas. Para obtener las ecuaciones de Maxwell perturbadas, se introducen las perturbaciones indicadas anteriormente en la ecuación (2.67) quedando:

$$\frac{\partial}{\partial x^\alpha} \mathcal{F}^{\alpha\beta} + (\delta \Gamma_{\sigma\alpha}^\alpha) \mathcal{F}^{\sigma\beta} + \Gamma_{\sigma\alpha}^\alpha \mathcal{F}^{\sigma\beta} + (\delta \Gamma_{\alpha\sigma}^\beta) \mathcal{F}^{\alpha\sigma} + \Gamma_{\alpha\sigma}^\beta \mathcal{F}^{\alpha\sigma} = 0 \quad (2.70)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{F}_{\beta\gamma}}{\partial x^\alpha} + \frac{\partial \mathcal{F}_{\gamma\alpha}}{\partial x^\beta} + \frac{\partial \mathcal{F}_{\alpha\beta}}{\partial x^\gamma} - \Gamma_{\alpha\beta}^\sigma \mathcal{F}_{\sigma\gamma} - \Gamma_{\alpha\gamma}^\sigma \mathcal{F}_{\beta\sigma} - \Gamma_{\beta\gamma}^\sigma \mathcal{F}_{\sigma\alpha} - \\ \Gamma_{\alpha\beta}^\sigma \mathcal{F}_{\gamma\sigma} - \Gamma_{\alpha\gamma}^\sigma \mathcal{F}_{\sigma\beta} - \Gamma_{\beta\gamma}^\sigma \mathcal{F}_{\alpha\sigma} - \delta \Gamma_{\alpha\beta}^\sigma \mathcal{F}_{\sigma\gamma} - \delta \Gamma_{\alpha\gamma}^\sigma \mathcal{F}_{\beta\sigma} - \delta \Gamma_{\beta\gamma}^\sigma \mathcal{F}_{\sigma\alpha} - \\ \delta \Gamma_{\alpha\beta}^\sigma \mathcal{F}_{\gamma\sigma} - \delta \Gamma_{\alpha\gamma}^\sigma \mathcal{F}_{\sigma\beta} - \delta \Gamma_{\beta\gamma}^\sigma \mathcal{F}_{\alpha\sigma} = 0 \end{aligned} \quad (2.71)$$

En las ecuaciones (2.70) y (2.71), vamos a despreciar los términos que llevan  $\delta \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha$  al ser de términos de segundo orden. Fijándonos en la ecuación (2.71), en ausencia de campos eléctricos, las componentes de índices  $(0, 0, 0)$ ,  $(0, 0, i)$ ,  $(0, i, 0)$  y  $(0, i, i)$  son nulas, obteniéndose para  $(0, i, j)$ :  $\frac{\partial \mathcal{F}_{ij}}{\partial t} = 0$ . En particular, para  $(0, i = 1, j = 2)$  se tiene:  $\frac{\partial(a^2 B_3)}{\partial t} = 0$ .

Para índices  $(i, j, k)$  queda:

$$\frac{\partial \mathcal{F}_{jk}}{\partial x^i} + \frac{\partial \mathcal{F}_{ki}}{\partial x^j} + \frac{\partial \mathcal{F}_{ij}}{\partial x^k} - \Gamma_{ki}^0 \mathcal{F}_{j0} - \quad (2.72)$$

$$\Gamma_{ij}^0 \mathcal{F}_{0k} - \Gamma_{ji}^0 \mathcal{F}_{k0} - \Gamma_{jk}^0 \mathcal{F}_{0i} - \Gamma_{ki}^0 \mathcal{F}_{0j} - \Gamma_{kj}^0 \mathcal{F}_{i0} = 0 \quad (2.73)$$

Tomando los distintos valores para los índices y teniendo en cuenta los valores de los símbolos de Christoffel para la métrica de FRW dados por las expresiones (2.89) y (2.90) se obtiene:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.74)$$

$$a^2 \vec{B} = \text{constante} \quad (2.75)$$

La expresión (2.74) muestra que el campo magnético tiene que ser siempre solenoideal. En la aproximación ideal de conductividad infinita, la conservación del flujo magnético conduce a que las líneas de campo magnético son cerradas; evoluciona siempre como si estuviera pegado al plasma. La ecuación (2.75) indica la condición de congelación de las líneas de campo magnético en el seno de un plasma. Es decir, que las líneas mantendrán su forma y por tanto, el patrón de campo magnético será siempre el mismo, reduciéndose la intensidad de campo conforme el Universo se expande.

Si nos fijamos ahora en la ecuación (2.70), y teniendo en cuenta que estamos despreciando los términos de segundo orden, se obtiene:

$$4\pi a^2 J^0 = 0 \quad (2.76)$$

$$4\pi a^2 \vec{J} = \vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{1}{2a^4} [(\vec{\nabla} h) \times \vec{B}] \quad (2.77)$$

Dado que  $[(\vec{\nabla} h) \times \vec{B}]$  es despreciable se obtiene:

$$J^0 = 0 \quad (2.78)$$

$$\vec{J} = \frac{1}{4\pi a^2} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \quad (2.79)$$

La ecuación (2.79) representa la corriente eléctrica y la expresión (2.78), la neutralidad macroscópica.

#### 2.4.2. Ecuación de conservación de energía y movimiento.

La ecuación de conservación de energía-momento viene dada por:

$$\tau^{\mu\nu}_{;\mu} = \frac{\partial \tau^{\mu\nu}}{\partial x^\mu} + \Gamma_{\alpha\beta}^\nu \tau^{\alpha\beta} + \Gamma_{\alpha\beta}^\alpha \tau^{\nu\beta} = 0 \quad (2.80)$$

Para el caso de la métrica de FRW:

1. Para la componente espacial  $(ij)$ :

$$\tau_{ij} = a^2 p g_{ij} \quad (2.81)$$

2. Para la componente temporal (00):

$$\tau_{00} = \rho \quad (2.82)$$

La componente  $\tau_{0i} = \tau_{i0} = 0$  puesto que la métrica es isótropa.

**Ecuación de conservación de energía - momento perturbada.** Introduciendo las perturbaciones pertinentes en la ecuación (2.80) se obtiene la ecuación perturbada. En general, se tiene:

$$(\tau^{\mu\nu} + \delta\tau^{\mu\nu})_{;\mu} = \frac{\partial(\tau^{\mu\nu} + \delta\tau^{\mu\nu})}{\partial x^\mu} + (\Gamma_{\alpha\beta}^\nu + \delta\Gamma_{\alpha\beta}^\nu)(\tau^{\alpha\beta} + \delta\tau^{\alpha\beta}) + (\Gamma_{\alpha\beta}^\alpha + \delta\Gamma_{\alpha\beta}^\alpha)(\tau^{\nu\beta} + \delta\tau^{\nu\beta}) = 0 \quad (2.83)$$

Teniendo en cuenta únicamente las perturbaciones a primer orden, la ecuación que nos interesa resolver viene dada por:

$$(\delta\tau^{\mu\nu})_{;\mu} = \frac{\partial(\delta\tau^{\mu\nu})}{\partial x^\mu} + \Gamma_{\alpha\beta}^\nu \delta\tau^{\alpha\beta} + \delta\Gamma_{\alpha\beta}^\nu \tau^{\alpha\beta} + \Gamma_{\alpha\beta}^\alpha \delta\tau^{\nu\beta} + \delta\Gamma_{\alpha\beta}^\alpha \tau^{\nu\beta} = 0 \quad (2.84)$$

donde  $\delta\tau^{\mu\nu}$  viene dado por las expresiones (2.65) y (2.66) respectivamente.

### 2.4.3. Ecuaciones de campo de Einstein

Las ecuaciones de campo de Einstein sin perturbar son:

$$R_{\mu\nu} = -8\pi G \left[ \tau_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \tau_\lambda^\lambda \right] \quad (2.85)$$

siendo  $R_{\mu\nu}$  el tensor de Ricci. Dicho tensor viene dado por:

$$R_{\mu\nu} = \frac{\partial\Gamma_{\lambda\mu}^\lambda}{\partial x^\nu} - \frac{\partial\Gamma_{\mu\nu}^\lambda}{\partial x^\lambda} + \Gamma_{\mu\sigma}^\lambda \Gamma_{\nu\lambda}^\sigma - \Gamma_{\mu\nu}^\lambda \Gamma_{\lambda\sigma}^\sigma \quad (2.86)$$

Para el caso de la métrica de FRW, las componentes que nos quedan son:

1. Para la componente espacial ( $ij$ ):

$$R_{ij} = \frac{\partial\Gamma_{ki}^k}{\partial x^j} - \left[ \frac{\partial\Gamma_{ij}^k}{\partial x^k} + \frac{\partial\Gamma_{ij}^0}{\partial t} \right] + [\Gamma_{ik}^0 \Gamma_{j0}^k + \Gamma_{i0}^k \Gamma_{jk}^0 + \Gamma_{ik}^l \Gamma_{jl}^k] - [\Gamma_{ij}^k \Gamma_{kl}^l + \Gamma_{ij}^0 \Gamma_{0l}^l] \quad (2.87)$$

2. Para la componente temporal (00):

$$R_{00} = \frac{\partial \Gamma_{i0}^i}{\partial t} + \Gamma_{0j}^i \Gamma_{0i}^j \quad (2.88)$$

donde  $R_{i0} = R_{0i}$ . Ambas representan vectores tridimensionales y dado que estamos considerando que la métrica de FRW es isótropa, su valor es nulo. En todo lo expuesto,  $\tau_{\mu\nu}$  es el tensor energía-momento dado por las expresiones (2.46) o (2.47) respectivamente. En la métrica de FRW (ver Weinberg 1972) los símbolos de Christoffel no nulos son:

$$\Gamma_{ii}^0 = a\dot{a} \quad (2.89)$$

$$\Gamma_{0i}^i = \frac{a}{\dot{a}} \quad (2.90)$$

donde  $i, j, k$  son índices que hacen referencia a las componentes espaciales.

**Ecuaciones de campo de Einstein perturbadas.** En general, las ecuaciones de Einstein perturbadas serán:

$$(R_{\mu\nu} + \delta R_{\mu\nu}) = -8\pi[(\tau_{\mu\nu} + \delta\tau_{\mu\nu}) - \frac{1}{2}(g_{\mu\nu} + h_{\mu\nu})(\tau_\lambda^\lambda + \delta\tau_\lambda^\lambda)] \quad (2.91)$$

Las ecuaciones que nos interesa es la que da cuenta del primer orden de las perturbaciones, es decir:

$$\delta R_{\mu\nu} = -8\pi G \left[ \delta\tau_{\mu\nu} - \frac{1}{2}(g_{\mu\nu}\delta\tau_\lambda^\lambda + h_{\mu\nu}\tau_\lambda^\lambda) \right] \quad (2.92)$$

Las componentes perturbadas del tensor de Ricci son (ver Weinberg 1972):

- Componente  $(i, j)$ :

$$\delta R_{ij} = \frac{1}{2a^2}(\nabla^2 \vec{h} + \nabla \cdot \nabla \vec{h}) - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \vec{h}}{\partial t^2} + \frac{\dot{a}}{2a} \left[ \frac{\partial \vec{h}}{\partial t} - \frac{\partial h}{\partial t} \vec{\delta} \right] + \frac{\dot{a}^2}{a^2}(-2\vec{h} + h\vec{\delta}) \quad (2.93)$$

- Componente  $(0, i)$ :

$$\delta R_{0i} = \frac{1}{2} \frac{\partial(a^{-2} \nabla h)}{\partial t} \quad (2.94)$$

- Componente  $(0, 0)$ :

$$\delta R_{00} = \frac{1}{2a^2} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} - 2 \frac{\dot{a}}{a} \frac{\partial h}{\partial t} + 2 \left[ \frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{\ddot{a}}{a} \right] h \right) \quad (2.95)$$

Con esto, las ecuaciones de Einstein perturbadas a primer orden son:

- Componente  $(i, j)$ :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2a^2} (\nabla^2 \vec{h} + \nabla \nabla \vec{h}) - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \vec{h}}{\partial t^2} + \frac{\dot{a}}{2a} \left[ \frac{\partial \vec{h}}{\partial t} - \frac{\partial h}{\partial t} \vec{\delta} \right] + \\ \frac{\dot{a}^2}{a^2} (-2\vec{h} + h\vec{\delta}) = -8\pi G \left[ \delta \tau_{ij} - \frac{1}{2} (g_{ij} \delta \tau_k^k + h_{ij} \tau_k^k) \right] \end{aligned} \quad (2.96)$$

Hay que notar que  $h_{ii}$  es lo que hemos llamado  $h$ .

- Componente  $(0, i)$ :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial(a^{-2} \nabla h)}{\partial t} = 0 \quad (2.97)$$

Nótese que  $g_{0i} = h_{0i} = 0$ . Además  $\tau_{0i} = 0$  para todas las componentes que estamos considerando.

- Componente  $(0, 0)$ :

$$\frac{1}{2a^2} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} - 2 \frac{\dot{a}}{a} \frac{\partial h}{\partial t} + 2 \left[ \frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{\ddot{a}}{a} \right] h \right) = -8\pi G \left( \delta \tau_{00} + \frac{1}{2} \delta \tau_\lambda^\lambda \right) \quad (2.98)$$

Hay que notar que  $h_{00} = 0$ , por definición de “gauge” síncrono.

donde  $\delta \tau^{\mu\nu}$  viene dado por las expresiones (2.65) y (2.66) dependiendo de la época considerada. Además se comprueba que  $\tau_{mag\lambda}^\lambda = 0$ .

## 2.5. Sistema de ecuaciones perturbadas en presencia de un campo magnético

En esta sección, se presenta el sistema de ecuaciones perturbadas de Maxwell, conservación de energía - momento y de Einstein para cada etapa particular considerada. En ambos casos, estamos considerando únicamente perturbaciones a primer orden.

### 2.5.1. Sistema de ecuaciones perturbadas para la era de la radiación

En esta primera subsección se presentan los resultados relativos a la era de dominación de la radiación obtenidos sustituyendo en las ecuaciones (2.84),(2.96),(2.97) y (2.98) la expresión (2.65), además de las expresiones correspondientes a la métrica y a la conexión afín.

En este caso, los neutrinos se encuentran desacoplados del resto de componentes, así como también las partículas de materia oscura. Es por eso, por lo que sus ecuaciones de balance energético y de movimiento aparecen separadas del resto.

- Ecuación de balance energético para los fotones, la energía oscura y el campo magnético:

$$\frac{\Lambda}{4\pi} \frac{\dot{a}}{a^3} h + 3 \frac{\partial \delta p_\gamma}{\partial t} + 4p_\gamma \nabla \cdot \vec{u}_\gamma + \frac{2p_\gamma}{a^2} \frac{\partial h}{\partial t} + 12(\delta p_\gamma) \frac{\dot{a}}{a} - 4p_\gamma \frac{\dot{a}}{a^3} h + \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{B^2}{8\pi} \right) + 4 \frac{\dot{a}}{a} \left( \frac{B^2}{8\pi} \right) = 0 \quad (2.99)$$

- Ecuación de balance energético para los neutrinos ligeros:

$$3 \frac{\partial \delta p_\nu}{\partial t} + 4p_\nu \nabla \cdot \vec{u}_\nu + \frac{2p_\nu}{a^2} \frac{\partial h}{\partial t} + 12(\delta p_\nu) \frac{\dot{a}}{a} - 4p_\nu \frac{\dot{a}}{a^3} h = 0 \quad (2.100)$$

- Ecuación de balance energético para las partículas de materia oscura:

$$\frac{\partial \delta \rho_c}{\partial t} + \rho_c \nabla \cdot \vec{u}_c + \frac{\rho_c}{2a^2} \frac{\partial h}{\partial t} + 3(\delta \rho_c) \frac{\dot{a}}{a} - \rho_c \frac{\dot{a}}{a^3} h = 0 \quad (2.101)$$

- Ecuación de movimiento para los fotones, la energía oscura y el campo magnético:

$$\nabla(\delta p_\gamma) + 4a^2 \frac{\partial p_\gamma}{\partial t} \vec{u}_\gamma + 4a^2 p_\gamma \frac{\partial \vec{u}_\gamma}{\partial t} + 20p_\gamma \dot{a} a \vec{u}_\gamma - \frac{1}{4\pi} \vec{B} \cdot \nabla \vec{B} + \nabla \left( \frac{B^2}{8\pi} \right) = 0 \quad (2.102)$$

- Ecuación de movimiento para los neutrinos ligeros:

$$\nabla(\delta p_\nu) + 4a^2 \frac{\partial p_\nu}{\partial t} \vec{u}_\nu + 4a^2 p_\nu \frac{\partial \vec{u}_\nu}{\partial t} + 20p_\nu \dot{a} a \vec{u}_\nu = 0 \quad (2.103)$$

- Ecuación de movimiento para las partículas de materia oscura:

$$a^2 \frac{\partial \rho_c}{\partial t} \vec{u}_c + a^2 \rho_c \frac{\partial \vec{u}_c}{\partial t} + 5\rho_c a \dot{a} \vec{u}_c = 0 \quad (2.104)$$

- Componente  $(0i)$  de las ecuaciones de campo de Einstein:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\nabla h}{a^2} \right) - 64\pi p_\gamma \vec{u}_\gamma - 64\pi p_\nu \vec{u}_\nu - 16\pi \rho_c \vec{u}_c = 0 \quad (2.105)$$

- Componente  $(00)$  de las ecuaciones de campo de Einstein:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} - 2 \frac{\dot{a}}{a} \frac{\partial h}{\partial t} + 2 \left( \frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{\ddot{a}}{a} \right) h + 16\pi a^2 \delta \rho_c + \\ 48\pi a^2 (\delta p_\gamma + \delta p_\nu) + 2a^2 B^2 = 0 \end{aligned} \quad (2.106)$$

### 2.5.2. Sistema de ecuaciones perturbadas para la época inmediatamente anterior al desacoplamiento

Presentamos las ecuaciones para la etapa inmediatamente anterior al desacoplamiento con el fin de dar una descripción de la huella que pudo dejar el campo magnético sobre el CMB. En este caso tendremos que considerar, además de las componentes anteriores, la componente bariónica, dando cuenta del acoplamiento existente entre electrones y fotones vía “scattering” Thomson. El sistema de ecuaciones se obtiene sustituyendo en las ecuaciones (2.84), (2.96), (2.97) y (2.98) la expresión (2.66), además de las expresiones correspondientes a la métrica y a la conexión afín.

- Ecuación de balance energético para los fotones, la energía oscura y el campo magnético:

$$\begin{aligned} \frac{\Lambda}{4\pi} \frac{\dot{a}}{a^3} h + 3 \frac{\partial \delta p_\gamma}{\partial t} + 4p_\gamma \nabla \cdot \vec{u}_\gamma + \frac{2p_\gamma}{a^2} \frac{\partial h}{\partial t} + 12(\delta p_\gamma) \frac{\dot{a}}{a} - 4p_\gamma \frac{\dot{a}}{a^3} h + \\ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{B^2}{8\pi} \right) + 4 \frac{\dot{a}}{a} \left( \frac{B^2}{8\pi} \right) = 0 \end{aligned} \quad (2.107)$$

- Ecuación de balance energético para los neutrinos ligeros:

$$3 \frac{\partial \delta p_\nu}{\partial t} + 4p_\nu \nabla \cdot \vec{u}_\nu + \frac{2p_\nu}{a^2} \frac{\partial h}{\partial t} + 12(\delta p_\nu) \frac{\dot{a}}{a} - 4p_\nu \frac{\dot{a}}{a^3} h = 0 \quad (2.108)$$

- Ecuación de balance energético para los bariones:

$$\frac{\partial \delta \rho_b}{\partial t} + \rho_b \nabla \cdot \vec{u}_b + \frac{\rho_b}{2a^2} \frac{\partial h}{\partial t} + 3(\delta \rho_b) \frac{\dot{a}}{a} - \rho_b \frac{\dot{a}}{a^3} h = 0 \quad (2.109)$$

- Ecuación de balance energético para las partículas de materia oscura:

$$\frac{\partial \delta \rho_c}{\partial t} + \rho_c \nabla \cdot \vec{u}_c + \frac{\rho_c}{2a^2} \frac{\partial h}{\partial t} + 3(\delta \rho_c) \frac{\dot{a}}{a} - \rho_c \frac{\dot{a}}{a^3} h = 0 \quad (2.110)$$

- Ecuación de movimiento para los fotones, la energía oscura y el campo magnético:

$$\begin{aligned} \nabla(\delta p_\gamma) + 4a^2 \frac{\partial p_\gamma}{\partial t} \vec{u}_\gamma + 4a^2 p_\gamma \frac{\partial \vec{u}_\gamma}{\partial t} + 20p_\gamma \dot{a} a \vec{u}_\gamma - \frac{1}{4\pi} \vec{B} \cdot \nabla \vec{B} + \\ \nabla \left( \frac{B^2}{8\pi} \right) + C_{Thomson} = 0 \end{aligned} \quad (2.111)$$

- Ecuación de movimiento para los neutrinos ligeros:

$$\nabla(\delta p_\nu) + 4a^2 \frac{\partial p_\nu}{\partial t} \vec{u}_\nu + 4a^2 p_\nu \frac{\partial \vec{u}_\nu}{\partial t} + 20p_\nu \dot{a} a \vec{u}_\nu = 0 \quad (2.112)$$

- Ecuación de movimiento para los bariones:

$$a^2 \frac{\partial \rho_b}{\partial t} \vec{u}_b + a^2 \rho_b \frac{\partial \vec{u}_b}{\partial t} + 5\rho_b a \dot{a} \vec{u}_b - C_{Thomson} = 0 \quad (2.113)$$

- Ecuación de movimiento para las partículas de materia oscura:

$$a^2 \frac{\partial \rho_c}{\partial t} \vec{u}_c + a^2 \rho_c \frac{\partial \vec{u}_c}{\partial t} + 5\rho_c a \dot{a} \vec{u}_c = 0 \quad (2.114)$$

- Componente  $(0i)$  de las ecuaciones de campo de Einstein:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\nabla h}{a^2} \right) - 64\pi p_\gamma \vec{u}_\gamma - 64\pi p_\nu \vec{u}_\nu - 16\pi \rho_b \vec{u}_b - 16\pi \rho_c \vec{u}_c = 0 \quad (2.115)$$

- Componente  $(00)$  de las ecuaciones de campo de Einstein:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} - 2 \frac{\dot{a}}{a} \frac{\partial h}{\partial t} + 2 \left( \frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{\ddot{a}}{a} \right) h + 16\pi a^2 (\delta \rho_c + \delta \rho_b) + \\ 48\pi a^2 (\delta p_\gamma + \delta p_\nu) + 2a^2 B^2 = 0 \end{aligned} \quad (2.116)$$

El término  $C_{Thomson}$  da cuenta del acoplamiento existente entre fotones y bariones y viene dado por la expresión (2.33).

## 2.6. Ecuaciones finales de evolución de las perturbaciones en densidad de las distintas componentes en presencia de un campo magnético. Aproximaciones y solución

Antes de presentar el sistema de ecuaciones finales, vamos a introducir las definiciones de las perturbaciones relativas que introduciremos en el sistema de ecuaciones presentado anteriormente con el fin de obtener el sistema de ecuaciones finales a resolver.

**Definición de perturbaciones de densidad.** Se define la densidad perturbada relativa como:

- Para los fotones:

$$\delta_\gamma = \frac{\delta\epsilon_\gamma}{\epsilon_\gamma} = \frac{\delta p_\gamma}{p_\gamma} \quad (2.117)$$

- Para los bariones:

$$\delta_b = \frac{\delta\epsilon_b}{\epsilon_b} \quad (2.118)$$

- Para los neutrinos no masivos:

$$\delta_\nu = \frac{\delta\epsilon_\nu}{\epsilon_\nu} = \frac{\delta p_\nu}{p_\nu} \quad (2.119)$$

- Para las partículas de materia oscura:

$$\delta_c = \frac{\delta\epsilon_c}{\epsilon_c} \quad (2.120)$$

Además de la densidades relativas vamos a considerar una serie de cantidades referidas al momento actual a las que podríamos considerar como “comóviles”. Así por ejemplo,  $p_{\gamma 0}$  no es la presión de la radiación actual. Sería esta presión solamente si no hubiera habido ningún proceso físico de pérdida de fotones. La presión  $p_{\gamma 0}$  es la presión actual de fotones si solamente hubiera cambiado por efecto de la expansión. Su introducción supone una gran simplificación a la hora de integrar las ecuaciones, así como favorecer la intuición al permitir comparar una magnitud en diversas etapas de la expansión. Dichas cantidades son:

$$\begin{aligned}
 p_{\gamma 0} &= a^4 p_\gamma = cte \\
 \delta p_{\gamma 0} &= a^4 \delta p_\gamma \\
 \rho_{b 0} &= a^3 \rho_b = cte \\
 \delta \rho_{b 0} &= a^3 \delta \rho_b \\
 p_{\nu 0} &= a^4 p_\nu = cte \\
 \delta p_{\nu 0} &= a^4 \delta p_\nu \\
 \rho_{c 0} &= a^3 \rho_c = cte \\
 \delta \rho_{c 0} &= a^3 \delta \rho_c \\
 h_0 &= a^{-2} h \\
 \vec{B}_0 &= a^2 \vec{B} = cte
 \end{aligned} \tag{2.121}$$

Los valores que aparecen como constantes, lo son bajo la hipótesis de que las ecuaciones que describen su evolución son válidas para los diferentes períodos del Universo posteriores al que estamos estudiando. Para el caso de los fotones, por ejemplo, su ecuación es válida para las épocas Acústica y posterior a la recombinación. Con respecto a los bariones, sucede lo mismo. En cambio, las expresiones constantes dadas para los neutrinos y la materia oscura sí que se mantienen pues la evolución de estas magnitudes es independiente de lo que tiene lugar en el Universo desde épocas tempranas. El valor de  $B$  se verá afectado por procesos no lineales en la etapa presente, y por tanto, su valor no necesariamente coincide con el valor actual.

### 2.6.1. Sistema de ecuaciones perturbadas para la era de la radiación

Se obtiene teniendo en cuenta las expresiones definidas anteriormente e introduciéndolas en el sistema de ecuaciones expuesto en la sección 2.5.

1. Ecuación de balance energético:

- Para fotones, energía oscura y campo magnético:

$$\frac{\Lambda}{4\pi p_{\gamma 0}} \dot{a} a^3 h_0 + 3\dot{\delta}_\gamma + 3\frac{\dot{p}_{\gamma 0}}{p_{\gamma 0}} \delta_\gamma + 4\nabla \cdot \vec{u}_\gamma + 2\dot{h}_0 + \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{B_0^2}{8\pi} \right) = 0 \tag{2.122}$$

- Para neutrinos no masivos:

$$3\dot{\delta}_\nu + 3\frac{\dot{p}_{\nu 0}}{p_{\nu 0}} \delta_\nu + 4\nabla \cdot \vec{u}_\nu + 2\dot{h}_0 = 0 \tag{2.123}$$

- Para materia oscura:

$$\dot{\delta}_c + \frac{\dot{\rho}_{c0}}{\rho_{c0}}\delta_c + \nabla \cdot \vec{u}_c + \frac{\dot{h}_0}{2} = 0 \quad (2.124)$$

2. Ecuación de movimiento:

- Para fotones, energía oscura y campo magnético:

$$\nabla\delta_\gamma + 4a^2\frac{\dot{p}_{\gamma0}}{p_{\gamma0}}\vec{u}_\gamma + 4a^2\dot{\vec{u}}_\gamma + 4\dot{a}a\vec{u}_\gamma + n = 0 \quad (2.125)$$

- Para neutrinos no masivos:

$$\nabla\delta_\nu + 4a^2\frac{\dot{p}_{\nu0}}{p_{\nu0}}\vec{u}_\nu + 4a^2\dot{\vec{u}}_\nu + 4\dot{a}a\vec{u}_\nu = 0 \quad (2.126)$$

- Para materia oscura:

$$\frac{\dot{\rho}_{c0}}{\rho_{c0}} + 2\frac{\dot{a}}{a}\vec{u}_c + \dot{\vec{u}}_c = 0 \quad (2.127)$$

3. Ecuaciones de Einstein perturbadas:

- Componente  $\delta R_{00}$ :

$$a^2\nabla\dot{h}_0 - 64\pi p_{\gamma0}\vec{u}_\gamma - 64\pi p_{\nu0}\vec{u}_\nu - 16\pi a\rho_{c0}\vec{u}_c = 0 \quad (2.128)$$

- Componente  $\delta R_{0i}$ :

$$\begin{aligned} & \frac{a^2}{p_{\gamma0}p_{\nu0}\rho_{c0}} \left( \frac{\partial}{\partial t} \left[ a^2 \frac{\partial h_0}{\partial t} \right] \right) + \frac{16\pi a}{p_{\gamma0}p_{\nu0}}\delta_c + \frac{48\pi}{\rho_{c0}p_{\nu0}}\delta_\gamma + \\ & \frac{2}{p_{\gamma0}\rho_{c0}p_{\nu0}}B_0^2 = 0 \end{aligned} \quad (2.129)$$

## 2.6.2. Sistema de ecuaciones perturbadas para la época inmediatamente anterior al desacoplamiento

1. Ecuación de balance energético:

- Para fotones, energía oscura y campo magnético:

$$\frac{\Lambda}{4\pi p_{\gamma0}}\dot{a}a^3h_0 + 3\dot{\delta}_\gamma + 3\frac{\dot{p}_{\gamma0}}{p_{\gamma0}}\delta_\gamma + 4\nabla \cdot \vec{u}_\gamma + 2\dot{h}_0 + \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{B_0^2}{8\pi} \right) = 0 \quad (2.130)$$

- Para bariones:

$$\dot{\delta}_b + \frac{\dot{\rho}_{b0}}{\rho_{b0}}\delta_b + \nabla \cdot \vec{u}_b + \frac{\dot{h}_0}{2} = 0 \quad (2.131)$$

- Para neutrinos no masivos:

$$3\dot{\delta}_\nu + 3\frac{\dot{p}_{\nu0}}{p_{\nu0}}\delta_\nu + 4\nabla \cdot \vec{u}_\nu + 2\dot{h}_0 = 0 \quad (2.132)$$

- Para materia oscura:

$$\dot{\delta}_c + \frac{\dot{\rho}_{c0}}{\rho_{c0}}\delta_c + \nabla \cdot \vec{u}_c + \frac{\dot{h}_0}{2} = 0 \quad (2.133)$$

## 2. Ecuación de movimiento:

- Para fotones, energía oscura y campo magnético:

$$\nabla\delta_\gamma + 4a^2\frac{\dot{p}_{\gamma0}}{p_{\gamma0}}\vec{u}_\gamma + 4a^2\dot{\vec{u}}_\gamma + 4\dot{a}a\vec{u}_\gamma + n + an_e\sigma_T(\vec{u}_b - \vec{u}_\gamma) = 0 \quad (2.134)$$

- Para bariones:

$$\frac{\dot{\rho}_{b0}}{\rho_{b0}} + 2\frac{\dot{a}}{a}\vec{u}_b + \dot{\vec{u}}_b - \frac{4\epsilon_\gamma}{3\rho_b}an_e\sigma_T(\vec{u}_\gamma - \vec{u}_b) = 0 \quad (2.135)$$

- Para neutrinos no masivos:

$$\nabla\delta_\nu + 4a^2\frac{\dot{p}_{\nu0}}{p_{\nu0}}\vec{u}_\nu + 4a^2\dot{\vec{u}}_\nu + 4\dot{a}a\vec{u}_\nu = 0 \quad (2.136)$$

- Para materia oscura:

$$\frac{\dot{\rho}_{c0}}{\rho_{c0}} + 2\frac{\dot{a}}{a}\vec{u}_c + \dot{\vec{u}}_c = 0 \quad (2.137)$$

## 3. Ecuaciones de Einstein perturbadas:

- Componente  $\delta R_{00}$ :

$$a^2\nabla\dot{h}_0 - 64\pi(p_{\gamma0}\vec{u}_\gamma + p_{\nu0}\vec{u}_\nu) - 16\pi a\rho_{c0}\vec{u}_c - 16\pi a\rho_{b0}\vec{u}_b = 0 \quad (2.138)$$

- Componente  $\delta R_{0i}$ :

$$\begin{aligned} \frac{a^2}{p_{\gamma0}p_{\nu0}\rho_{c0}\rho_{b0}} \left( \frac{\partial}{\partial t} \left[ a^2 \frac{\partial h_0}{\partial t} \right] \right) + \frac{16\pi a}{p_{\gamma0}p_{\nu0}\rho_{b0}}\delta_c + \frac{16\pi a}{p_{\gamma0}p_{\nu0}\rho_{c0}}\delta_b + \\ \frac{48\pi}{\rho_{c0}\rho_{b0}p_{\nu0}}\delta_\gamma + \frac{2}{p_{\gamma0}\rho_{c0}\rho_{b0}p_{\nu0}}B_0^2 = 0 \end{aligned} \quad (2.139)$$

**Cambio de coordenadas.** Cambiamos a coordenadas comóviles:

1. Las coordenadas espaciales se definen como:  $x'_i = \frac{k}{a_{igual}}x_i$ .

2. La coordenada temporal:

$$t = t_{igual}e^{-\tau} \quad (2.140)$$

donde  $a_{igual} \approx 10^{-5}$  corresponde al factor de escala en la época de la igualdad. La constante  $k$  da cuenta de la expansión, siendo  $k = 4\sqrt{2\pi p_{\gamma 0}} = 2,73 \times 10^{-20} s^{-1}$ . El valor de  $p_0 = 8,84 \times 10^{-42} s^{-2}$  para la época dominada por la radiación. El tiempo  $t_{igual} \approx 3,7 \times 10^9$  s. Aquí  $\tau$  es una variable temporal que aumenta conforme vamos hacia atrás en el tiempo. Todos los valores de las coordenadas comóviles  $x_i$  se dan en segundos mientras que las  $x'_i$  son coordenadas adimensionales. Introduciendo estos cambios en el sistema de ecuaciones para la era de dominación de la radiación y despreciando la contribución de los neutrinos obtenemos:

■ Ecuación de balance energético:

- Para fotones, energía oscura y campo magnético:

$$\frac{\Lambda}{8\pi p_{\gamma 0}}a^4 e^{-2\tau}h_0 - 3\dot{\delta}_{\gamma} - 3\frac{\dot{p}_{\gamma 0}}{p_{\gamma 0}}\delta_{\gamma} + 4a_{igual}e^{-\tau}\vec{\nabla}' \cdot \vec{u}_{\gamma} - 2\dot{h}_0 = 0 \quad (2.141)$$

- Para materia oscura:

$$\dot{\delta}_c + \frac{\dot{\rho}_{c0}}{\rho_{c0}}\delta_c - a_{igual}e^{-\tau}\vec{\nabla}' \cdot \vec{u}_c + \frac{\dot{h}_0}{2} = 0 \quad (2.142)$$

■ Ecuación de movimiento:

- Para fotones, energía oscura y campo magnético:

$$\vec{\nabla}'\delta_{\gamma} - 4a_{igual}\frac{\dot{p}_{\gamma 0}}{p_{\gamma 0}}\vec{u}_{\gamma} - 4a_{igual}\dot{\vec{u}}_{\gamma} + 2a_{igual}\vec{u}_{\gamma} + \frac{a_{igual}}{k}n = 0 \quad (2.143)$$

- Para materia oscura:

$$\dot{\vec{u}}_c + \vec{u}_c \left( 1 + \frac{\dot{\rho}_{c0}}{\rho_{c0}} \right) = 0 \quad (2.144)$$

■ Ecuaciones de Einstein perturbadas:

- Componente  $\delta R_{00}$ :

$$\vec{\nabla}'\dot{h}_0 = \frac{a_{igual}}{k^2}16\pi \left( 4p_{\gamma 0}\vec{u}_{\gamma} + \rho_{c0}\vec{u}_c a_{igual}e^{-\frac{\tau}{2}} \right) \quad (2.145)$$

- Componente  $\delta R_{0i}$ :

$$\frac{k^2}{p_{\gamma 0} \rho_{c0}} \ddot{h}_0 + 16\pi \left( \frac{a_{igual} e^{-\frac{\tau}{2}}}{p_{\gamma 0}} \delta_c + \frac{3}{\rho_{c0}} \delta_\gamma + \frac{3}{\rho_{c0}} X \right) = 0 \quad (2.146)$$

siendo

$$X = \frac{B_0^2}{24\pi p_{\gamma 0}} \quad (2.147)$$

y

$$n = -\frac{\vec{B}_0 \cdot \vec{\nabla}' \cdot \vec{B}_0}{4\pi p_{\gamma 0}} + 3\nabla' X \quad (2.148)$$

el gradiente  $\nabla'$  se obtiene respecto a las coordenadas  $x'_i$ .

### 2.6.3. Aproximaciones y ecuación final para la era de dominación de la radiación

Para obtener la ecuación final mostrada en Battaner et al. (1997b), vamos a considerar que la contribución de energía oscura y materia oscura durante la era de dominación de la radiación es despreciable en las ecuaciones (2.141), (2.143), (2.145) y (2.146).

Para recuperar los resultados obtenidos por Battaner et al. (1997b) vamos a considerar que las contribuciones de la energía oscura y de la materia oscura son despreciables en esta etapa. De esta forma, tomando  $\frac{\partial}{\partial\tau}$  en la ecuación (2.145) correspondiente a la componente temporal de las ecuaciones de Einstein; el gradiente respecto a las coordenadas  $x'_i$  ( $\nabla'$ ) de la ecuación (2.146) que corresponde a la componente  $(0, i)$  de las ecuaciones de Einstein, restando ambos resultados y teniendo en cuenta la expresión (2.144) se obtiene, la expresión para la derivada de la velocidad de los fotones:

$$\dot{u}_\gamma = -\frac{\dot{p}_{\gamma 0}}{p_{\gamma 0}} \vec{u}_\gamma + \frac{3}{8} \frac{\rho_{c0}}{p_{\gamma 0}} a_{igual} e^{-\frac{\tau}{2}} \vec{u}_c - \frac{1}{4} \frac{\rho_{c0}}{p_{\gamma 0}} e^{-\frac{\tau}{2}} \vec{\nabla}' \delta_c - \frac{3}{4a_{igual}} \vec{\nabla}' \delta_\gamma - \frac{3}{4a_{igual}} \vec{\nabla}' X \quad (2.149)$$

Sustituyendo  $\dot{u}_\gamma$  en la ecuación (2.143) obtendremos  $u_\gamma$ :

$$\vec{u}_\gamma = -\frac{2}{a_{igual}} \vec{\nabla}' \delta_\gamma + \frac{3}{4} \frac{\rho_{c0}}{p_{\gamma 0}} a_{igual} e^{-\frac{\tau}{2}} \vec{u}_c - \frac{1}{2} \frac{\rho_{c0}}{p_{\gamma 0}} e^{-\frac{\tau}{2}} \vec{\nabla}' \delta_c - \frac{3}{2a_{igual}} \vec{\nabla}' X - \frac{1}{2k} n \quad (2.150)$$

Si ahora tomamos  $\frac{\partial}{\partial\tau}$  (2.141) y sustituimos en 2.143 y  $u_c$  se obtiene:

$$0 = \frac{\Lambda a_{igual}^4 e^{-2\tau}}{8\pi p_{\gamma 0}} \left[ \dot{h}_0 - h_0 \left( 2 + \frac{\dot{p}_{\gamma 0}}{p_{\gamma 0}} \right) \right] - 3\ddot{\delta}_\gamma - 3\dot{\delta}_\gamma \frac{\dot{p}_{\gamma 0}}{p_{\gamma 0}} + \\ 3\delta_\gamma \left( -\frac{\ddot{p}_{\gamma 0}}{p_{\gamma 0}} + \frac{\dot{p}_{\gamma 0}^2}{p_{\gamma 0}^2} \right) + 5e^{-\tau} \nabla'^2 \delta_\gamma + \frac{\rho_{c0} a_{igual} e^{\frac{-3\tau}{2}}}{\rho_{c0}} \nabla'^2 \delta_c + 3e^{-\tau} \nabla'^2 X + \\ \frac{2a_{igual} e^{-\tau}}{k} \vec{\nabla}' n - 4a_{igual} e^{-\tau} \frac{\dot{p}_{\gamma 0}}{p_{\gamma 0}} \vec{\nabla}' \cdot \vec{u}_\gamma - \frac{3\rho_{c0} a_{igual}^2 e^{\frac{-3\tau}{2}}}{p_{\gamma 0}} \vec{\nabla}' \cdot \vec{u}_c - 2\ddot{h}_0 \quad (2.151)$$

Una primera aproximación que podemos hacer es asumir que la constante cosmológica es despreciable en la época de dominación de la Radiación, quedando:

$$-3\ddot{\delta}_\gamma + 5e^{-\tau} \nabla'^2 \delta_\gamma + \frac{\rho_{c0} a_{igual} e^{\frac{-3\tau}{2}}}{\rho_{c0}} \nabla'^2 \delta_c + 3e^{-\tau} \nabla'^2 X + \\ \frac{2a_{igual} e^{-\tau}}{k} \vec{\nabla}' n - 4a_{igual} e^{-\tau} \frac{\dot{p}_{\gamma 0}}{p_{\gamma 0}} \vec{\nabla}' \cdot \vec{u}_\gamma - \frac{3\rho_{c0} a_{igual}^2 e^{\frac{-3\tau}{2}}}{p_{\gamma 0}} \vec{\nabla}' \cdot \vec{u}_c - 2\ddot{h}_0 = 0 \quad (2.152)$$

Podemos suponer también, que la materia oscura no va a influir en la evolución del fluido de fotones con el fin de recuperar los resultados de Battaner et al. (1997b):

$$-3\ddot{\delta}_\gamma + 5e^{-\tau} \nabla'^2 \delta_\gamma + 3e^{-\tau} \nabla'^2 X + \frac{2a_{igual} e^{-\tau}}{k} \vec{\nabla}' n - 2\ddot{h}_0 = 0 \quad (2.153)$$

Esta última expresión, nos muestra la evolución de la perturbación en densidad de energía en presencia de un campo magnético para la época de dominación de la radiación.

#### 2.6.4. Solución simplificada para el caso de un gran filamento de flujo magnético

La ecuación (2.153) presenta una solución simplificada si se considera una distribución de campo magnético en forma de filamento (con simetría cilíndrica) a gran escala. El término  $X$  nos representa la contribución del magnetismo en el origen y evolución de las perturbaciones.

Para integrar la ecuación (2.153) suponemos una configuración de campo magnético en forma de filamento (ver Battaner et al. 1997a):

$$B_0 = (0, 0, A) e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \quad (2.154)$$

donde  $r$  es la coordenada cilíndrica radial,  $\sigma$  es la anchura de la distribución y  $A$  es un determinada amplitud del campo en la dirección  $z$ . Ambas cantidades son

adimensionales. Se asume que la distribución del campo magnético en el interior del tubo de flujo es gaussiana. En este caso:

$$X = \frac{A^2}{24\pi p_{\gamma 0}} \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2}\right) \quad (2.155)$$

Sustituyendo esta última expresión en la ecuación (2.153) y suponiendo  $\sigma \gg 1$  (gran escala), se obtiene:

$$\delta = -\frac{B_0^2}{24\pi p_{\gamma 0}} + c_1 e^{-\tau} + c_2 e^{\tau} \quad (2.156)$$

siendo  $c_1$  y  $c_2$  constantes de integración. La variable  $\tau$  está definida en la expresión (2.140).

### 2.6.5. El Universo Magnético

La expresión (2.156) nos indica que en épocas muy tempranas, las inhomogeneidades en la densidad se vieron afectadas por el campo magnético remanente en el Universo. Incluso se puede considerar el caso más extremo, en el cual, el responsable de dichas perturbaciones es el campo magnético. Esto ocurre cuando  $c_2 = 0$ , para el caso en que  $\tau$  es muy grande (o lo que es lo mismo para estructuras a gran escala) obteniéndose:  $\delta = -\frac{B_0^2}{24\pi p_{\gamma 0}}$ . Aquí en caso de  $B_0 = 0$  se recupera el caso clásico de crecimiento de perturbaciones.  $p_{\gamma 0}$  tiene un valor de  $8,84 \times 10^{-42} \text{ s}^{-2}$ . Además, se sabe que  $1 \text{ Gauss} = 8,61 \times 10^{-24} \text{ s}^{-1}$ . Teniendo en cuenta estos valores, se obtiene el orden de magnitud de las perturbaciones en densidad suponiendo distintas intensidades de campo magnético  $B_0$ , sustituyéndolos en la expresión  $\delta = -\frac{B_0^2}{24\pi p_{\gamma 0}}$ :

- Para  $B_0 = 10^{-10} \text{ G}$ :  $\delta \approx 10^{-9}$
- Para  $B_0 = 10^{-9} \text{ G}$ :  $\delta \approx 10^{-7}$
- Para  $B_0 = 10^{-8} \text{ G}$ :  $\delta \approx 10^{-5}$

Dado que en el CMB se observan inhomogeneidades del orden de  $10^{-5}$ , valores de intensidad de campo primordial actuales como  $B_0 \sim 10^{-8} \text{ G}$  son capaces de producir inhomogeneidades de ese orden.

Los tubos de flujo magnético pueden ser los precedentes de la estructura a gran escala del Universo, tal y como la conocemos hoy día. Esta idea fue desarrollada por Battaner et al. (1997a) concluyendo que estos tubos de flujo magnético pudieron dar lugar a una estructura a gran escala de tipo fractal (Battaner & Florido 1998).

Estas ecuaciones permiten una gran cantidad de aplicaciones. Un caso interesante es el que se expone a continuación donde se estima el desplazamiento al rojo de la época de reionización.

## 2.7. Influencia del campo magnético en la reionización del Universo

En la presente sección se trata de ver la influencia que tiene el campo magnético sobre la época de reionización. Actualmente, se sabe que el medio intergaláctico está altamente ionizado; pero en el pasado fue neutro. La evidencia de que el Universo estuvo completamente ionizado nos la proporciona el efecto Gunn-Peterson (1965) observado en los espectros de cuásares muy lejanos (muy alto  $z$ ) (ver por ej. Becker et al. 2001) así como la profundidad óptica del “scattering” Thomson obtenido a partir del CMB. La primera prueba, nos indica que la completa ionización ocurre entre  $5,1 < z < 6$ . El valor de esta tardía ionización entra en tensión con el valor deducido del CMB que apunta a  $z_{reion} = 10,8 \pm 1,4$  (ver Komatsu et al. 2009).

Son numerosas las publicaciones en las que se trata de compatibilizar dichos valores modificando los mecanismos de formación galáctica (ver por ej. Benson et al. 2006), o incluso introduciendo la existencia de las estrellas conocidas como de población III (Sokasian et al. 2004).

Una explicación alternativa es la inclusión del magnetismo primordial y sus efectos en dicha época. Sethi & Subramanian (2005) suponen que los campos magnéticos primordiales podrían haber disipado su energía en el medio intergaláctico vía difusión ambipolar; mientras que en escalas suficientemente pequeñas, se habría producido mediante decaimiento de la turbulencia tras la recombinación. Suponiendo valores de  $B_0 = 3 \times 10^{-9}$  G obtienen valores para la profundidad óptica del “scattering” Thomson  $\tau_{reion} > 0,1$  lo que equivale a  $z_{reion} > 10$ . Además muestran que los campos magnéticos primordiales pueden haber provocado la formación de estructuras protogalácticas para  $z > 15$ . Como se observa, los valores deducidos de su estudio son compatibles con las observaciones recientes proporcionadas por la misión WMAP. Otro trabajo que trata de la influencia del magnetismo sobre la reionización es el realizado por Tashiro & Sugiyama (2006). En éste se propone un escenario en el que la presencia de campos magnéticos primordiales en las pequeñas escalas, inducen fluctuaciones en los bariones a partir de la fuerza de Lorentz. Estas fluctuaciones pueden impulsar y contribuir a la formación estelar, encontrando que las posibles estrellas de población III formadas en los halos de materia oscura podrían reionizar el Universo a  $z \approx 15$  en presencia de campos magnéticos primordiales con intensidades superiores a  $0,6 \times 10^9$  G.

Nuestra hipótesis (Ruiz-Granados 2006) se basa en el hecho de que los campos magnéticos primordiales dan lugar a altas densidades de energía en filamentos superhorizonte, y por tanto, afectan a la formación galáctica. Se supone que cuando la densidad en estos filamentos enormes alcanza un valor crítico, comienza la formación galáctica de la forma en que la explican actualmente los modelos de materia oscura fría. Durante la era de dominación de la radiación, y para obtener la solución de la ecuación (2.153), se han realizado una serie de hipótesis y aproximaciones descritas al final de la sección anterior que nos ha llevado a obtener soluciones de la forma:

$$\delta = -X + c_1 t + \frac{c_2}{t} \quad (2.157)$$

Recordemos que  $\delta$  es el contraste de densidad relativa de energía, definido como  $\delta\epsilon_\gamma/\epsilon_\gamma$ , donde  $\epsilon_\gamma$  es la densidad de energía radiativa (correspondiente a los fotones) y  $\delta\epsilon_\gamma$  es la diferencia entre su valor en el filamento y su valor medio en el Universo. Partiendo de la definición de  $\tau$ , se obtiene el tiempo  $t$  que aparece en la solución ( $t = t_{igual} e^{-\tau}$ );  $X$  viene dado por la expresión (2.147) donde  $B_0$  es la intensidad de campo comóvil presente. En el momento inicial  $t_i$ , las perturbaciones  $\delta_i$  serán debidas a la existencia de perturbaciones magnéticas y no magnéticas, de forma que la solución dada por (2.157) puede expresarse como:

$$\delta_i = -X + c_1 t_i + \frac{c_2}{t_i} \quad (2.158)$$

Para obtener los valores de las constantes de integración  $c_1$  y  $c_2$ , imponemos  $\dot{\delta}_i = 0$ , obteniendo  $c_1 = \frac{c_2}{t_i^2}$  y por tanto:

$$\delta_i = -X + \frac{c_2}{t_i^2} t_i + \frac{c_2}{t_i}$$

La constante  $c_2$ , puede obtenerse a partir de estas perturbaciones de densidad iniciales:

$$c_2 = \frac{(\delta_i + X)t_i}{2} \quad (2.159)$$

Sustituyendo el valor de  $c_2$  en la solución dada por (2.157) se obtiene:

$$\delta = -X + \frac{(\delta_i + X)}{2} \frac{t}{t_i} + \frac{(\delta_i + X)}{2} \frac{t_i}{t} \quad (2.160)$$

Si simplificamos haciendo término  $\sim 1/t \approx 0$ :

$$\delta = -X + \frac{(\delta_i + X)}{2} \frac{t}{t_i} \quad (2.161)$$

Siendo dicha solución válida hasta el momento de la recombinação  $t_{rec}$ , es decir:

$$\delta = -X + \frac{(\delta_i + X)}{2} \frac{t_{rec}}{t_i} \quad (2.162)$$

Por otra parte, se sabe que desde la recombinaión hasta el momento actual, las perturbaciones de densidad, crecen como:

$$\delta(t = t_{rec}) = c_3 t^{\frac{2}{3}} \quad (2.163)$$

siempre que se trate de filamentos super-horizonte, y que por tanto, debe tener el mismo valor que la dada por (2.162), obteniéndose así:

$$c_3 = \frac{-X + \frac{(\delta_i + X)}{2t_i} t_{rec}}{t_{rec}^{2/3}}$$

Tras la recombinaión, las perturbaciones de densidad en presencia de un campo magnético evolucionarán por tanto según:

$$\delta = \frac{-X + \frac{(\delta_i + X)}{2t_i} t_{rec}}{t_{rec}^{2/3}} t^{\frac{2}{3}} \quad (2.164)$$

Siendo dicha evolución en ausencia de magnetismo ( $X = 0$ ):

$$\delta = \frac{\frac{\delta_i}{2t_i} t_{rec}}{t_{rec}^{2/3}} t_{clásico}^{\frac{2}{3}} \quad (2.165)$$

donde  $t_{clásico}$  indica el tiempo de la reionización en ausencia del campo magnético.

Para el caso en que  $t_i$  es muy pequeño, el término  $-X$  será despreciable; por lo que al igualar (2.164) y (2.165), obtendremos:

$$t' = \left( \frac{1}{1 + \frac{X}{\delta_i}} \right)^{2/3} t_{clásico} \quad (2.166)$$

Expresemos esta cantidad en función del corrimiento al rojo  $z$ , sabiendo que en la época de la reionización  $1 + z = \left( \frac{t_0}{t} \right)^{2/3}$ :

$$z' = (1 + z_{clásico}) \left( 1 + \frac{X}{\delta_i} \right)^{-1} - 1 \quad (2.167)$$

Definamos el parámetro  $x = \frac{X}{\delta_i}$  que nos da la importancia relativa de los campos magnéticos en comparación con las perturbaciones de densidad de energía a  $t_i$ . Finalmente:

$$z' = (1 + z_{clásico})x + z_{clásico} \quad (2.168)$$

En la Figura (2.7) que el modelo simplificado predice una relación lineal entre el corrimiento al rojo de la Reionización cuando se tienen en cuenta los campos magnéticos,  $z'$  y el parámetro  $x$  indica la importancia relativa de los campo magnéticos primordiales inicialmente. La Figura (2.7) muestra la representación del tiempo ( $t$ ) frente a  $x$ .

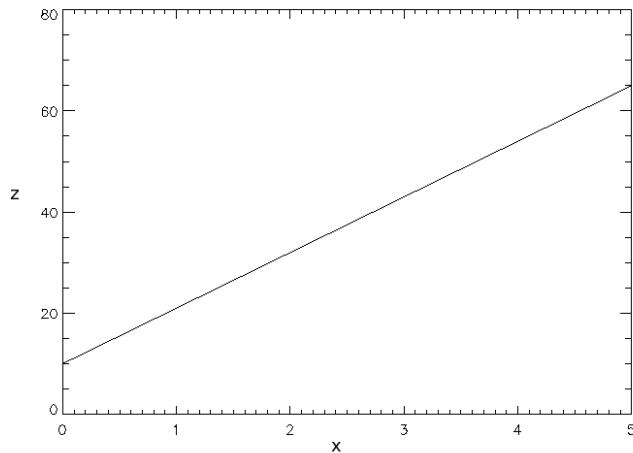


Figura 2.1: Representación del cociente campo magnético-perturbación en densidad ( $x$ ) frente al corrimiento al rojo  $z$ . Ambas cantidades son adimensionales.

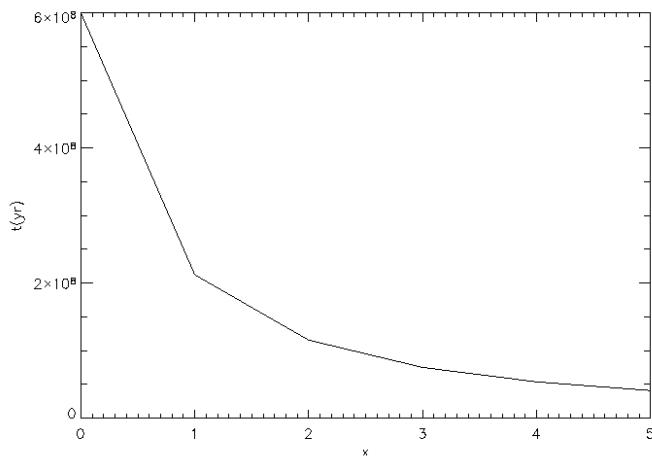


Figura 2.2: Representación del cociente campo magnético-perturbación en densidad ( $x$ ) frente al corrimiento al tiempo  $t$ .  $x$  es adimensional.  $t$  se expresa en años.

La inclusión de un campo de intensidad  $B_0 = 10^{-8}$  G modifica en un 37% la reionización del Universo. La estimación del corrimiento al rojo al que tuvo lugar la reionización suponiendo  $z_{clásico} \approx 10$  y  $\delta \approx 3,3 \cdot 10^{-5}$  es:  $z' \approx 13,7$ .

Se observa que dicho valor es compatible con los resultados de WMAP, por tanto, la presencia del magnetismo puede ser una clave o ingrediente adicional para entender las observaciones de la reionización temprana del Universo.

## 2.8. Ecuaciones en el espacio de Fourier. Ecuaciones en el “gauge” conforme.

En esta sección se presenta la obtención de las ecuaciones en el espacio de Fourier, en los “gauges” newtoniano conforme y síncrono siguiendo las indicaciones generales dadas por Ma & Bertschinger (1995).

### 2.8.1. Transformación al espacio de Fourier. Ecuaciones en el “gauge” síncrono y conforme

La transformación al espacio de Fourier se indicó en la sección 2.1.2. Dado que sólo estamos considerando modos escalares, la perturbación de la métrica viene dada por la expresión (2.7) (Ma & Bertschinger 1995). Notar que en nuestro caso,  $\eta = 0$ , por lo que la transformación al espacio de Fourier viene dada por:

$$h_{ij}(\vec{x}, t) = \int d^3k e^{i\vec{k}\vec{x}} \hat{k}_i \hat{k}_j h(\vec{k}, t) \quad (2.169)$$

Ma & Bertschinger (1995) obtienen unas expresiones generales de las ecuaciones perturbadas de conservación de energía, movimiento y de Einstein; para el caso de perturbaciones escalares de la métrica expresadas en dicho espacio y para los “gauges” síncrono y newtoniano conforme.

A continuación se exponen dichas expresiones generales, particularizadas a nuestro caso:

#### Expresiones generales en el “gauge” síncrono.

- Ecuación perturbada de balance energético:

$$\dot{\delta} = -(1+w) \left( \theta + \frac{\dot{h}}{2} \right) - 3 \frac{\dot{a}}{a} \left( \frac{\delta p}{\delta \rho} - w \right) \delta \quad (2.170)$$

- Ecuación perturbada de movimiento:

$$\dot{\theta} = -\frac{\dot{a}}{a}(1-3w)\theta - \frac{\dot{w}}{1+w}\theta + \frac{\delta p}{\delta \rho} \frac{1}{1+w} k^2 \delta - k^2 \sigma \quad (2.171)$$

- Ecuaciones perturbadas de Einstein:

Componente (00):

$$-\frac{1}{2} \frac{\dot{a}}{a} \dot{h} = 4\pi G a^2 \delta \tau_0^0 \quad (2.172)$$

Componente (0*i*):

$$0 = 4\pi G a^2 (\rho + p) \theta \quad (2.173)$$

Componente (ii):

$$\ddot{h} + 2 \frac{\dot{a}}{a} \dot{h} = -8\pi g a^2 \delta \tau_i^i \quad (2.174)$$

Componente (*ij*) con  $i \neq j$ :

$$\ddot{h} + 2 \frac{\dot{a}}{a} (\dot{h}) = 24\pi G a^2 (\rho + p) \sigma \quad (2.175)$$

### Expresiones generales en el “gauge” newtoniano conforme.

- Ecuación perturbada de balance energético:

$$\dot{\delta} = -(1+w)(\theta - 3\dot{\phi}) - 3 \frac{\dot{a}}{a} \left( \frac{\delta p}{\delta \rho} - w \right) \delta \quad (2.176)$$

- Ecuación perturbada de movimiento:

$$\dot{\theta} = -\frac{\dot{a}}{a}(1-3w)\theta - \frac{\dot{w}}{1+w}\theta + \frac{\delta p}{\delta \rho} \frac{1}{1+w} k^2 \delta - k^2 \sigma + k^2 \psi \quad (2.177)$$

- Ecuaciones perturbadas de Einstein:

Componente (00):

$$k^2 \phi + 3 \frac{\dot{a}}{a} \left( \dot{\phi} + \frac{\dot{a}}{a} \psi \right) = 4\pi G a^2 \delta \tau_0^0 \quad (2.178)$$

Componente (0*i*):

$$k^2 \left( \dot{\phi} + \frac{\dot{a}}{a} \psi \right) = 4\pi G a^2 (\rho + p) \theta \quad (2.179)$$

Componente (ii):

$$\ddot{\phi} + \frac{\dot{a}}{a} (\dot{\psi} + 2\dot{\phi}) + \left( 2 \frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2} \right) \psi + \frac{k^2}{3} (\phi - \psi) = \frac{4\pi}{3} G a^2 \delta \tau_i^i \quad (2.180)$$

Componente (*ij*) con  $i \neq j$ :

$$k^2 (\phi - \psi) = 12\pi a^2 (\rho + p) \sigma \quad (2.181)$$

donde  $\delta$  es la perturbación de densidad de una componente del fluido;  $\theta$  es la divergencia de la velocidad del fluido (para una componente particular) siendo  $\theta = ik^j v_j$  su expresión en el espacio de Fourier;  $\rho$  hace referencia a la densidad de energía (equivalente a  $\epsilon$ );  $p$  es la presión del fluido;  $h$  es la perturbación escalar de la métrica (ver sección 2.1.2) y que, como se ha apuntado, hace referencia a la traza en el “gauge” síncrono; mientras que  $(\phi, \psi)$  son los potenciales en función de los cuales se expresa la perturbación en el “gauge” conforme. Las magnitudes  $(\rho + p)\theta = ik^j \delta \tau_j^0$ ,  $(\rho + p)\sigma = -(\hat{k}_i \hat{k}_j - 1/3 \delta_{ij}) \Sigma_j^i$ ; siendo  $\Sigma_j^i = \tau_j^i - \delta_j^i \tau_k^k / 3$ , es decir, da cuenta de la componente del tensor  $\tau_{ij}$  fuera de la traza. Ya se vio que  $\sigma$  viene dado por la expresión (2.62). Para perturbaciones lineales, el tensor energía-momento viene dado por:

$$\begin{aligned}\tau_0^0 &= -(\rho + \delta\rho) \\ \tau_i^0 &= (\rho + p)v_i \\ \tau_j^i &= (p + \delta p)\delta_j^i + \Sigma_j^i\end{aligned}\tag{2.182}$$

Finalmente añadir que para perturbaciones adiabáticas  $\delta p = c_s^2 \delta \rho$  siendo  $c_s$  la velocidad del sonido del fluido y que puede expresarse como:  $c_s^2 = w + \rho \frac{dw}{d\rho}$ .

Utilizando las expresiones generales anteriores y particularizando a nuestro caso, escribimos nuestro sistema de ecuaciones en el espacio de Fourier y para ambos “gauges”; teniendo en cuenta las ecuaciones de estado dadas en la sección 2.3.

1. En el “gauge” síncrono:

### Era de dominación de la radiación.

- Ecuaciones de conservación de energía:

Para fotones, energía oscura y campo magnético:

$$\dot{\delta}_\gamma = -\frac{2}{3} \theta_\gamma + \frac{\dot{h}}{3}\tag{2.183}$$

Para neutrinos no masivos:

$$\dot{\delta}_\nu = -\frac{4}{3} \theta_\nu + \frac{2\dot{h}}{3}\tag{2.184}$$

Para partículas de materia oscura:

$$\dot{\delta}_c = -\theta_c + \frac{\dot{h}}{2}\tag{2.185}$$

■ Ecuaciones de movimiento:

Para fotones, energía oscura y campo magnético:

$$\dot{\theta}_\gamma = -\frac{\dot{a}}{a}\theta_\gamma + 3k^2\delta_\gamma \quad (2.186)$$

Para neutrinos no masivos:

$$\dot{\theta}_\nu = \frac{k^2\delta_\nu}{4} \quad (2.187)$$

Para partículas de materia oscura:

$$\dot{\theta}_c = -\frac{\dot{a}}{a}\theta_c \quad (2.188)$$

■ Ecuaciones de Einstein:

Componente (0i):

$$0 = 16\pi Ga^2 \left( p_\gamma + \frac{B^2}{24\pi} \right) \theta_\gamma + 16\pi Ga^2 p_\nu \theta_\nu + 4\pi Ga^2 \rho_c \theta_c \quad (2.189)$$

Componente (00):

$$\frac{\dot{a}}{a}h - 24\pi Ga^2 \delta p_\gamma - 24\pi Ga^2 \delta p_\nu - 8\pi Ga^2 \delta \rho_c + Ga^2 \Lambda - Ga^2 B^2 \quad (2.190)$$

Componente (ii):

$$\ddot{h} + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{h} = -8\pi Ga^2 p_\gamma - 8\pi Ga^2 p_\nu - Ga^2 \Lambda - Ga^2 \frac{B^2}{3} \quad (2.191)$$

**Etapa inmediatamente anterior al desacoplamiento.**

■ Ecuaciones de conservación de energía:

Para fotones, energía oscura y campo magnético:

$$\dot{\delta}_\gamma = -\frac{2}{3}\theta_\gamma + \frac{\dot{h}}{3} \quad (2.192)$$

Para neutrinos no masivos:

$$\dot{\delta}_\nu = -\frac{2}{3}\theta_\nu + \frac{\dot{h}}{3} \quad (2.193)$$

Para partículas de materia oscura:

$$\dot{\delta}_c = -\theta_c + \frac{\dot{h}}{2} \quad (2.194)$$

Para bariones:

$$\dot{\delta}_b = -\theta_b + \frac{\dot{h}}{2} \quad (2.195)$$

- Ecuaciones de movimiento:

Para fotones, energía oscura y campo magnético:

$$\dot{\theta}_\gamma = -\frac{\dot{a}}{a}\theta_\gamma + 3k^2\delta_\gamma + C_{Thomson} \quad (2.196)$$

Para neutrinos no masivos:

$$\dot{\theta}_\nu = \frac{k^2\delta_\nu}{4} \quad (2.197)$$

Para partículas de materia oscura:

$$\dot{\theta}_c = -\frac{\dot{a}}{a}\theta_c \quad (2.198)$$

Para bariones:

$$\dot{\theta}_b = -\frac{\dot{a}}{a}\theta_b - C_{Thomson} \quad (2.199)$$

- Ecuaciones de Einstein:

Componente  $(0i)$ :

$$0 = 16\pi Ga^2 \left( p_\gamma + \frac{B^2}{24\pi} \right) \theta_\gamma + 16\pi Ga^2 p_\nu \theta_\nu + 4\pi Ga^2 \rho_c \theta_c + 4\pi Ga^2 \rho_b \theta_b \quad (2.200)$$

Componente  $(00)$ :

$$\frac{\dot{a}}{a}\dot{h} - 24\pi Ga^2 \delta p_\gamma - 24\pi Ga^2 \delta p_\nu - 8\pi Ga^2 \delta \rho_c - 8\pi Ga^2 \delta \rho_b + Ga^2 \Lambda - Ga^2 B^2 \quad (2.201)$$

Componente  $(ii)$ :

$$\ddot{h} + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{h} = -8\pi Ga^2 p_\gamma - 8\pi Ga^2 p_\nu - Ga^2 \Lambda - Ga^2 \frac{B^2}{3} \quad (2.202)$$

2. En el “gauge” conforme:

**Era de dominación de la radiación.**

- Ecuaciones de conservación de energía:

Para fotones, energía oscura y campo magnético:

$$\dot{\delta}_\gamma = -\frac{2}{3}(\theta_\gamma - 3\dot{\phi}) \quad (2.203)$$

Para neutrinos no masivos:

$$\dot{\delta}_\nu = -\frac{4}{3}(\theta_\nu - 3\dot{\phi}) \quad (2.204)$$

Para partículas de materia oscura:

$$\dot{\delta}_c = -\theta_c + 3\dot{\phi} \quad (2.205)$$

- Ecuaciones de movimiento:

Para fotones, energía oscura y campo magnético:

$$\dot{\theta}_\gamma = -\frac{\dot{a}}{a}\theta_\gamma + 3k^2\delta_\gamma + k^2\psi \quad (2.206)$$

Para neutrinos no masivos:

$$\dot{\theta}_\nu = \frac{k^2\delta_\nu}{4} + k^2\psi \quad (2.207)$$

Para partículas de materia oscura:

$$\dot{\theta}_c = -\frac{\dot{a}}{a}\theta_c + k^2\psi \quad (2.208)$$

- Ecuaciones de Einstein:

Componente (0i):

$$k^2 \left( \dot{\phi} + \frac{\dot{a}}{a}\psi \right) = 16\pi Ga^2 \left( p_\gamma + \frac{B^2}{24\pi} \right) \theta_\gamma + Ga^2 \frac{\Lambda}{2} + 16\pi Ga^2 p_\nu \theta_\nu + 4\pi Ga^2 \rho_c \theta_c \quad (2.209)$$

Componente (00):

$$k^2 \phi + 3\frac{\dot{a}}{a} \left( \dot{\phi} + \frac{\dot{a}}{a}\psi \right) = 12\pi Ga^2 \left( p_\gamma + \frac{B^2}{24\pi} \right) + Ga^2 \frac{\Lambda}{2} + 4\pi Ga^2 \rho_c \quad (2.210)$$

Componente (ii):

$$\ddot{\phi} + \frac{\dot{a}}{a}(\dot{\psi} + 2\dot{\phi}) + \left( 2\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2} \right) \psi + \frac{k^2}{3}(\phi - \psi) = \frac{4\pi}{3} Ga^2 \left( p_\gamma + \frac{B^2}{24\pi} + \frac{\Lambda}{8\pi} + p_\nu \right) \quad (2.211)$$

**Etapa inmediatamente anterior al desacoplamiento.**

- Ecuaciones de conservación de energía:

Para fotones, energía oscura y campo magnético:

$$\dot{\delta}_\gamma = -\frac{2}{3}(\theta_\gamma - 3\dot{\phi}) \quad (2.212)$$

Para neutrinos no masivos:

$$\dot{\delta}_\nu = -\frac{4}{3}(\theta_\nu - 3\dot{\phi}) \quad (2.213)$$

Para partículas de materia oscura:

$$\dot{\delta}_c = -\theta_c + 3\dot{\phi} \quad (2.214)$$

Para bariones:

$$\dot{\delta}_b = -\theta_b + 3\dot{\phi} \quad (2.215)$$

- Ecuaciones de movimiento:

Para fotones, energía oscura y campo magnético:

$$\dot{\theta}_\gamma = -\frac{\dot{a}}{a}\theta_\gamma + 3k^2\delta_\gamma + k^2\psi \quad (2.216)$$

Para neutrinos no masivos:

$$\dot{\theta}_\nu = \frac{k^2\delta_\nu}{4} + k^2\psi \quad (2.217)$$

Para partículas de materia oscura:

$$\dot{\theta}_c = -\frac{\dot{a}}{a}\theta_c + k^2\psi \quad (2.218)$$

Para bariones:

$$\dot{\theta}_b = -\frac{\dot{a}}{a}\theta_b + k^2\psi \quad (2.219)$$

- Ecuaciones de Einstein:

Componente  $(0i)$ :

$$\begin{aligned} k^2 \left( \dot{\phi} + \frac{\dot{a}}{a}\psi \right) &= 16\pi Ga^2(p_\gamma + \frac{B^2}{24\pi})\theta_\gamma + Ga^2\frac{\Lambda}{2} + \\ &16\pi Ga^2p_\nu\theta_\nu + 4\pi Ga^2\rho_c\theta_c + 4\pi Ga^2\rho_b\theta_b \end{aligned} \quad (2.220)$$

Componente (00):

$$k^2\phi + 3\frac{\dot{a}}{a}\left(\dot{\phi} + \frac{\dot{a}}{a}\psi\right) = 12\pi Ga^2(p_\gamma + \frac{B^2}{24\pi}) + Ga^2\frac{\Lambda}{2} + 4\pi Ga^2\rho_c + 4\pi Ga^2\rho_b \quad (2.221)$$

Componente (ii):

$$\ddot{\phi} + \frac{\dot{a}}{a}(\dot{\psi} + 2\dot{\phi}) + \left(2\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2}\right)\psi + \frac{k^2}{3}(\phi - \psi) = \frac{4\pi}{3}Ga^2(p_\gamma + \frac{B^2}{24\pi} + \frac{\Lambda}{8\pi} + p_\nu) \quad (2.222)$$

Es importante subrayar el hecho de que se está considerando que el tensor energía-momento es diagonal, y por tanto, se está ignorando la existencia de una tensión anisótropa.

## 2.9. Conclusiones

Nuestro principal objetivo ha sido encontrar las ecuaciones de evolución para un filamento radiativo de flujo magnético dado que en caso de poder observarlo, nos revelaría importante información sobre la generación del magnetismo en el Universo. Inicialmente, nuestra formulación se realizó únicamente para una etapa anterior a la Igualdad ampliando el trabajo de Battaner et al. (1997b), introduciendo nuevos ingredientes, que se sumaban al campo magnético y los fotones ya existentes, como son la materia oscura fría, los neutrinos y la energía oscura. Posteriormente, y ante la posibilidad planteada por misión PLANCK para la detección del magnetismo primordial; hemos obtenido una ampliación de dicho estudio hasta una etapa inmediatamente anterior al desacoplamiento y por tanto, incluyendo los bariones. Los filamentos creados durante la época de dominación de la radiación deberían ser observables en el CMB dado que pueden producir rotación de Faraday. La presencia de un campo magnético induce perturbaciones de densidad. Estos filamentos radiativos podrían dar lugar a acumulaciones de materia pero también hemos mostrado que pueden influir en la reionización del Universo adelantándola un 37% ( $z' \sim 13,7$ ). El campo magnético juega un papel importante no sólo en la evolución de perturbaciones de densidad sino también en la generación de las mismas, dado que su carácter vectorial da lugar a anisotropías en la densidad. La evolución anisótropa de las perturbaciones de densidad debería ser importante en tiempos anteriores a la Igualdad. Posteriormente a esa época, la conducción calorífica y la viscosidad podrían eliminar las pequeñas estructuras y, tras el desacoplamiento, la no linealidad complicaría la

estructura inicial; aunque es posible que la distribución inicial de campo magnético haya sobrevivido hasta el desacoplamiento y haya dejado su huella en el CMB. Se ha mostrado que el orden de magnitud de la intensidad de campo que afecta a las perturbaciones de densidad es de  $B_0 \sim 10^{-8}$  G, valor compatible con los valores derivados de la nucleosíntesis como vimos (Grasso & Rubinstein 1996). Finalmente hemos planteado las ecuaciones utilizando la formulación de Ma & Bertschinger (1995) con el fin de comparar nuestros resultados con los obtenidos en trabajos como los de Giovannini (2004a). En este trabajo, el punto de partida es distinto al nuestro dado que asume una distribución estocástica de campo magnético. Nuestras ecuaciones se reproducen a partir de las dadas por Giovannini (2004a) si se asume que la fuerza de Lorentz y tensor anisótropo del campo magnético son nulos.

# **Capítulo 3**

## **Determinación del campo magnético galáctico utilizando los datos de polarización a 22 GHz de WMAP**

### **3.1. Introducción**

Las galaxias espirales muestran campos magnéticos a gran escala. La Vía Láctea no es una excepción, pero obtener su distribución espacial es extremadamente complicado. La mayoría de los métodos de observación de campos magnéticos en galaxias están basados en la observación de la emisión sincrotrón (ver por ej. Wolleben et al. 2006; Reich 2006; Testori et al. 2008; Hinshaw et al. 2009) o en la medición de rotación de Faraday de fuentes extragalácticas (ver por ej. Gaensler et al. 2001; Brown et al. 2007; Haverkorn et al. 2008; Carretti et al. 2008) y púlsares (ver por ej. Weisberg et al. 2004; Han et al. 2006; Noutsos et al. 2008). La combinación de ambos métodos nos permite establecer la estructura tridimensional del campo magnético a gran y pequeña escala. A pesar de todo, no existe acuerdo sobre la estructura a gran escala del campo magnético galáctico. Los ajustes de medidas de rotación de púlsares apuntan a un GMF concentrado en el disco galáctico siguiendo un patrón bisimétrico (Han et al. 2006). Las medidas de rotación de EGRS apuntan a un patrón axisimétrico (Brown et al. 2007). En general, la RM de púlsares y EGRS muestran reversos del campo a distintas distancias galactocéntricas. Utilizando los cartografiados de todo el cielo tanto en intensidad como en polarización a 1.4 GHz (DRAO-Villa Elisa) y 22 GHz (WMAP) junto al catálogo de RM de EGRS obtenido por el radiotelescopio de Effelsberg (Bonn) Sun et al. (2008) han obtenido un modelo tridimensional para el patrón regular del GMF que parece ser axisimétrico y al que hay que añadir un anillo a una distancia comprendida entre 1 y 2 kpc del

Sol para explicar el reverso al que apuntan las RM de las EGRS. Estos resultados son compatibles con los obtenidos por Brown et al. (2007). Miville-Deschénes et al. (2008) muestran que un modelo axisimétrico ajusta los datos de polarización a 22 GHz de WMAP. Vallée (2008) apunta a la inclusión de un modelo de anillo para describir el GMF. Recientemente, Jansson et al. (2009) han presentado un trabajo en el que utilizando los mismos datos que Sun et al. (2008), muestran que ninguno de los modelos utilizados para ajustar el GMF proporciona una buena descripción de los datos. Jaffe et al. (2009) utilizando cadenas de Markov (MCMC del inglés Monte-Carlo Markov chain) simulan los parámetros de Stokes I, Q, U y la RM de EGRS asumiendo que el GMF viene descrito por un modelo axisimétrico con el fin de estudiar no sólo la componente a gran escala, sino también la componente a pequeña escala, restringiendo sus intensidades de campo y obteniendo la importancia relativa de ambas componentes. La falta de consenso apunta a una mayor complejidad del modelo que describe el GMF tal y como señalan Men et al. (2008). Es necesario, por tanto, realizar un mayor esfuerzo observacional como el que se pretende con la nueva generación de experimentos LOFAR<sup>1</sup> y SKA<sup>2</sup> para ampliar los catálogos de RM que actualmente se limitan a regiones concretas del cielo (Beck 2009b). Además, junto con los nuevos cartografiados de todo el cielo que proporcionará PLANCK y CMB-Pol<sup>3</sup> (de Bernardis 2006; Fraisse et al. 2008); o parciales como QUIJOTE<sup>4</sup> (Rubino-Martin et al. 2008) supondrán un gran avance en el estudio del magnetismo galáctico.

Nuestro *propósito* en este capítulo es determinar la componente regular del campo magnético galáctico utilizando las medidas de polarización a 22 GHz obtenidas por el satélite WMAP en su quinto año de operación. Este estudio difiere de los anteriormente citados en la profundidad con la que se aborda. Para ello consideraremos distintos modelos propuestos en la bibliografía, cada uno definido por una serie de parámetros libres que ajustaremos a los datos con el fin de seleccionar el modelo que mejor los describa utilizando una aproximación bayesiana.

Posiblemente, el GMF no pueda describirse por un simple modelo pues la galaxia tiene tres componentes: disco delgado, disco grueso (Beuermann et al. 1985) y halo. Cada una de estas componentes se espera que esté caracterizada por un modelo propio y por tanto, con unos parámetros propios. Teniendo en cuenta que cada una de las componentes galácticas son bastante desconocidas, un análisis de un campo magnético compuesto por varias componentes dependiendo de la parte de la galaxia en cuestión supone una tarea bastante complicada.

El disco delgado posee las intensidades de campo más elevadas y por tanto,

---

<sup>1</sup><http://www.lofar.org/>

<sup>2</sup><http://www.skatelescope.org/>

<sup>3</sup><http://cmbpol.uchicago.edu/>

<sup>4</sup>[http://www.iac.es/project/cmb/quiete/index\\_esp.php](http://www.iac.es/project/cmb/quiete/index_esp.php)

haremos hincapié en su estudio. Por otra parte, la componente aleatoria del campo magnético junto con los “spurs” locales (Berkhuijsen et al. 1971) como el “spur” del norte (NPS del inglés *north polar spur*), distorsionan la configuración regular del GMF. Además, a pesar de la elevada frecuencia (22 GHz), la depolarización de Faraday nos afectará en determinadas regiones. Observando a altas latitudes galácticas, el GMF del disco delgado estará contaminado por los campos del disco grueso y del halo, que incluso, este último podría dominar a dichas latitudes. Los modelos de GMF para el disco grueso son escasos en la literatura, sin embargo podría comprobarse aquellos modelos propuestos para describir el campo del disco delgado, haciendo que distintos parámetros puedan caracterizar ambos discos. Por el contrario, el halo no puede englobarse en dicho estudio al tener una estructura completamente diferente consistente en un doble toro en el que la dirección del campo es opuesta en ambos hemisferios.

La estructura del halo es bastante desconocida por el momento. Tras la detección del mismo en los trabajos presentados por Simard-Normandin & Kronberg (1980); Han & Qiao (1994) ha sido modelada por Han et al. (1997); Prouza & Šmída (2003); Sun et al. (2008) y otros. Para demostrar el desconocimiento que existe sobre dicha componente basta comparar el máximo valor para la intensidad de dicho campo obtenido según Prouza & Šmída (2003)  $B_{halo} \approx 1\mu G$ ; con el valor obtenido cuando se utiliza el modelo propuesto por Sun et al. (2008):  $B_{halo} \approx 10\mu G$ . Ambos autores proponen un valor máximo para dicha intensidad de  $2\mu G$  cuando la escala de altura de la densidad de electrones se incrementa un factor 2. La contribución del campo del halo a la emisión polarizada es por tanto, difícil de estimar. La mayoría de los modelos tienen en cuenta las medidas de rotación de fuentes extragalácticas para estimar la estructura del halo. En nuestro caso, el halo se convierte en una estructura con poca importancia dado que la emisión polarizada se produce por un campo magnético a gran escala pero a esas latitudes la concentración de electrones relativistas es muy baja. Las diferentes máscaras utilizadas nos permiten apreciar las distintas contribuciones de las componentes galácticas, pero realmente no se ha construido un modelo multicomponente de campo magnético. En lo que sigue del capítulo se hablará de disco, sin especificar que se trate de la componente delgada o gruesa. Para obtener la emisión polarizada, se necesita un modelo de la distribución y espectro de rayos cósmicos, lo cual es una importante fuente de incertidumbres. Nosotros hemos asumido que la estructura de los rayos cósmicos sigue aquella del gas, dado que al estar producidos por supernovas, no pueden alejarse demasiado del lugar en que surgen. Esta hipótesis es bastante usual en la bibliografía pero también bastante cuestionable.

El GMF tiene dos componentes: una componente aleatoria que predomina en escalas inferiores a 100 pc (Haverkorn et al. 2008) para la cual se ha calculado el espectro (Han et al. 2004); y una componente regular que se encuentra a escalas

galácticas. Algunos autores consideran 1 kpc como la longitud que define la gran escala (ver por ej. Han 2008); siendo los brazos espirales un fenómeno a gran escala. De hecho, la dirección del campo magnético es opuesta en los brazos y en las regiones que existen entre los brazos (Beck et al. 1996; Han et al. 2006). Esta puede ser la razón por la que la medida de rotación derivada de EGRS muestra una menor existencia de reversos que los resultados que arrojan los datos de medida de rotación de púlsares (Brown et al. 2007). Nosotros estamos interesados en escalas de la galaxia misma y por tanto, los brazos espirales se consideran como perturbaciones. Es necesario investigar estas componentes pero la separación de las mismas es importante dado que las herramientas utilizadas, así como la interpretación en términos de los mecanismos que las generan, podrían ser completamente diferentes. La componente aleatoria debería producirse por la turbulencia presente en el medio interestelar, explosiones de supernova u otros mecanismos que tuvieran lugar a nivel local. Los brazos espirales dan lugar a movimientos característicos que enlazan los campos magnéticos en un medio de alta conductividad. Los campos a escala galáctica, tendrían que ser interpretados en términos de formación galáctica y/o efectos dinamo.

La emisión sincrotrón polarizada es la mejor herramienta para investigar el patrón del campo a gran escala puesto que la emisión total se ve muy afectada por la componente aleatoria del campo y suele utilizarse fundamentalmente como trazador de regiones de formación estelar al estar estrechamente correlacionada con la emisión en el infrarrojo lejano (de Jong et al. 1985). La emisión polarizada procede de las regiones existentes entre los brazos espirales y suele formar patrones espirales “magnéticos”. La medida de rotación de Faraday de púlsares y fuentes extragalácticas nos daría información sobre el GMF a gran escala, aunque el poco conocimiento acerca de la rotación intrínseca de las fuentes extragalácticas representa un gran problema. Cuando se utilizan cartografiados de todo el cielo como los proporcionados por WMAP, o por PLANCK en un futuro próximo, la emisión observada se integra a lo largo de la línea de visión, y por tanto, la perturbación que representa los brazos espirales se ve suavizada. Esto podría explicar la razón de que la RM de púlsares y el mapa de polarización de WMAP produzcan resultados inconsistentes (Han 2009, ver por ej.). Existen otros cartografiados en polarización de todo el cielo a frecuencias inferiores, como por ej. el cartografiado a 1.4 GHz (Wolleben et al. 2006) pero se ven fuertemente afectados por la depolarización. El estudio detallado utilizando los datos de polarización de WMAP a 22 GHz representa un estudio complementario a los ya realizados. Su utilización tiene la ventaja de que a dicha frecuencia, apenas se ve afectada por la depolarización de Faraday, la emisión del polvo, o la componente aleatoria del campo.

La **motivación** del estudio de la estructura a gran escala del GMF está justificada por las siguientes razones: (1) la influencia de dicho campo en la dinámica

galáctica (Nelson 1988; Battaner et al. 1992; Battaner & Florido 1995; Kutschera & Jalocha 2004; Battaner & Florido 2007; Tsiklauri 2008)(ver capítulo 4); (2) la obtención de regiones descontaminadas de emisión sincrotrón galáctica para la detección del campo magnético primordial (ver por ej. Battaner & Florido 2009) que potencialmente podrían observarse con misiones como PLANCK (The Planck Collaboration 2006) (ver capítulo 5) y (3) la modificación que produce en la trayectoria de los rayos cósmicos muy energéticos; es por ello por lo que el conocimiento del GMF es crucial para entender su distribución en energía y dirección. Esto ha sido puesto de manifiesto con experimentos recientes para el estudio de trayectorias de los rayos cósmicos como AUGER (Bluemer & for the Pierre Auger Collaboration 2008), MILAGRO (Abdo et al. 2009) y otros. Las anisotropías globales encontradas por MILAGRO han sido interpretadas por Battaner et al. (2009) como una consecuencia de la presencia del GMF. De hecho, el GMF podría ser importante para explicar lo que se conoce como el salto en el espectro de energía de los rayos cósmicos alrededor de los  $10^6$  GeV (Masip & Mastromatteo 2008). Dada la disparidad de resultados y la gran cantidad de modelos que se han ajustado a lo largo del tiempo, sería deseable que la configuración más realista sea compatible con todas las observaciones realizadas hasta ahora del GMF utilizando los distintos métodos de detección del mismo.

En el trabajo que se expone a continuación, presentamos una comparación sistemática para distintos modelos de GMF, explorando cuál de ellos es el que mejor ajusta el mapa de polarización a 22 GHz. Nuestro análisis está basado en la versión de los datos de quinto año proporcionados por WMAP y amplía el trabajo presentado inicialmente por Page et al. (2007), comparando no sólo el ángulo de polarización (PA, del inglés *polarization angle*) sino también la intensidad de polarización, es decir, los parámetros de Stokes U y Q que la caracterizan. Aunque el ángulo de polarización puede ser utilizado para describir algunas propiedades del GMF a gran escala, éste no es sensible a algunos parámetros, como por ejemplo, la intensidad de campo. Además posee una degeneración intrínseca con respecto a la dirección de las líneas de campo. Por esta razón, nuestros principales resultados se obtienen con el análisis de los parámetros U y Q, aunque también se ha realizado un análisis independiente del ángulo de polarización con el fin de comparar y afianzar resultados. Finalmente hay que señalar que para algunos modelos de GMF hemos investigado el efecto que tendría considerar una variación radial de la intensidad de campo en el ajuste de los datos con los que trabajamos. Esta variación radial es completamente desconocida y puede tener importancia en la producción de los mapas de polarización de todo el cielo.

### 3.2. Modelo de densidad de electrones cósmicos relativistas

A 22 GHz, el proceso físico que domina la polarización es la radiación sincrotrón emitida por electrones relativistas con energías entre los 400 MeV y lo 25 GeV (Strong et al. 2007) interactuando con el GMF. Dado que únicamente estamos interesados en la estructura a gran escala del GMF, consideramos una descripción simplificada de la población de electrones super-energéticos de los rayos cósmicos (UHECR, del inglés *ultra-high energy cosmic rays*) siendo su distribución espacial (Drimmel & Spergel 2001):

$$N_e = N_0 \exp\left(\frac{-r}{5 \text{ kpc}}\right) \operatorname{sech}^2\left(\frac{z}{1 \text{ kpc}}\right) \quad (3.1)$$

donde  $N_0 \approx 3,2 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-3}$  se ha derivado del valor para la densidad de electrones de rayos cósmicos en la Tierra (Sun et al. 2008). Las coordenadas  $r$  y  $z$  son las coordenadas cilíndricas galactocéntricas, radial y vertical respectivamente.

Este modelo esencialmente asume la misma distribución de densidad espacial de electrones de los rayos cósmicos que para el gas interestelar. En primer orden, esto es lo que esperaríamos puesto que a mayor densidad de gas interestelar, mayor es el ritmo de formación estelar, y por tanto, mayor la producción de supernovas que proporcionan una mayor densidad de electrones relativistas. Estos electrones cósmicos pierden energía (vía sincrotrón) a distancias menores de 1 kpc. El valor de  $N_0$  de la ecuación (3.1) tiene una gran incertidumbre dado que se obtiene asumiendo que el espectro de electrones de rayos cósmicos está descrito por una ley de potencias con un índice espectral constante e igual a  $p \approx 3$ ; a pesar de que las últimas observaciones y las simulaciones numéricas (ver Strong et al. 2007, y referencias en el interior) sugieren que esta hipótesis no es apropiada para todo el espectro. Diferentes observaciones muestran variaciones del orden del 50 % o incluso mayores para este índice. Es por ello que esperamos que esta incertidumbre introduzca una serie de sesgos en la amplitud de la intensidad del campo para los diferentes modelos, y la tendremos en cuenta de la manera que explicamos un poco más adelante.

### 3.3. Modelos de Campo Magnético Galáctico

A continuación se presentan los modelos que describen el patrón regular del GMF utilizados en este trabajo. La mayoría de estos modelos han sido propuestos o restringidos utilizando el análisis de rotación de Faraday de púlsares y fuentes extragalácticas. Es por ello, por lo que resulta interesante explorar si estos modelos son también capaces de reproducir los mapas de polarización a gran escala obtenidos

por WMAP a 22 GHz. Los modelos elegidos son:

1. Axisimétrico (ASS, del inglés *axisymmetric spiral*)
2. Axisimétrico con dependencia radial de la intensidad de campo (ASS-r).
3. Bisimétrico (BSS, del inglés *bisymmetric spiral*)
4. Bisimétrico con dependencia radial de la intensidad de campo (BSS-r).
5. Anillo circular concéntrico (CCR, del inglés *concentric circular ring*)
6. Bi-toroidal (BT, del inglés *bi toroidal*)
7. Brazos espirales logarítmicos (LSA, del inglés *logarithmic spiral arms*)

Finalmente en la última subsección hablaremos brevemente de la componente aleatoria del GMF.

### 3.3.1. Modelo Axisimétrico

El modelo Axisimétrico (ver por ej. Vallee 1991; Poezd et al. 1993) es una de las descripciones más simples utilizadas para describir el GMF. Este modelo es compatible con un origen no primordial del magnetismo galáctico, basado en la teoría dinamo (ver capítulo 1). Son varias las distribuciones axisimétricas que pueden proponerse. En general, las componentes del GMF para este modelo vienen dadas por:

$$B_r = B_0(r) \sin(p) \cos(\chi(z)) \quad (3.2)$$

$$B_\phi = B_0(r) \cos(p) \cos(\chi(z)) \quad (3.3)$$

$$B_z = B_0(r) \sin(\chi(z)) \quad (3.4)$$

donde  $p$  es el ángulo de inclinación (traducimos así el término “pitch” del inglés)<sup>5</sup> que se considera constante;  $B_0(r)$  es la intensidad de campo (la cual en principio podría ser una función de la distancia radial) y  $\chi(z)$  es el ángulo de elevación (traducimos así el término “tilt” del inglés). Las dependencias funcionales adoptadas son:

$$\chi(z) = \chi_0 \tanh\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad (3.5)$$

---

<sup>5</sup>El ángulo de inclinación se define aquí como el ángulo formado entre la dirección azimutal y el campo magnético. La dirección azimutal ( $\hat{\phi}$ ) aumenta en sentido anti-horario, por tanto,  $p$  es positivo si la tangente anti-horaria a la espiral va hacia fuera del círculo con radio  $r$ . En el punto  $(r_0, \phi = 0^\circ, z = 0)$ , la intensidad de campo alcanza su primer máximo  $B_0(r_0)$  en la dirección  $l = 180^\circ$  hacia fuera del círculo solar. Este hecho tiene que tenerse en cuenta cuando se establezca la comparación de nuestros resultados con los que aparecen la bibliografía. Hemos de notar que con esta definición, para el caso de  $p = 0^\circ$  recuperamos el modelo solenoideal

donde asumimos que  $z_0 = 1$  kpc para la escala característica de variación en la dirección vertical.

Para los cálculos de este capítulo, hemos considerado dos tipos de dependencia para la intensidad de campo  $B_0$ . El primer caso se corresponde con  $B_0(r) = B_0$  siendo  $B_0$  un valor constante de intensidad. Para el segundo caso, hemos considerado una dependencia radial del tipo:

$$B_0(r) = \frac{B_1}{1 + \frac{r}{r_1}} \quad (3.6)$$

donde  $r_1$  representa la escala característica a partir de la cual  $B_0(r)$  disminuye a la mitad su valor en el centro galáctico. Esta variación radial está basada en una posible extensión del modelo propuesto por Poezd et al. (1993). Además cumple el comportamiento asintótico esperado, en el sentido en que se obtiene un valor finito cuando  $r$  está próximo al centro galáctico ( $r \rightarrow 0$ ), y asintóticamente tiende a  $\propto 1/r$  cuando  $r \rightarrow \infty$ , tal y como sugieren Battaner & Florido (2007).

Si fijamos el valor de  $B_0$  en la vecindad solar,  $B_1$  y  $r_1$  no son independientes. Si para  $R_\odot = 8$  kpc (distancia centro galáctico-Sol) asumimos que la intensidad de campo en la vecindad solar es  $B_\odot = 3 \mu\text{G}$  (ver por ej. Page et al. 2007; Han 2009), la ecuación (3.6) puede reescribirse en términos de un único parámetro libre:

$$B_0(r) = \frac{3r_1 + 24}{r_1 + r} \quad (3.7)$$

donde  $r$  viene dado en kpc y  $B_0(r)$  en  $\mu\text{G}$ .

Un modelo ASS particular está completamente descrito una vez que los tres parámetros  $[B_0, p, \chi_0]$  están dados; mientras que para el modelo ASS-r, uno debería en principio fijar cuatro parámetros libres. En este último caso, vamos a utilizar la restricción dada por la ecuación (3.7) con lo cual, necesitaremos sólo tres parámetros:  $[r_1, p, \chi_0]$  para obtener la descripción completa de dicha familia de modelos.

El rango típico de variación de valores del ángulo  $p$  encontrado en la bibliografía (ver Vallee 1991, y otros) se muestra en la Tabla 3.1. Se observa que para los distintos brazos espirales se obtienen distintos valores del ángulo de inclinación  $p$  del campo magnético y de la intensidad de campo  $B_0$ . Esto se debe a que los primeros estudios se realizaron utilizando RM de EGRS localizadas en una zona concreta y no a todo el cielo y por tanto se trata de valores locales que no caracterizan el GMF a gran escala.

En el panel superior de la Figura 3.1 se muestra el patrón descrito por este modelo en el plano XY.

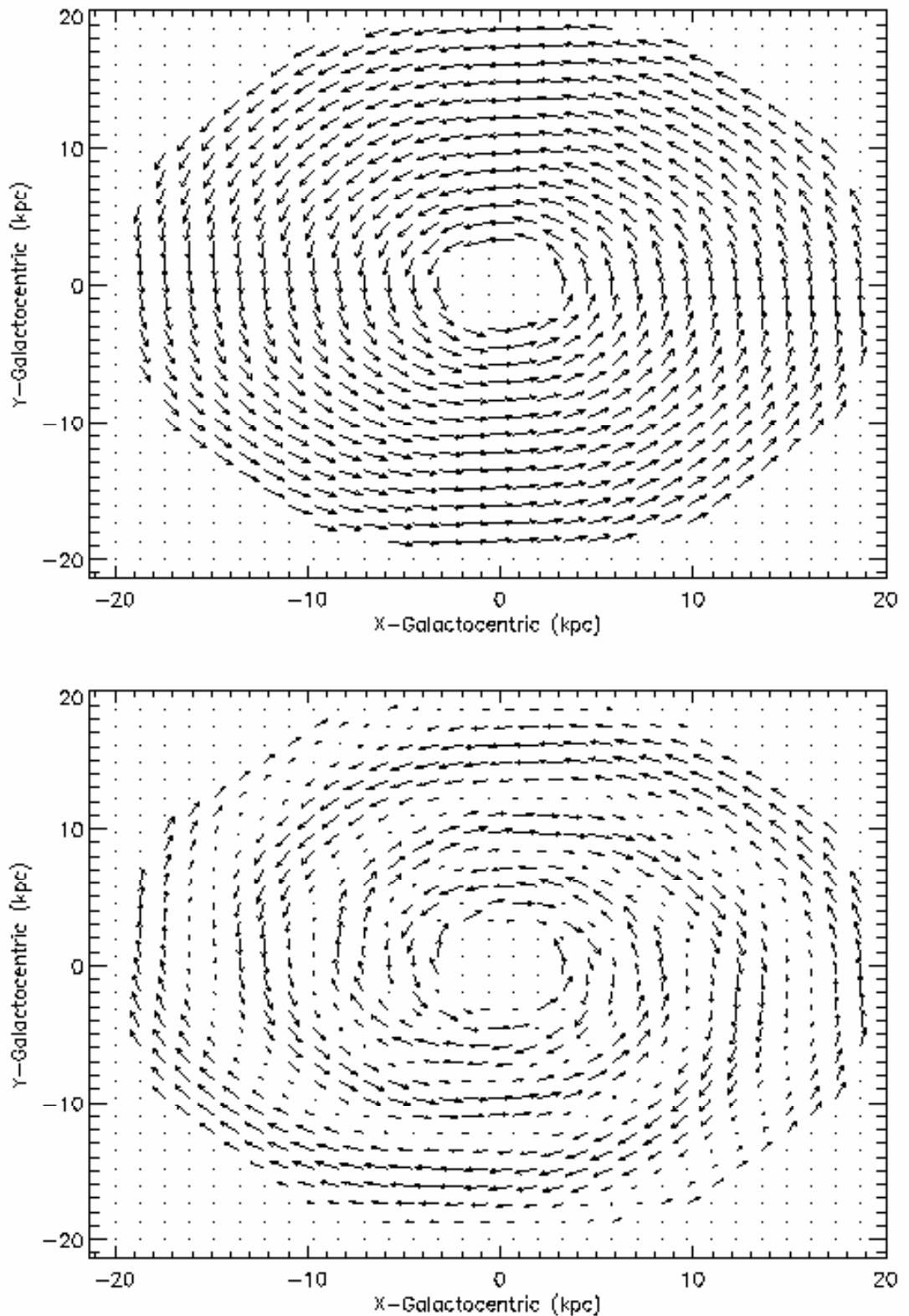


Figura 3.1: Patrón regular del GMF en el plano XY para: (a) ASS con  $p = -7^\circ$ ,  $B_0 = 2\mu\text{G}$  (Vallee 1988)(panel superior); (b) BSS con  $p = -8^\circ$ ,  $B_0 \sim 2\mu\text{G}$  (Han et al. 2006)(panel inferior). Los modelos están definidos en coordenadas galácticas.

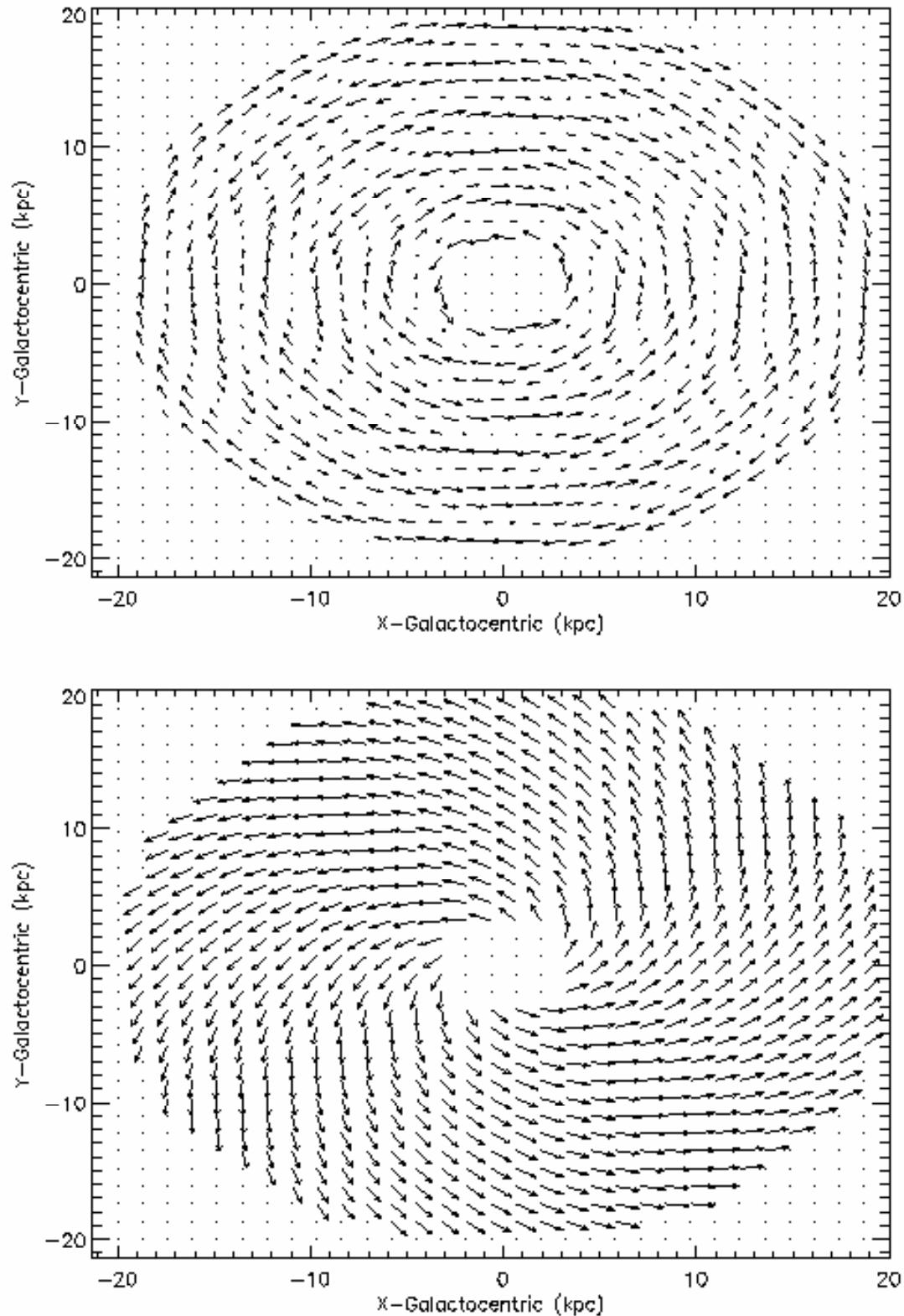


Figura 3.2: Patrón regular del GMF en el plano XY para: (c) CCR con  $w = 3,1\text{kpc}$ ,  $D_r = 0,65\text{kpc}$ ,  $B_0 = 1,3\mu\text{G}$  (Rand & Kulkarni 1989, ver)(panel superior); (d) LSA con  $\psi_0 = 55^\circ$ ,  $\psi_1 = 0,9^\circ$ ,  $\chi_0 = 25^\circ$  (Page et al. 2007, ver) (panel inferior). Los modelos están definidos en coordenadas galácticas.

Tabla 3.1: Valores de los parámetros para el modelo ASS obtenidos por distintos autores.

Referencia	Valor $p$ (grados)	Valor $B_0(\mu G)$
Vallee (1983a,b, 1988)	-7°	2 $\mu G$ (Perseus Arm)
Vallee (1988); Vallee & Kronberg (1975)	+16°	3 $\mu G$ (Orion Spur)
Simard-Normandin & Kronberg (1979) y	+174°	6 $\mu G$
Vallee (1988)		

### 3.3.2. Modelo Bisimétrico

Este modelo es compatible con un origen primordial del magnetismo cósmico. Puede explicar los reversos del GMF que se derivan de las observaciones de medida de rotación de púlsares y fuentes extragalácticas (ver por ej. Han & Qiao 1994; Han 2001; Han et al. 2006). Las componentes del campo para este modelo vienen dadas por:

$$B_r = B_0(r) \cos\left(\phi - \beta \ln\left(\frac{r}{R_0}\right)\right) \sin(p) \cos(\chi(z)) \quad (3.8)$$

$$B_\phi = B_0(r) \cos\left(\phi - \beta \ln\left(\frac{r}{R_0}\right)\right) \cos(p) \cos(\chi(z)) \quad (3.9)$$

$$B_z = B_0(r) \sin(\chi(z)) \quad (3.10)$$

donde  $B_0(r)$  es la intensidad de campo;  $\beta = 1/\tan(p)$ , siendo  $p$  el ángulo de inclinación;  $R_0$  es la distancia Sol-centro galáctico ( $\approx 8$  kpc); y  $\chi(z)$  es el ángulo de elevación dado por la ecuación (3.5).

Consideramos dos familias de modelos bisimétricos. El primero de ellos, anotado como BSS se corresponde con aquel que considera una intensidad de campo magnético constante. En este caso, el modelo está completamente definido dando los tres parámetros:  $[B_0, p, \chi_0]$ . La segunda familia, la anotamos como BSS-r, e incluye una variación radial de la intensidad de campo descrita en la ecuación (3.7). El modelo queda completamente descrito dando los tres parámetros:  $[r_1, p, \chi_0]$ .

Los valores típicos para estos parámetros encontrados en la bibliografía son los que aparecen en la Tabla 3.2. Hay que notar que el signo del ángulo  $p$  varía dependiendo del sistema de coordenadas elegido. En el panel inferior de la Figura 3.1 se muestra el patrón descrito por este modelo en el plano XY.

### 3.3.3. Modelo de Anillo Circular Concéntrico

Este modelo fue propuesto por Rand & Kulkarni (1989) para ajustar sus medidas de rotación de púlsares con el fin de explicar los reversos del campo magnético

Tabla 3.2: Valores de los parámetros para el modelo BSS obtenidos por distintos autores.

Referencia	Modelo	Valor $p$ (grados)	Valor $B_0(\mu\text{G})$
Simard-Normandin & Kronberg (1980)	2-arms	-5°	
Simard-Normandin & Kronberg (1980)	4-arms	-14°	1
Sofue & Fujimoto (1983)	2-arms	-14°	3
Han & Qiao (1994)	4-arms	$-8,2^\circ \pm 0,5^\circ$	1,4
Heiles (1996)	4-arms	$7,2^\circ \pm 4,1^\circ$	2,2
Han et al. (1999)	4-arms	$[-8^\circ, -14^\circ]$	$\approx 1,8$
Han et al. (2004)	4-arms	10°	$\approx 2$
Han et al. (2006)	4-arms	$-11^\circ$ o $[-8^\circ, 11^\circ]$	$\approx 2,1 \pm 0,3$

a diferentes distancias galactocéntricas. En sus expresiones originales, no consideraron componente vertical del campo magnético. Aquí extendemos las ecuaciones presentadas por Indrani & Deshpande (1999) para tener en cuenta la dependencia vertical:

$$B_r = 0 \quad (3.11)$$

$$B_\phi = \frac{B_0}{\sin(\pi D_r/w)} \sin\left(\frac{\pi(r - R_0 + D_r)}{w}\right) \cos(\chi(z)) \quad (3.12)$$

$$B_z = B_0 \sin(\chi(z)) \quad (3.13)$$

donde  $w$  es el espacio entre reversos,  $D_r$  es la distancia al primer reverso,  $B_0$  es la intensidad de campo, y  $\chi(z)$  viene dado por la ecuación (3.5). Todas las distancias ( $w$  y  $D_r$ ) están dadas en kpc. Notar que hemos introducido un factor adicional  $\sin(\pi D_r/w)$  en la definición de  $B_\phi$  para que  $B_0$  preserve el significado de intensidad de campo magnético en la vecindad solar. No hemos considerado una dependencia radial de la intensidad de campo en este modelo, estando el espacio de parámetros definido por:  $[D_r, w, B_0, \chi_0]$ .

Los valores para estos parámetros encontrados por Rand & Kulkarni (1989) son:  $D_r = (0,6 \pm 0,08)$  kpc,  $w = (3,1 \pm 0,08)$  kpc y  $B_0 = 1,6 \pm 0,2 \mu\text{G}$ . En el panel superior de la Figura 3.2 se muestra el patrón descrito por este modelo en el plano XY.

### 3.3.4. Modelo Bi-Toroidal

Algunos autores han detectado campo magnético en lo que se ha llamado “componente del halo”, y que presenta direcciones opuestas del campo en ambos hemisferios. Por ejemplo, Han & Wielebinski (2002) y Prouza & Šmíd (2003) la detectaron con un máximo de intensidad en una escala de altura tan elevada como 1,5 kpc a ambos lados, por debajo y por encima del plano galáctico, siendo dicha intensidad

del orden de  $1 \mu\text{G}$  aproximadamente. Sun et al. (2008) ofrecen una completa descripción de este doble toro siendo su escala máxima de altura de 1,5 kpc, pero su máximo de intensidad es mucho mayor, alrededor de unos  $10 \mu\text{G}$ .

Siguiendo este escenario, proponemos una posible configuración para las componentes del GMF que consideran ese cambio de dirección en ambos hemisferios, y que vienen dadas por:

$$B_r = 0 \quad (3.14)$$

$$B_\phi = B_0(r) \arctan\left(\frac{z}{\sigma_1}\right) \exp\left(\frac{-z^2}{2\sigma_2^2}\right) \quad (3.15)$$

$$B_z = \text{constante} \quad (3.16)$$

donde  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  son dos constantes (medidas en kpc) las cuales dan cuenta de la escala característica de variación del campo con la distancia vertical, teniendo en cuenta de una forma simplificada, el cambio en el signo. Para nuestros cálculos, hemos fijado el valor de  $B_z$  a  $0,2 \mu\text{G}$  (Han & Qiao 1994), y consideramos únicamente la variación radial de  $B_0(r)$  dada por la ecuación (3.7). En este caso, el espacio de parámetros para este modelo está dado por  $[r_1, \sigma_1, \sigma_2]$ .

En la Figura 3.3 se muestra las líneas de campo magnético a 3 kpc sobre el plano galáctico (panel superior) y bajo el plano galáctico (panel inferior).

### 3.3.5. Modelos de brazos espirales logarítmicos

Este modelo fue utilizado por Page et al. (2007) para describir la distribución a gran escala del ángulo de polarización proporcionada por los datos de WMAP de tercer año a 22 GHz. Las ecuaciones que describen el GMF en este caso son:

$$B_r = B_0 \sin \psi(r) \cos \chi(z) \quad (3.17)$$

$$B_\phi = B_0 \cos \psi(r) \cos \chi(z) \quad (3.18)$$

$$B_z = B_0 \sin \chi(z) \quad (3.19)$$

donde

$$\psi(r) = \psi_0 + \psi_1 \ln\left(\frac{r}{8 \text{ kpc}}\right)$$

y

$$\chi(z) = \chi_0 \tanh\left(\frac{z}{1 \text{ kpc}}\right)$$

Notar que el modelo LSA es esencialmente un modelo axisimétrico donde el ángulo de inclinación no es constante, siendo las líneas del campo magnético espirales logarítmicas. De acuerdo con nuestra definición de ángulo de inclinación ( $p$ ) para el modelo ASS,  $\psi(r)$  jugaría el papel de dicho ángulo, en el cual tenemos una parte

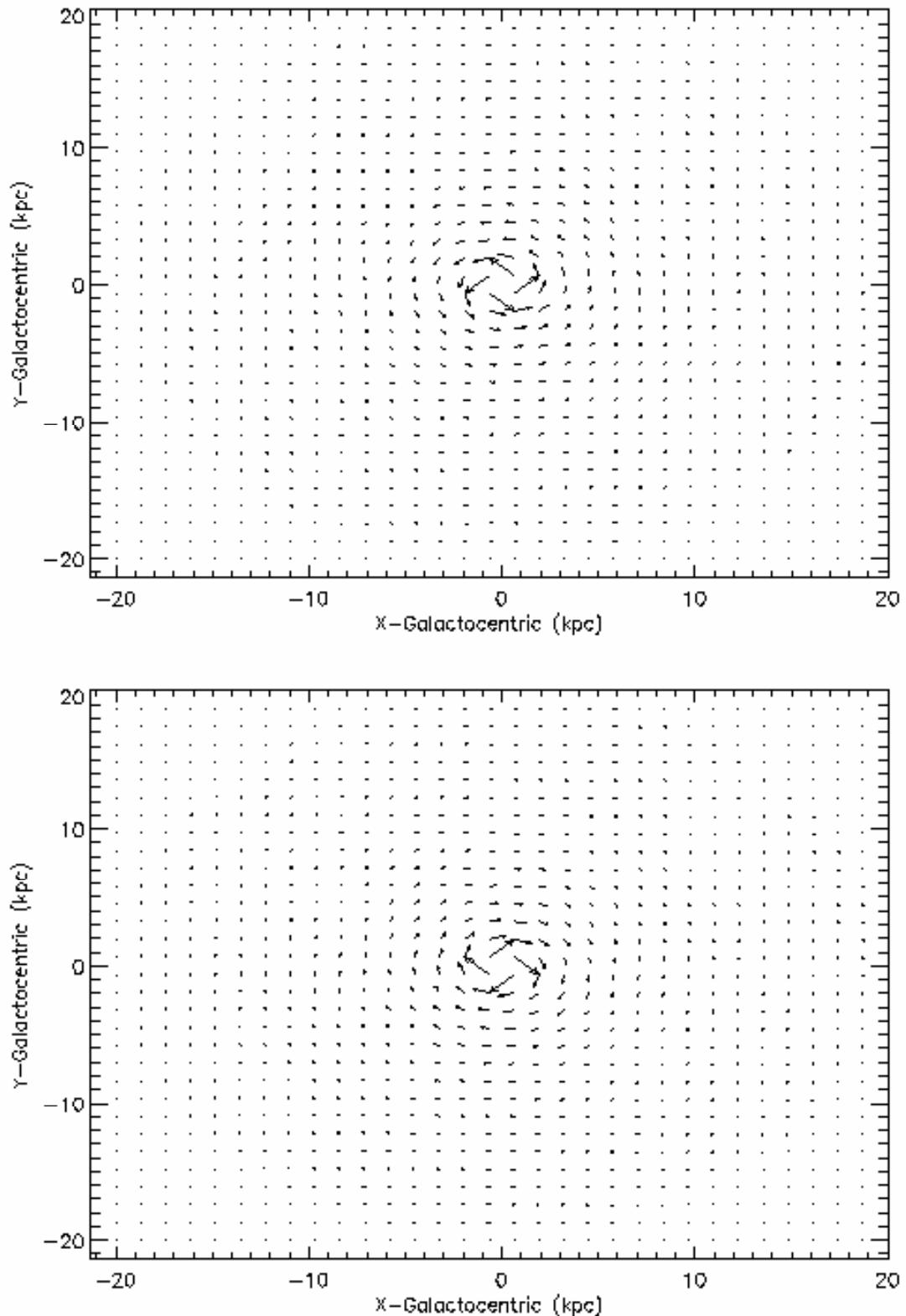


Figura 3.3: Patrón del modelo bi-toroidal a  $z = 3\text{ kpc}$  (panel superior) y  $z = -3\text{ kpc}$  (panel inferior) para los valores  $r_1 = 0,23\text{ kpc}$ ,  $\sigma_1 = 0,01\text{ kpc}$  y  $\sigma_2 = 0,7\text{ kpc}$ .

constante,  $\psi_0$ , y una amplitud característica para la dependencia logarítmica de los brazos,  $\psi_1$ . Siguiendo Page et al. (2007),  $B_0(r)$  se asume constante, con un valor de  $3 \mu\text{G}$ .

En este caso, el espacio de parámetros está definido por  $[\psi_0, \psi_1, \chi_0]$ . Los valores propuestos para los diferentes parámetros son  $[\psi_0, \psi_1, \chi_0] = [27^\circ, 0, 9^\circ, 25^\circ]$  (ver Page et al. 2007, y el erratum que aparecen en la web LAMBDA<sup>6</sup>.).

En la Figura 3.2 se muestra el patrón descrito por este modelo en el plano XY.

### 3.4. Descripción y análisis de los datos de polarización a 22 GHz de WMAP

Los datos utilizados en nuestro estudio proceden del satélite WMAP (abreviatura del inglés Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) lanzado en el año 2002 para el estudio del CMB. Este satélite ha representado un importante avance en el ámbito cosmológico proporcionando mapas de todo el cielo en las frecuencias de 22 GHz (banda K), 33 GHz (banda Ka), 41 GHz (banda Q), 61 GHz (banda V) y 94 GHz (banda W). Para cada una de las frecuencias, se ha medido la diferencia de temperatura y de parámetros de Stokes U y Q. El análisis realizado en este trabajo está basado en establecer una comparación con los datos de polarización a 22 GHz (equivalente a una longitud de onda de  $\lambda = 1,4 \text{ cm}$ ) obtenido por el satélite WMAP tras cinco años de funcionamiento (Hinshaw et al. 2009). Los datos proporcionados por el satélite son de acceso público y se pueden encontrar en la página LAMBDA<sup>7</sup>. Estos datos se encuentran en formato HEALPix<sup>8</sup> (Górski et al. 2005). Como mostró el equipo de WMAP (Page et al. 2007), a esta frecuencia (22 GHz) la estructura a gran escala observada en polarización está completamente dominada por la contribución galáctica, siendo la componente de la radiación cósmica de fondo prácticamente despreciable. Este hecho se ha comprobado antes de realizar nuestro estudio. Para ello se ha realizado 5000 realizaciones Monte Carlo con el fin de simular el CMB y se ha añadido a un modelo, dándolo como entrada en nuestro código con el fin de ver si existían cambios en los resultados. En la figura 3.4 se muestran los mapas de todo el cielo correspondientes a los parámetros de Stokes Q y U a 22 GHz, degradados a la resolución necesaria que nos permite estudiar la estructura a gran escala del GMF, utilizando una pixalización a  $nside = 16$  la cual corresponde a un tamaño de píxel de unos  $\approx 3,7^\circ$ . Los mapas degradados a esta resolución son los que vamos a utilizar como datos de entrada en todos los cálculos que se detallarán en la próxima sección. A partir de los dos observables (los parámetros de Stokes Q y U),

<sup>6</sup>[http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/map/current/map\\_bibliography.cfm](http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/map/current/map_bibliography.cfm)

<sup>7</sup><http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/map/current>

<sup>8</sup><http://healpix.jpl.nasa.gov/>

se puede obtener el mapa de la dirección del ángulo de polarización (PA) como:

$$\gamma_{obs}(\hat{n}) = \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{U(\hat{n})}{Q(\hat{n})} \right) + \frac{\pi}{2}, \quad (3.20)$$

donde  $\hat{n}$  es la dirección a lo largo de la línea de visión, y el factor  $\pi/2$  está incluido con el fin de obtener valores del ángulo comprendidos entre  $[0, \pi]$ . Notar que el convenio para la polarización adoptado aquí es el mismo que el descrito en HEALPix, y que está etiquetado como COSMO, el cual difiere del convenio propuesto por la IAU en un signo menos para el parámetro de Stokes  $U$ . Además, la definición que proporciona WMAP para los parámetros de Stokes introduce un factor  $1/2$  con respecto a la definición utilizada por Chandrasekhar (1960), que es la que utilizaremos en el presente trabajo. Todas estas cantidades ( $U, Q$  y PA) están definidas en un sistema de coordenadas galácticas (heliocéntricas). Esto se tendrá que tener en cuenta cuando se establezca la comparación entre los mapas y los modelos. En la figura 3.5 se muestra la dirección del PA observada a la misma resolución  $\sim 4$  grados.

### 3.4.1. Mapas de ruido

Para seleccionar el modelo de GMF, necesitamos obtener los mapas de ruido asociados a nuestros observables. Es importante hacer notar que dichos mapas deberían tener en cuenta la covarianza introducida por todas las componentes que están presentes en los datos observacionales pero no incluidas en el modelo teórico. En particular, debería tenerse en cuenta el ruido instrumental y también el ruido introducido por la componente aleatoria del GMF que no está incluida en nuestro modelo teórico. La primera de ellas podría ser estimada fácilmente basándose en la información proporcionada por el equipo de WMAP sobre la sensibilidad del instrumento y sobre el tiempo de integración que el satélite ha empleado en cada píxel. Esto no tendría en cuenta la segunda parte de la covarianza relativa a la componente aleatoria como se ha apuntado. Por tanto, para modelar todas las contribuciones de la covarianza, se sigue un proceso que utiliza el hecho de que los mapas de WMAP a 22 GHz originales tienen mucha mayor resolución angular que el tamaño del píxel que finalmente hemos utilizado en nuestros análisis.

**Mapas de ruido para  $Q$  y  $U$ .** Los mapas de ruido asociados a  $Q$  y  $U$  se han obtenido siguiendo un procedimiento similar al descrito por Jansson et al. (2007). Tomando como punto de partida el mapa observado para el parámetro de Stokes  $Q$  a la mayor resolución ( $nside = 512$ ), se ha degradado hasta alcanzar una resolución de píxel de  $\sim 1^\circ$  que corresponde a un  $nside = 64$ . Hemos de señalar que la pixelización adoptada en nuestros análisis es  $nside = 16$ , que proporciona un tamaño de píxel de  $\sim 4^\circ$ . Para un píxel dado  $i$  en nuestro esquema de pixelización a  $nside = 16$ ,

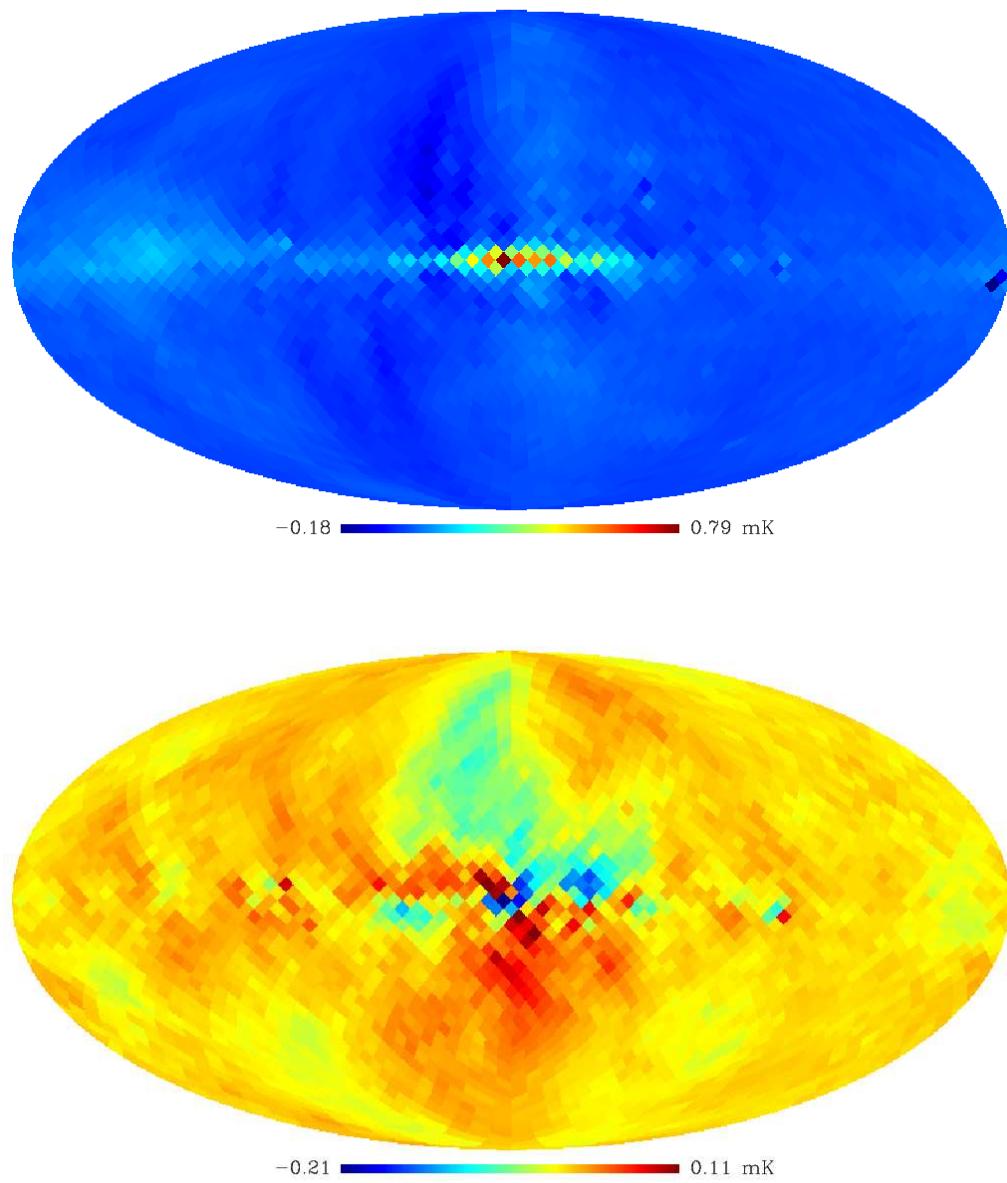


Figura 3.4: Mapas de los parámetros de Stokes observados,  $Q$  (panel superior) y  $U$  (inferior) a 22 GHz derivado de los datos obtenidos por WMAP5. Los mapas están degradados a  $nside = 16$  para reproducir la estructura a gran escala. Las unidades en ambos mapas son mK.  $Q$  y  $U$  están definidos en coordenadas galácticas.

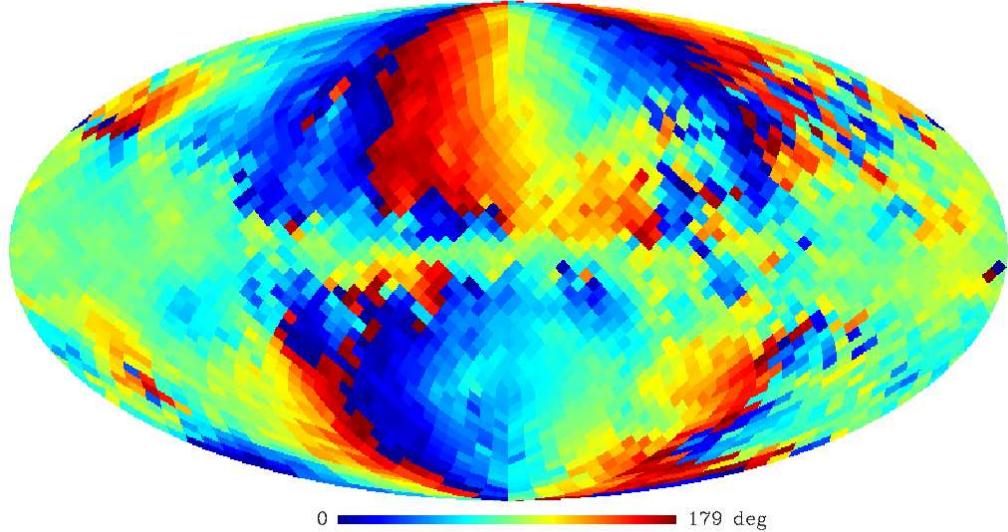


Figura 3.5: Dirección observada del ángulo de polarización a 22 GHz, obtenida a partir de los dos mapas mostrados en la Fig. 3.4. Las unidades son grados.

se obtiene el ruido asociado  $\sigma_Q(i)$  calculando la raíz cuadrada de la varianza de los píxeles de tamaño  $\sim 1^\circ$  contenidos en el interior de un círculo de radio  $2^\circ$  tomado desde el centro de nuestro píxel  $i$ . De esta forma, la varianza tiene en cuenta no sólo las variaciones debidas al ruido instrumental, sino también la varianza adicional inducida por las variaciones punto a punto del nivel medio de emisión galáctica. El mismo proceso explicado se ha seguido para obtener  $\sigma_U$ . En la Figura 3.6 se muestran los dos mapas de ruido para los parámetros de Stokes  $Q$  y  $U$  obtenidos con el procedimiento descrito.

**Mapa de ruido para el ángulo de polarización.** Una vez obtenidos los dos mapas de ruido ( $\sigma_Q$  y  $\sigma_U$ ), se puede obtener, en principio, el mapa de ruido asociado al PA ( $\sigma_\gamma$ ) a partir de ellos, aunque aquí hay una cuestión importante que tiene que tenerse en cuenta. La ecuación (3.20) que define el PA, no es lineal en  $Q$  y  $U$ . Este hecho implica que el mapa de varianza para el PA dependerá del modelo particular que se esté utilizando para calcular el valor medio; dicho en otras palabras, el mapa de ruido para el PA dependerá no sólo de  $\sigma_Q$  y  $\sigma_U$ , sino también de los parámetros de Stokes  $Q$  y  $U$ . Por tanto, cuando se hace la selección del modelo, el mapa de ruido para el PA tendrá que ser también una función del modelo en cuestión.

Para ilustrar lo anterior, hemos calculado el mapa de ruido del PA, utilizando como modelo de referencia el mapa observado por WMAP a 22 GHz. Aquí, hemos utilizado un método Monte Carlo, obteniendo  $N_{\text{sim}}$  realizaciones de los pares de

mapas  $(Q, U)$ , con media igual a los mapas observados de  $(Q, U)$ , y varianza dada por  $\sigma_Q$  y  $\sigma_U$ , calculada de la forma indicada anteriormente. Hemos comprobado que utilizando unas  $N_{\text{sim}} = 5,000$  realizaciones de ruido es suficiente para converger a un mapa de  $\sigma_\gamma$ . En la Figura 3.7 se muestra el mapa de ruido para el PA, obtenido en este caso particular que se acaba de describir.

### 3.5. Obtención de la emisión sincrotrón polarizada para un modelo de GMF

Para obtener la emisión sincrotrón polarizada de cualquier modelo de GMF descrito anteriormente, se ha elaborado un código que incluye toda la física relevante, y se ha optimizado en términos de tiempo de cálculo computacional con el fin de obtener la mayor eficiencia en la obtención de las simulaciones. El código trabaja directamente en el esquema de pixelización de HEALPix, y obtiene la predicción para la emisión sincrotrón directamente a la resolución que hemos elegido para nuestros cálculos (es decir,  $nside = 16$ ). Tal y como ya se ha especificado antes, esta resolución es suficiente para tratar de reproducir el patrón a gran escala de la emisión galáctica. En general, asumiendo que el espectro de rayos cósmicos viene dado por una distribución de tipo ley de potencias de índice espectral  $p$ , podemos predecir los parámetros de Stokes que caracterizan la polarización de la emisión sincrotrón a una determinada frecuencia calculando la emisividad (energía por unidad de tiempo por unidad de volumen por frecuencia por ángulo sólido) en las direcciones paralela y perpendicular a la proyección del campo en el plano del cielo. Siguiendo como referencia a Rybicki & Lightman (1986), se obtiene:

$$\epsilon_{\perp}(\nu) = N(r, z) \frac{\sqrt{3}e^3}{8\pi mc^2} \left( \frac{4\pi mc}{3e} \right)^{\frac{1-p}{2}} \nu^{\frac{1-p}{2}} (B \sin(\alpha))^{\frac{p+1}{2}} \Gamma\left(\frac{p}{4} - \frac{1}{12}\right) \left[ \frac{2^{\frac{p+1}{2}}}{p+1} \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{19}{12}\right) + 2^{\frac{p-3}{2}} \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{7}{12}\right) \right] \quad (3.21)$$

$$\epsilon_{\parallel}(\nu) = N(r, z) \frac{\sqrt{3}e^3}{8\pi mc^2} \left( \frac{4\pi mc}{3e} \right)^{\frac{1-p}{2}} \nu^{\frac{1-p}{2}} (B \sin(\alpha))^{\frac{p+1}{2}} \Gamma\left(\frac{p}{4} - \frac{1}{12}\right) \left[ \frac{2^{\frac{p+1}{2}}}{p+1} \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{19}{12}\right) - 2^{\frac{p-3}{2}} \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{7}{12}\right) \right] \quad (3.22)$$

donde  $B$  es el campo magnético,  $\nu$  es la frecuencia, y  $e$  y  $m$  son la carga y la masa del electrón, respectivamente. La función  $N(r, z)$  representa la densidad numérica de electrones en el punto  $(r, z)$  en la galaxia, y se obtiene a partir de la ecuación (3.1).

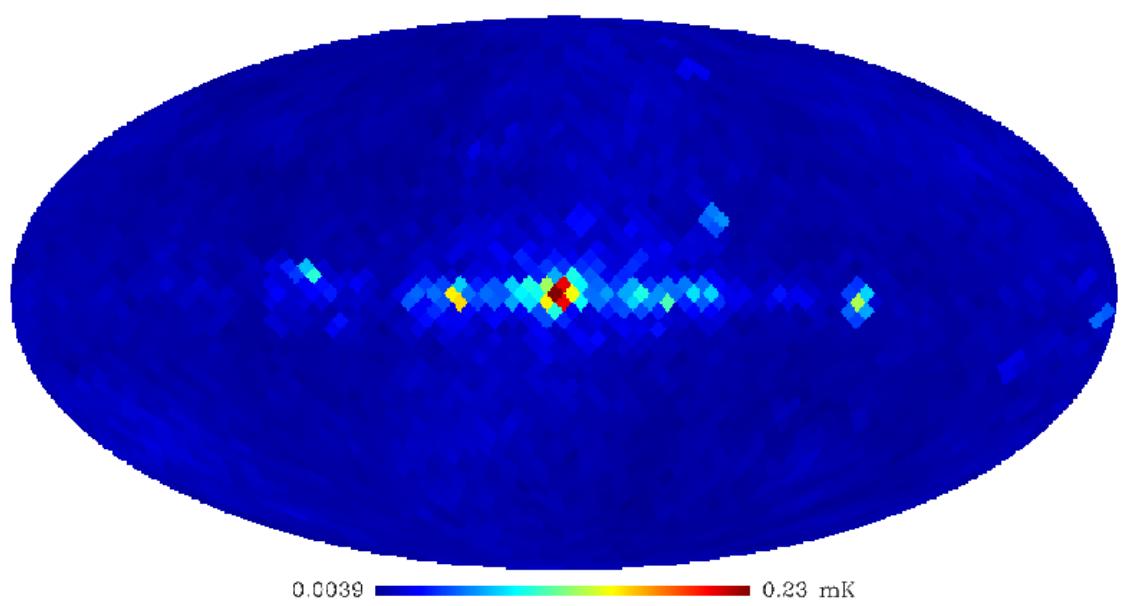
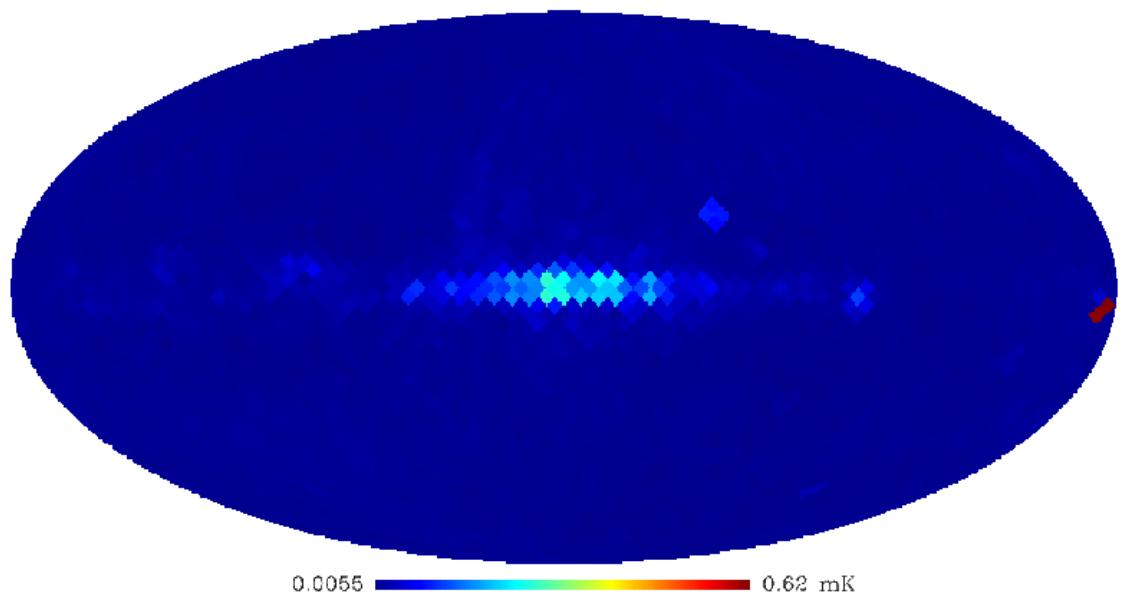


Figura 3.6: Mapas de ruido asociado al parámetro Q (panel superior) y al parámetro U (panel inferior) para los datos de WMAP5 a 22 GHz. Las unidades para Q y U son mK.

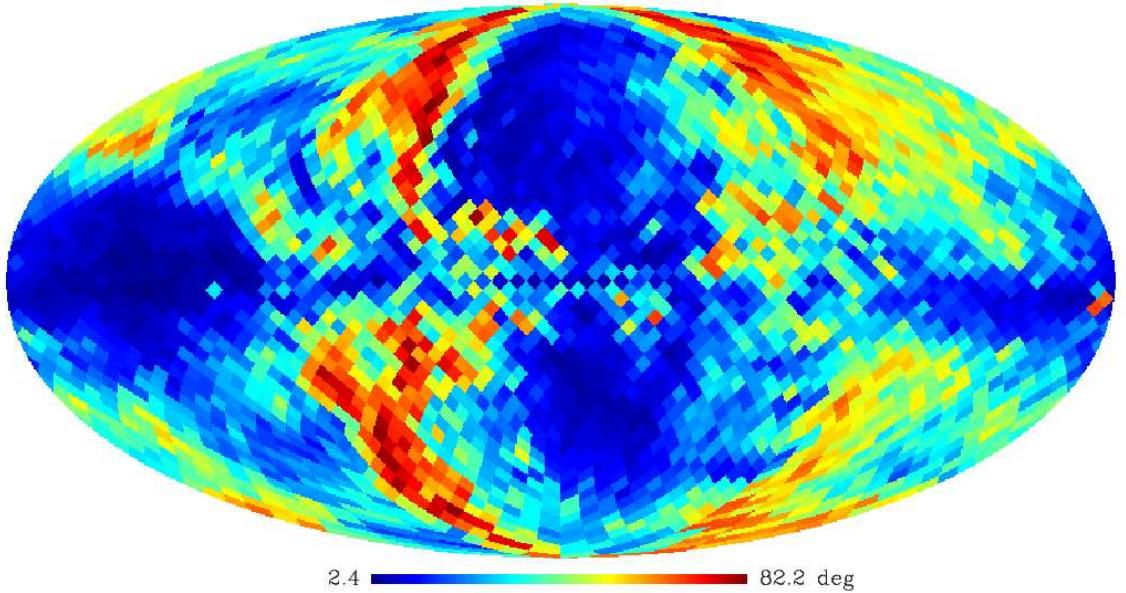


Figura 3.7: Mapa de ruido asociado al PA para los datos de WMAP5 a 22 GHz. Las unidades para el PA son grados. El mapa de ruido del PA se ha calculado a partir de fluctuaciones alrededor del mapa observacional en banda K de WMAP5.

Para estas dos ecuaciones, la intensidad polarizada a una frecuencia dada se obtiene mediante integración de la emisividad a lo largo de la línea de visión:

$$I_\nu(z, \hat{n}) = \int [\epsilon_{\perp}(\nu, z, \hat{n}) - \epsilon_{||}(\nu, z, \hat{n})] \exp^{-i2\chi(z, \hat{n})} dz \quad (3.23)$$

donde el sistema de coordenadas ha sido elegido de forma que el eje Z representa la línea de visión, mientras que las otras dos direcciones se corresponden con los ejes X e Y, respectivamente. Con este convenio, los parámetros de Stokes Q y U vienen dados por (Chandrasekhar 1960):

$$Q_\nu = I_x - I_y \quad (3.24)$$

$$U_\nu = 2\sqrt{I_x}\sqrt{I_y} \cos \delta \quad (3.25)$$

en nuestro caso, no estamos asumiendo desfase alguno, y por tanto,  $\delta = 0^\circ$ . Insertando la ecuación (3.23) en las expresiones (3.24) y (3.25), se obtienen las componentes Q y U simuladas a lo largo de la línea de visión (eje Z) mediante integración numérica:

$$Q_\nu(\hat{n}) = K_Q(\nu) \int_{LOS} N_e(\hat{n}) [B_x^2 - B_y^2] dz \quad (3.26)$$

$$U_\nu(\hat{n}) = -K_U(\nu) \int_{LOS} N_e(\hat{n}) 2B_x B_y dz \quad (3.27)$$

donde se ha introducido explícitamente un signo menos en la ecuación que describe la componente U, con el fin de seguir el convenio de HEALPix para la polarización y que es el utilizado en los mapas de WMAP. Las constantes  $K_U(\nu)$  y  $K_Q(\nu)$  incluyen también los factores de conversión entre el brillo y la temperatura. A 22 GHz, podemos trabajar en la aproximación de Rayleigh-Jeans. Sustituyendo los valores numéricos de las mismas, obtenemos:  $K_Q(\nu) = 1,41 \times 10^{11} \text{ mK cm}^3 (\mu\text{G})^{-2} \text{ kpc}^{-1}$ , y  $K_U(\nu) = 1,25 \times 10^{11} \text{ mK cm}^3 (\mu\text{G})^{-2} \text{ kpc}^{-1}$ . El mapa del PA simulado se deriva a partir de estas dos ecuaciones (3.26) y (3.27) como:

$$\gamma(\hat{n}) = \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{-K_U(\nu) \int_{LOS} N_e(\hat{n}) 2B_x B_y dz}{K_Q(\nu) \int_{LOS} N_e(\hat{n}) [B_x^2 - B_y^2] dz} \right) + \frac{\pi}{2} \quad (3.28)$$

donde  $B_x$  y  $B_y$  representan, en nuestro sistema de coordenadas, las dos componentes del campo magnético que son perpendiculares a la línea de visión. Finalmente, cuando se predice la emisión sincrotrón esperada para un modelo particular, tenemos que incluir una serie de restricciones sobre la integración a lo largo de la línea de visión, excluyendo aquellos puntos cuya coordenada radial galactocéntrica  $r_G$  es menor que 3 kpc y mayor que 20 kpc. La primera restricción indicada excluye la región más interna de la galaxia, donde se espera que existan desviaciones importantes del patrón regular del campo magnético (La Rosa et al. 2006), mientras que la segunda restricción en  $r_G$  introduce un truncamiento de la coordenada radial simplemente. En cualquier caso, hemos comprobado que los resultados presentados son robustos frente a cambios en estos números.

## 3.6. Exploración del espacio de parámetros

Para cada familia de modelos de GMF, tenemos una serie de parámetros que definen cada modelo concreto. Dado que en todos los casos que consideramos aquí la dimensión del espacio de parámetros es pequeña (se trata de 3 o 4 dimensiones dependiendo del modelo a tratar) la exploración del espacio de parámetros se llevará a cabo utilizando un aproximación de malla (traducimos así el término *grid* del inglés). En caso de que hubiésemos considerado mayores dimensiones, la forma más apropiada para restringir los parámetros hubiera sido utilizando un método Monte Carlo.

Para cada uno de los diferentes modelos de GMF, hemos considerado tres mallas distintas que hemos etiquetado como: (1) exploración “bibliográfica”, (2) exploración “ciega” y (3) exploración “no ciega”. Cada malla está definida para unos determinados valores de los parámetros en cuestión, de forma que, la malla (1) está centrada en torno a los valores medios encontrados en la bibliografía para cada uno de los diferentes parámetros; la malla (2) barre el mayor rango de valores razonables para cada parámetro en particular y, finalmente, la tercera malla se ha construido a

*posteriori*, una vez se han restringido los valores de cada modelo en la malla (2). La elección del rango de valores para la malla (3) se ha realizado por tanto en torno a una primera restricción con el fin de explorar de forma fina ese primer ajuste realizado sobre la malla (2). En la Tabla 3.3 se muestra un resumen de los parámetros que definen cada modelo, así como de los rangos que se consideran en cada una de las exploraciones.

Como resultado de estas exploraciones del espacio de parámetros hemos obtenido, en total, más de un millón de modelos, de los cuales 230000 simulaciones corresponden a la exploración “ciega”; 770000, a la exploración “no ciega” y unos 36000 a la “bibliográfica”.

Para cada uno de los modelos de GMF, las simulaciones son un conjunto de tres mapas ( $Q$ ,  $U$  y PA) correspondientes a la polarización de la emisión sincrotrón esperada a la frecuencia de 22 GHz. El tiempo medio empleado en obtener cada una de las simulaciones ha sido inferior a unos 4 segundos de tiempo de CPU utilizando un ordenador de mesa estándar. El tiempo total empleado de CPU para la construcción de las mallas ha sido de unas 1100 horas de CPU.

### 3.7. Selección del modelo y estimación de los parámetros para cada modelo de GMF

Una vez explorado el espacio de parámetros con estas tres mallas definidas, hemos deducido los parámetros del mejor ajuste para cada uno de los modelos de GMF utilizando una aproximación bayesiana. Para ello, hemos calculado la función verosimilitud ( $\mathcal{L}$ ), que proporciona una expresión para la distribución “a priori”. Una vez obtenidos los parámetros que mejor ajustan para cada modelo, aplicamos una estadística  $\chi^2$  reducida para comparar los diferentes modelos con los datos.

#### 3.7.1. Función verosimilitud

En general, asumiremos que la función verosimilitud está definida por una función gaussina multivarianza que puede escribirse en términos de los observables:

$$\ln \mathcal{L} \propto \frac{1}{2} \chi^2. \quad (3.29)$$

Si asumimos que las correlaciones entre los distintos píxeles son despreciables, entonces tendremos:

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(x_i - k_i)^2}{\sigma_i^2} \quad (3.30)$$

Tabla 3.3: Exploración del espacio de parámetros. Para cada modelo de GMF, se muestra el rango de valores que se está utilizando para producir las tres mallas utilizadas. Para cada parámetro, los tres valores mostrados indican, el mínimo, el máximo y el paso (uniforme) que se está utilizando para la construcción de la malla.

Modelo	Parámetro	Exploración ciega	Exploración no ciega	Bibliografía
LSA	$\psi_0(^{\circ})$	10, 80, 2	50, 75, 0.5	30, 40, 0.2
	$\psi_1(^{\circ})$	-10, 10, 0.5	-10, 10, 0.5	-1.5, 1.5, 0.2
	$\chi_0(^{\circ})$	0, 40, 1	15, 50, 0.5	15, 30, 0.5
ASS(cte)	$B_0(\mu G)$	0.5, 8, 0.5	0.2, 9.8, 0.2	1, 3, 0.5
	$p(^{\circ})$	-30, 30, 1	20, 40, 0.5	-15, 15, 0.5
	$\chi_0(^{\circ})$	0, 40, 2	20, 50, 0.5	0, 20, 1
ASS(r)	$r_1(kpc)$	0, 60, 2	0.5, 60.5, 1	0, 20, 1
	$p(^{\circ})$	-30, 30, 1	20, 30, 0.5	-15, 15, 1
	$\chi_0(^{\circ})$	0, 40, 2	20, 50, 0.5	0, 20, 1
BSS(cte)	$B_0(\mu G)$	0.5, 8, 0.5	0.5, 9, 0.5	1, 3, 0.5
	$p(^{\circ})$	-30, 30, 1	20, 40, 0.5	-15, 15, 0.5
	$\chi_0(^{\circ})$	0, 40, 2	0, 20, 1	0, 40, 2
BSS(r)	$r_1(kpc)$	0, 60, 2	0.5, 60.5, 1	0, 20, 1
	$p(^{\circ})$	-30, 30, 1	22, 34, 0.5	-15, 15, 1
	$\chi_0(^{\circ})$	0, 40, 2	0, 1, 0.1	0, 20, 1
CCR	$D_r(kpc)$	0.1, 10.1, 1	1, 11, 0.5	0,1.5,0.1
	$w(kpc)$	0.1, 19.1, 1	3.1, 20.1, 1	2,4,0.1
	$B_0(\mu G)$	0,9,1	2, 10, 0.5	1,3,0.2
	$\chi_0(^{\circ})$	0, 40, 2	4, 50, 1	10, 40, 1
BT	$r_1(kpc)$	0.5, 60.5, 2	0, 50, 1	-
	$\sigma_1(kpc)$	0.01, 10.01, 0.5	0.01, 5.01, 0.02	-
	$\sigma_2(kpc)$	0.01, 10.01, 0.5	0.01, 20.01, 0.5	-

donde  $x_i$  representa los datos observacionales,  $k_i$  representa los datos simulados y  $\sigma_i$ , la covarianza asociada al ruido. En nuestro caso, hacemos dos evaluaciones de la función verosimilitud.

- La primera se corresponde con la comparación directa de los parámetros de Stokes ( $Q, U$ ). En este caso, tenemos  $i = 1, \dots, 2N_{pix}$ , y  $X_i = Q_i$  para  $i = 1, \dots, N_{pix}$ ; y  $x_i = U_i$  para  $i = N_{pix} + 1, \dots, 2N_{pix}$ . En este caso lo anotaremos como  $\chi^2_{Q,U}$ .
- El segundo caso corresponde a la comparación del PA, por tanto, ahora tendremos que  $i = 1, \dots, N_{pix}$ ,  $x_i = \gamma_i$ . Notar que en este caso,  $\sigma_i$  dependerá de  $k_i$ , y por tanto, el mapa de ruido del PA hay que calcularlo para cada modelo particular de GMF. En este caso, lo anotaremos como  $\chi^2_{PA}$ .

Una vez evaluamos las funciones  $\chi_{Q,U}^2$  y  $\chi_{PA}^2$  en todos los puntos de las diferentes mallas, se obtiene la distribución “a posteriori”, y se marginaliza sobre el resto de parámetros. De esta forma, obtenemos la función de distribución de probabilidad marginal para cada parámetro. A partir de éstas, se derivan los intervalos de confianza como los puntos 0.16, 0.5 y 0.84 de la función de distribución acumulativa. De esta forma, nuestro parámetro estimado es el punto medio de la función de distribución de probabilidad “a posteriori” marginalizada, y el intervalo de confianza al 68 % de la probabilidad.

### 3.7.2. Distribuciones “a priori”

Para llevar a cabo todo lo descrito anteriormente, no hemos introducido ninguna información “a priori” sobre los valores de los parámetros que describen cada modelo. Esto es equivalente a decir que hemos adoptado implícitamente una distribución “a priori” “top-hat” en todos los parámetros, donde dicha función está definida por el rango de valores mostrado en la Tabla 3.3. Por tanto, en todos los casos considerados, la evaluación de la distribución “a posteriori” reducirá el cálculo de la verosimilitud, ( $\mathcal{L}$ ).

Por esto, para el caso del análisis de  $(Q, U)$ , tendremos que modificar ligeramente el análisis estándar de la siguiente forma. Tal y como discutimos en la sección 3.2, la amplitud del espectro de los electrones de rayos cósmicos en la vecindad solar tiene una elevada incertidumbre. Esto implicará una elevada incertidumbre también en la restricción sobre la intensidad de campo magnético, incluso, podría introducir un sesgo en la amplitud del mismo. Para tener en cuenta esta incertidumbre (al menos en primer orden), hemos introducido un parámetro adicional  $\epsilon$ , que multiplica los mapas simulados de  $Q$  y  $U$  para cada modelo de GMF. Es importante señalar que este parámetro no tiene impacto alguno sobre el PA. Si la densidad de electrones de rayos cósmicos fuera correcta, entonces tendríamos que  $\epsilon = 1$ . Si existe una incertidumbre en este parámetro debido al modelo de distribución de rayos cósmicos elegido, tenemos que tenerlo en cuenta introduciendo una distribución “a priori” gaussiana para este parámetro adicional:

$$-2 \ln \mathcal{L}_{QU} = \frac{(\epsilon - 1)^2}{\sigma_\epsilon^2} + \chi_{Q,U}^2 \quad (3.31)$$

y marginalizar sobre él. Dada la incertidumbre sobre la densidad de electrones de rayos cósmicos, hemos elegido un valor de  $\sigma_\epsilon = 0.8$ . La marginalización sobre el parámetro adicional  $\epsilon$  puede hacerse analíticamente, obteniendo:

$$\ln \mathcal{L}_{QU} = \frac{A + 2C}{4B} + \frac{\ln B}{4} \quad (3.32)$$

donde:

$$A = -\frac{1}{2} \sum_i \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} - \frac{1}{2\sigma_\epsilon^2} \quad (3.33)$$

$$B = \frac{1}{2} \sum_i \frac{k_i^2}{\sigma_i^2} + \frac{1}{2\sigma_\epsilon^2} \quad (3.34)$$

$$C = \sum_i \frac{x_i k_i}{\sigma_i^2} + \frac{1}{2\sigma_\epsilon^2} \quad (3.35)$$

Notar que este esquema es completamente equivalente a la marginalización sobre las incertidumbre debidas a la calibración que también son adoptadas por los experimentos del CMB (ver por ej. Bridle et al. 2002).

### 3.7.3. Máscaras

Las estructuras cercanas a nuestra galaxia, como por ejemplo, los remanentes de supernovas pueden distorsionar el patrón regular del GMF a la hora de estudiar la polarización de la emisión sincrotrón, introduciendo algunos sesgos en la determinación de algunos parámetros de los modelos de GMF. Para comprobar la robustez de la estimación de los valores de dichos parámetros en función de la región que estamos utilizando para el ajuste, hemos considerado nueve máscaras galácticas diferentes en nuestros análisis:

- Máscara 1: Excluye del análisis regiones locales bien conocidas que tienen una fuerte intensidad polarizada y que podría interpretarse como procedente del patrón regular del GMF. En particular, hemos considerado los cuatro “loops” descritos por Berkhuijsen et al. (1971). Estas estructuras están asociadas a remanentes de explosiones de supernovas.
- Máscara 2: Excluye la región central de la galaxia, definida como la región del cielo en la cual la línea de visión atraviesa una esfera de radio 3 kpc centrada en el centro galáctico. Como ya mencionamos anteriormente, nuestro esquema de integración excluye esta región.
- Máscara 3: Excluye una banda con  $|b| < 10^\circ$ , la cual corresponde aproximadamente al disco galáctico donde la contribución de la componente aleatoria del campo, que no estamos teniendo en cuenta en nuestras simulaciones, es importante. Esta máscara nos permite restringir con detalle la componente magnética del halo.
- Máscara 4: En este caso no enmascaramos región alguna.
- Máscara 5: Es una combinación de las máscaras 1 y 2.

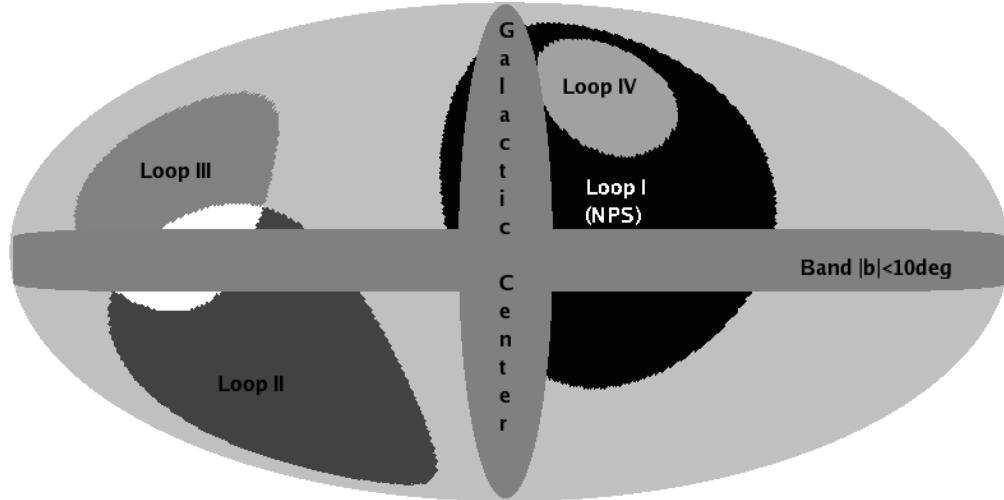


Figura 3.8: Regiones utilizadas para la definición de las distintas máscaras adoptadas.

- Máscara 6: Es una combinación de las máscaras 1, 2 y 3.
- Máscara 7: Excluye todas aquellas regiones cuya latitud galáctica es  $|b| > 10^\circ$ , lo cual se corresponde únicamente con el disco galáctico.
- Máscara 8: Es una combinación de las máscaras 2 y 7.
- Máscara 9: Es una combinación de las máscaras 1, 2 y 7.

En la Figura 3.8 se muestran todas las regiones descritas. La Tabla 3.4 muestra la información detallada del rango que cubre cada una de las máscaras. Además indica el número de píxeles involucrados en el análisis, es decir, el número de sumandos de la ecuación (3.30). Esta cantidad es relevante a la hora de calcular el  $\chi^2$  reducido para el modelo que mejor ajusta los datos. Como referencia, tener en cuenta que en la pixelización en la que estamos trabajando ( $nside = 16$ ), un mapa a todo el cielo contiene 3072 píxeles, por tanto, para el caso del análisis de  $(Q, U)$ , tendremos  $N_{pix} = 6144$  píxeles.

### 3.8. Resultados y discusión

El principal resultado de nuestro análisis aparece resumido en las Tablas 3.5, 3.9 y 3.13 donde se muestran los valores de los parámetros para cada modelo de GMF

Tabla 3.4: Máscaras galácticas utilizadas en los análisis. Las columnas 1 y 2 proporcionan el número identificativo de cada máscara y la descripción de la misma. La columna 3 indica el número total de píxeles no nulos para el análisis de  $(Q, U)$ . Notar que para el caso del análisis del PA, tendremos que considerar  $1/2$  de dicho valor. La última columna muestra la fracción de cielo disponible tras la aplicación de cada máscara.

ID	Definición máscara	$N_{pix}$ (QU)	$N_{pix}$ (PA)	$f_{cielo}$
1	Loops	3158	1579	51.4 %
2	Centro galáctico (CG)	5432	2716	88.4 %
3	Banda $ b  < 10^\circ$	4992	2496	81.3 %
4	Sin máscara	6144	3072	100 %
5	Loops + CG	2962	1481	48.2 %
6	Loops + CG+ banda	2480	1240	40.4 %
7	Disco $ b  > 10^\circ$	1152	576	18.8 %
8	Disco + CG	1016	508	16.5 %
9	Disco + CG + loops	482	241	7.8 %

que mejor ajustan los datos observacionales correspondientes a los parámetros de Stokes  $(Q, U)$  para las exploraciones “bibliográfica”, “ciega” y “no ciega” respectivamente. Los resultados complementarios deducidos del análisis de la dirección del ángulo de polarización se encuentran en las Tablas 3.7, 3.11 y 3.15 para las distintas exploraciones del espacio de parámetros realizadas. Para cada una de las máscaras descritas en la Tabla 3.4, y para cada uno de los modelos de GMF presentados en la Sección 3.2, se evalúa la distribución “a posteriori” en cada una de las tres mallas, y marginalizando sobre los parámetros más relevantes obtenemos las correspondientes regiones de confianza (segunda columna de cada tabla). Con el fin de evaluar el modelo que mejor reproduce los datos, hemos utilizado una estadística  $\chi^2$  reducida, la cual se obtiene como el mínimo valor para  $\chi^2 (\equiv -2 \ln \mathcal{L}_{QU})$  y el número de grados de libertad, anotados como “dof” (del inglés *degrees of freedom*). El número de grados de libertad se obtiene como  $N_{pix} - M$ , siendo  $N_{pix}$  el número de términos en la ecuación (3.30), y  $M$  el número de parámetros de cada modelo de GMF considerado. Las últimas dos columnas que aparecen en las tablas muestran los resultados para la mínima  $\chi^2$  y la  $\chi^2$  reducida.

Los modelos van a estar restringidos por los resultados deducidos del análisis de los parámetros de Stokes  $(Q, U)$  dado que los obtenidos a partir del análisis de la dirección del ángulo de polarización presenta ciertas degeneraciones para ciertos modelos como los ASS y BSS, como se indicará más adelante. Es importante señalar que nuestra discusión va a estar basada en el hecho de que dependiendo de la máscara, el resultado nos impondrá restricciones sobre las distintas componentes del campo magnético, es decir, sobre el campo en el disco o del halo, o sobre la componente disco+halo. De esta forma, si nos fijamos en los resultados obtenidos

Tabla 3.5: Mejor ajuste de los parámetros del GMF obtenidos a partir de los parámetros de Stokes  $Q$  y  $U$  para la exploración bibliográfica. Para cada máscara (ver Tabla 3.4) y para cada modelo de GMF, se muestra: (a) intervalos de confianza derivados a partir de la función de distribución de probabilidad acumulada, obtenida tras marginalizar sobre el resto de los parámetros; (b) mínimo  $\chi^2 \equiv -2 \ln \mathcal{L}_{QU}$  para el mejor modelo  $\chi^2$ ; y (c) mínimo  $\chi^2$  dividido entre el número de grados de libertad. Los intervalos de confianza se han obtenido al 68 % de probabilidad, exceptuando aquellos casos en los que se muestra solamente el límite superior (o inferior) que ha sido obtenido con el 95 %. En el caso de que un parámetro no esté restringido se anota como “NR”. Para tener una referencia de los parámetros que componen cada modelo recordamos que son: LSA ( $\psi_0, \psi_1, \chi_0$ ); CCR ( $D_r, w, B_0, \chi_0$ ); ASS y BSS ( $B_0, p, \chi_0$ ); ASS-r y BSS-r ( $r_1, p, \chi_0$ ); BT ( $r_1, \sigma_1, \sigma_2$ ).

Máscara	Modelo	Regiones de confianza	Mín( $\chi^2$ ) mejor ajuste	Mín( $\chi^2$ )/d.o.f.
1	LSA	< 53,0, > -1,1, > 26,0	4072.55	1.29
	CCR	< 0,1, 3,0 ± 0,1, NR, NR	5662.71	1.80
	ASS(const)	2,4 ± 0,4, > 13,0, > 18,0	2974.14	0.94
	BSS(const)	2,6 ± 0,5, NR, < 2,0	3852.09	1.22
	ASS(r)	> 15,6, > 13,0, > 18,0	2979.56	0.94
	BSS(r)	> 17,6, > 13,0, < 2,0	3943.56	1.25
2	LSA	< 52,0, > 0,5, > 26,9	9268.72	1.71
	CCR	< 0,2, 3,2 ± 0,1, NR, NR	13143.28	2.42
	ASS(const)	2,4 ± 0,4, > 13,0, > 18,0	7635.27	1.41
	BSS(const)	2,8 ± 0,5, NR, < 2,0	8866.85	1.63
	ASS(r)	> 18,0, > 13,0, > 18,0	7928.83	1.46
	BSS(r)	> 18,0, > 13,0, < 2,0	9270.43	1.71
3	LSA	< 52,0, < -0,9, > 26,0	8512.78	1.71
	CCR	< 0,1, > 3,4, NR, NR	11965.42	2.40
	ASS(const)	> 1,7, > 13,0, > 18,0	7235.56	1.45
	BSS(const)	2,7 ± 0,5, NR, < 2,0	8393.00	1.68
	ASS(r)	> 17,9, > 13,0, > 18,0	7260.97	1.46
	BSS(r)	> 17,6, > 13,0, < 2,0	8442.96	1.69
4	LSA	< 52,0, -0,2 ± <sup>1,1</sup> <sub>0,9</sub> , > 26,9	11923.52	1.94
	CCR	< 0,2, 3,3 ± <sup>0,1</sup> <sub>0,1</sub> , NR, NR	16992.20	2.77
	ASS(const)	> 1,7, > 13,0, > 18,0	10009.49	1.63
	BSS(const)	2,8 ± <sup>0,5</sup> <sub>0,5</sub> , NR, < 2,0	11655.12	1.90
	ASS(r)	> 18,0, > 13,0, > 18,0	10467.61	1.70
	BSS(r)	> 18,0, > 13,0, < 2,0	12149.35	1.98

Tabla 3.6: Continuación Tabla 3.5

Máscara	Modelo	Regiones de confianza	Mín( $\chi^2$ ) mejor ajuste	Mín( $\chi^2$ )/d.o.f.
5	LSA	< 52,0, > -0,3, > 26,0	3642.56	1.23
	CCR	< 0,2, 3,0 ± 0,1, NR, NR	4955.05	1.68
	ASS(const)	> 1,7, > 13,0, > 18,0	2697.47	0.91
	BSS(const)	2,6 ± 0,5, NR, < 2,0	3473.30	1.17
	ASS(r)	> 15,2, > 13,0, > 18,0	2712.32	0.92
	BSS(r)	> 17,6, > 13,0, < 2,0	3566.64	1.21
6	LSA	< 52,0, < 1,0, > 26,0	2612.80	1.05
	CCR	> 1,0, 2,9 ± 0,2, NR, NR	3499.40	1.41
	ASS(const)	> 1,6, > 13,0, > 18,0	2152.79	0.87
	BSS(const)	2,4 ± 0,6, NR, < 2,0	2571.23	1.04
	ASS(r)	< 2,0, > 13,0, > 18,0	1977.25	0.80
	BSS(r)	< 15,2, > 13,0, < 2,0	2558.36	1.03
7	LSA	< 52,0, > 0,9, 18,1 ± 1,6	3322.01	2.89
	CCR	< 1,0, 3,1 ± 0,1, NR, NR	4798.85	4.18
	ASS(const)	> 1,7, > 13,0, 8,1 ± 1,7	2771.67	2.41
	BSS(const)	> 2,4, NR, > 18,7	2831.34	2.46
	ASS(r)	> 18,0, > 13,0, > 18,0	3207.33	2.779
	BSS(r)	> 18,0, 11,1 ± 0,4, > 18,0	3234.09	2.81
8	LSA	< 52,0, > 0,9, 16,6 ± 1,7	3015.34	2.98
	CCR	< 0,2, 3,2 ± 0,1, NR, NR	4430.01	4.38
	ASS(const)	> 1,9, > 13,0, > 18,6	2229.59	2.20
	BSS(const)	> 2,4, NR, < 2,0	2304.40	2.27
	ASS(r)	> 18,0, > 13,0, > 18,0	2503.74	2.47
	BSS(r)	> 19,3, 12,0 ± 0,4, > 19,3	2537.96	2.51
9	LSA	< 52,0, > 0,2, 27,8 ± 1,4	1029.35	2.15
	CCR	< 0,2, 3,0 ± 0,1, NR, NR	1219.32	2.55
	ASS(const)	> 1,7, > 13,0, > 18,6	547.10	1.14
	BSS(const)	> 2,3, NR, > 18,7	686.47	1.43
	ASS(r)	> 17,4, > 13,4, > 18,0	597.76	1.25
	BSS(r)	> 17,6, 8,4 ± 1,0, > 18,0	752.34	1.57

para las máscaras 1, 2, 4 y 5, estaremos restringiendo valores de parámetros correspondientes a la componente global (disco+halo), asumiendo tácitamente que la superposición de las componentes disco y halo vienen descritas por un sólo modelo de los expuestos en la sección 3.2. Las máscaras 3 y 6 restringen la componente del halo; mientras que las máscaras 7, 8 y 9 nos aportan información sobre el patrón regular del campo magnético en el disco. Es importante señalar que la descripción de ambas componentes, halo y disco, se están modelando con los mismos modelos del GMF presentados en la sección 3.2. El cálculo de referencia para el ajuste del campo global (disco y halo) se corresponde con la máscara 5 en la cual se excluyen todos los “loops” conocidos, así como la región correspondiente al centro galáctico la cual no estamos considerando en nuestro análisis. La máscara de referencia para el ajuste de la componente del halo es la 6 dado que excluye la región del centro galáctico, los “loops” y considera solamente la emisión por encima de latitudes

Tabla 3.7: Mejor ajuste de los parámetros del GMF obtenido a partir del PA para la exploración bibliográfica. Para cada máscara (ver Tabla 3.4) y para cada modelo de GMF, se muestra: (a) intervalos de confianza derivados a partir de la función de distribución de probabilidad acumulada, obtenida tras marginalizar sobre el resto de los parámetros; (b) mínimo  $\chi^2 \equiv -2 \ln \mathcal{L}_{QU}$  para el mejor modelo  $\chi^2$ ; y (c) mínimo  $\chi^2$  dividido entre el número de grados de libertad. Los intervalos de confianza se han obtenido al 68 % de probabilidad, exceptuando aquellos casos en los que se muestra solamente el límite superior (o inferior) que ha sido obtenido con el 95 %. En el caso de que un parámetro no esté restringido se anota como “NR”. Para tener una referencia de los parámetros que componen cada modelo recordamos que son: LSA ( $\psi_0, \psi_1, \chi_0$ ); CCR ( $D_r, w, B_0, \chi_0$ ); ASS y BSS ( $B_0, p, \chi_0$ ); ASS-r y BSS-r ( $r_1, p, \chi_0$ ); BT ( $r_1, \sigma_1, \sigma_2$ ).

Máscara	Modelo	Regiones de confianza	$\text{Mín}(\chi^2)$ mejor ajuste	$\text{Mín}(\chi^2)/\text{d.o.f.}$
1	LSA	$< 52,0, -1,0 \pm 0,3, 16,0 \pm_{0,7}^{0,8}$	10469.21	6.64
	CCR	$1,0 \pm 0,1, < 2,4, \text{NR}, \text{NR}$	12299.59	7.81
	ASS(const)	$\text{NR}, > 13,0, > 18,0$	2604.50	1.65
	BSS(const)	$\text{NR}, \text{NR}, < 2,0$	3425.82	2.17
	ASS(r)	$< 2,0, > 13,0, > 18,0$	2555.09	1.62
	BSS(r)	$< 1,7, > 13,0, < 2,0$	3405.64	2.16
2	LSA	$< 52,0, -1,0 \pm 0,3, 16,0 \pm_{0,7}^{0,8}$	13222.56	4.87
	CCR	$1,2 \pm 0,1, 2,8 \pm 0,1, \text{NR}, \text{NR}$	42707.64	15.75
	ASS(const)	$\text{NR}, > 13,0, > 18,2$	6868.33	2.53
	BSS(const)	$\text{NR}, \text{NR}, < 2,0$	7743.35	2.85
	ASS(r)	$< 2,0, > 13,0, > 18,0$	6610.98	2.44
	BSS(r)	$> 22,6, > 13,0, < 2,0$	7776.19	2.87
3	LSA	$< 52,0, -1,0 \pm 0,3, 16,0 \pm_{0,7}^{0,8}$	12326.08	4.94
	CCR	$> 1,3, 3,0 \pm 0,1, \text{NR}, \text{NR}$	25613.40	10.28
	ASS(const)	$\text{NR}, > 13,0, > 18,0$	6835.73	2.74
	BSS(const)	$\text{NR}, \text{NR}, < 2,0$	9082.39	3.64
	ASS(r)	$< 2,0, > 13,0, > 18,0$	6479.67	2.60
	BSS(r)	$> 9,9, > 13,0, < 2,0$	9094.55	3.65
4	LSA	$< 52,0, -1,0 \pm 0,3, 16,0 \pm_{0,7}^{0,8}$	14211.83	4.63
	CCR	$1,3 \pm 0,1, 3,0 \pm 0,1, \text{NR}, \text{NR}$	53413.90	17.42
	ASS(const)	$\text{NR}, > 13,0, > 18,0$	9208.34	3.00
	BSS(const)	$\text{NR}, \text{NR}, < 2,0$	11363.28	3.70
	ASS(r)	$< 2,0, > 13,0, > 18,0$	8741.17	2.85
	BSS(r)	$> 14,9, > 13,0, < 2,0$	11395.26	3.71

Tabla 3.8: Continuación Tabla 3.7

Máscara	Modelo	Regiones de confianza	Mín( $\chi^2$ ) mejor ajuste	Mín( $\chi^2$ )/d.o.f.
5	LSA	< 52,0, < -1,1, 21,9 ± 0,8	10193.87	6.90
	CCR	1,0 ± 0,1, < 2,4, NR, NR	11141.08	7.54
	ASS(const)	NR, > 13,0, > 18,0	2568.65	1.74
	BSS(const)	NR, NR, < 2,0	3324.25	2.25
	ASS(r)	< 2,0, > 13,0, > 18,0	2524.67	1.71
	BSS(r)	< 4,7, > 13,0, < 2,0	3307.64	2.24
6	LSA	< 52,0, > 0,6, 6,6 ± <sup>1,3</sup> <sub>1,2</sub>	9722.13	7.86
	CCR	1,3 ± 0,1, 2,8 ± 0,1, NR, NR	5676.12	4.59
	ASS(const)	NR, > 13,0, > 18,3	2142.00	1.73
	BSS(const)	NR, NR, < 2,0	2722.73	2.20
	ASS(r)	< 0,7, > 13,0, > 18,0	2089.98	1.69
	BSS(r)	< 14,6, > 13,0, < 2,0	2709.32	2.19
7	LSA	< 30,7, > -0,5, 18,1 ± 0,8	1804.23	3.15
	CCR	0,8 ± 0,1, 2,4 ± 0,1, NR, NR	26568.96	46.45
	ASS(const)	NR, > 13,0, 5,5 ± 1,2	2227.92	3.89
	BSS(const)	NR, NR, > 18,0	2083.80	3.64
	ASS(r)	< 19,1, > 13,0, 10,7 ± <sup>1,8</sup> <sub>2,7</sub>	2226.40	3.89
	BSS(r)	< 2,0, < -13,0, > 18,0	1871.72	3.27
8	LSA	< 30,7, > -1,0, 18,1 ± <sup>0,8</sup> <sub>0,9</sub>	1579.92	3.13
	CCR	1,1 ± 0,1, 2,8 ± 0,1, NR, NR	24393.55	48.40
	ASS(const)	NR, > 13,0, 4,0 ± 1,2	1939.61	3.84
	BSS(const)	NR, NR, > 19,0	1803.05	3.57
	ASS(r)	> 4,0, > 13,0, 5,6 ± 1,3	1948.92	3.86
	BSS(r)	< 2,0, < -13,0, > 18,0	1651.81	3.27
9	LSA	> 32,8, > -1,0, 24,0 ± <sup>1,3</sup> <sub>1,2</sub>	389.56	1.64
	CCR	0,9 ± 0,1, < 2,5, NR, NR	5183.81	21.87
	ASS(const)	NR, > 13,0, > 17,8	426.65	1.79
	BSS(const)	NR, NR, 12,2 ± <sup>3,0</sup> <sub>3,3</sub>	545.55	2.29
	ASS(r)	> 1,2, > 12,0, > 17,9	432.26	1.82
	BSS(r)	> 8,2, < -14,0, 8,7 ± <sup>3,6</sup> <sub>4,2</sub>	556.27	2.34

galácticas  $|b| > 10^\circ$ . La máscara de referencia para el ajuste de la componente del disco se corresponde con la máscara 9 la cual excluye el centro galáctico, los “loops” y considera únicamente la emisión existente en latitudes  $|b| < 10^\circ$ , lo cual se corresponde con la emisión del disco galáctico. Los valores de la exploración “ciega”, únicamente nos sirve para fijar la malla de la exploración “no ciega” como se ha indicado por lo que no serán discutidos. Sólo se discuten los resultados obtenidos para la exploración “no ciega”.

Tabla 3.9: Mejor ajuste de los parámetros de cada modelo de GMF, obtenidos a partir del análisis de los parámetros de Stokes  $Q$  y  $U$  para la exploración ciega. Para cada máscara (ver Tabla 3.4) y para cada modelo de GMF, se muestra: (a) los intervalos de confianza derivados a partir de la función de distribución de probabilidad acumulada, obtenida tras marginalizar sobre el resto de los parámetros; (b) mínimo  $\chi^2 \equiv -2 \ln \mathcal{L}_{QU}$  para el mejor modelo, definido como el que tiene la menor  $\chi^2$ ; y (c) mínimo  $\chi^2$  dividido entre el número de grados de libertad. Los intervalos de confianza se han obtenido al 68 % de probabilidad, exceptuando aquellos casos en los que se muestra solamente el límite superior (o inferior) que ha sido obtenido con el 95 %. En el caso de que un parámetro no esté restringido se anota como “NR”. Para tener una referencia de los parámetros que componen cada modelo recordamos que son: LSA ( $\psi_0, \psi_1, \chi_0$ ); CCR ( $D_r, w, B_0, \chi_0$ ); ASS ( $B_0, p, \chi_0$ ); BSS ( $B_0, p, \chi_0$ ); ASS-r ( $r_1, p, \chi_0$ ); BSS-r ( $r_1, p, \chi_0$ ).

Máscara	Modelo	Regiones de confianza	Mín( $\chi^2$ ) mejor ajuste	Mín( $\chi^2$ )/d.o.f.
1	LSA	$25,9 \pm_{0,9}^{0,7}, 4,6 \pm_{2,8}^{2,7}, 38,3 \pm 0,9$	2551.37	0.81
	CCR	$6,1 \pm 0,4, > 17,6, \text{NR}, 18,1 \pm_{0,8}^{0,7}$	3818.44	1.21
	ASS(const)	$3,2 \pm_{0,8}^{1,7}, 25,8 \pm 0,8, 33,7 \pm_{1,0}^{0,9}$	2388.84	0.76
	BSS(const)	$3,2 \pm_{0,8}^{1,7}, > 26,0, < 4,0$	3368.95	1.07
	ASS(r)	$23,7 \pm_{5,6}^{8,4}, 24,2 \pm_{0,6}^{0,8}, 34,1 \pm_{0,9}^{0,8}$	2363.19	0.75
	BSS(r)	$> 46,0, > 28,4, < 4,0$	3393.52	1.08
2	LSA	$24,0 \pm 0,7, -6,9 \pm_{1,8}^{2,0}, > 38,0$	6630.76	1.22
	CCR	$9,2 \pm 0,4, 3,1 \pm_{0,4}^{0,3}, \text{NR}, 14,1 \pm_{0,8}^{0,7}$	9442.88	1.74
	ASS(const)	$3,0 \pm_{0,7}^{1,7}, 24,0 \pm 0,8, 28,0 \pm_{0,8}^{0,9}$	7150.89	1.32
	BSS(const)	$3,2 \pm_{0,8}^{1,7}, 28,2 \pm 0,8, < 4,0$	8337.65	1.54
	ASS(r)	$> 54,5, 23,2 \pm_{0,4}^{0,8}, 30,2 \pm 0,9$	7229.47	1.33
	BSS(r)	$> 56,2, 27,2 \pm_{0,4}^{0,6}, < 4,0$	8461.70	1.56
3	LSA	$25,9 \pm_{0,9}^{0,7}, -4,2 \pm_{3,0}^{3,1}, > 38,0$	6361.79	1.28
	CCR	$4,1 \pm 0,4, 5,1 \pm_{0,4}^{0,3}, \text{NR}, 32,0 \pm_{0,7}^{0,8}$	8612.53	1.73
	ASS(const)	$3,1 \pm_{0,8}^{1,7}, 26,0 \pm_{0,8}^{0,6}, 38,3 \pm 0,9$	6059.83	1.22
	BSS(const)	$3,1 \pm_{0,8}^{1,7}, 28,2 \pm_{0,8}^{1,0}, < 4,0$	7440.42	1.49
	ASS(r)	$9,8 \pm_{1,4}^{1,2}, 24,8 \pm 0,6, > 36,0$	5908.64	1.18
	BSS(r)	$> 23,6, 29,0 \pm_{0,6}^{0,4}, < 4,0$	7434.89	1.49
4	LSA	$25,7 \pm 0,9, 2,5 \pm 1,9, > 38,0$	8791.52	1.43
	CCR	$4,1 \pm 0,4, 4,1 \pm_{0,4}^{0,3}, \text{NR}, 26,0 \pm_{0,7}^{0,8}$	12161.86	1.98
	ASS(const)	$3,0 \pm_{0,8}^{1,7}, 24,6 \pm_{1,0}^{1,2}, 34,0 \pm 0,8$	8925.35	1.45
	BSS(const)	$3,2 \pm_{0,8}^{1,7}, > 26,0, < 4,0$	10615.17	1.73
	ASS(r)	$> 50,5, 24,8 \pm 0,6, 36,0 \pm_{0,8}^{0,7}$	8942.99	1.46
	BSS(r)	$> 56,0, 29,2 \pm 0,4, < 4,0$	10731.66	1.75

Tabla 3.10: Continuación Tabla 3.9

Máscara	Modelo	Regiones de confianza	Mín( $\chi^2$ ) mejor ajuste	Mín( $\chi^2$ )/d.o.f.
5	LSA	$26,2 \pm_{1,2}^{0,7}$ , $> 4,1$ , $> 37,9$	2289.79	0.77
	CCR	$4,9 \pm_{0,6}^{0,5}$ , $> 15,4$ , NR, $21,5 \pm 1,1$	3406.05	1.15
	ASS(const)	$3,1 \pm_{0,8}^{1,7}$ , $25,6 \pm_{1,2}^{1,0}$ , $33,7 \pm_{1,2}^{1,1}$	2239.12	0.76
	BSS(const)	$3,1 \pm_{0,8}^{1,7}$ , $28,2 \pm_{0,8}^{1,0}$ , $< 4,0$	3124.55	1.06
	ASS(r)	$> 20,6$ , $24,4 \pm 0,6$ , $34,0 \pm 0,9$	2228.11	0.75
	BSS(r)	$> 47,2$ , $28,4 \pm_{0,6}^{0,8}$ , $< 4,0$	3152.59	1.07
6	LSA	$29,7 \pm 0,9$ , $< 7,3$ , $> 36,4$	1764.07	0.71
	CCR	$5,5 \pm 0,6$ , $> 16,6$ , NR, $22,2 \pm_{0,9}^{0,8}$	2722.16	1.10
	ASS(const)	$3,2 \pm_{0,8}^{1,7}$ , $28,2 \pm_{1,2}^{0,8}$ , $37,5 \pm_{1,5}^{1,3}$	1641.20	0.66
	BSS(const)	$2,9 \pm_{0,8}^{1,7}$ , $28,2 \pm_{0,8}^{1,0}$ , $< 4,0$	2259.31	0.91
	ASS(r)	$< 2,6$ , $25,2 \pm_{0,6}^{0,8}$ , $29,0 \pm_{1,3}^{2,1}$	1539.47	0.62
	BSS(r)	$< 3,2$ , $28,2 \pm_{0,6}^{0,8}$ , $< 4,0$	2204.50	0.89
7	LSA	$23,8 \pm_{0,9}^{1,2}$ , $5,0 \pm_{0,9}^{2,3}$ , $> 38,0$	2388.39	2.08
	CCR	$2,1 \pm 0,3$ , $15,1 \pm 0,9$ , NR, $7,9 \pm 0,8$	2914.57	2.54
	ASS(const)	$3,0 \pm_{0,8}^{1,7}$ , $21,8 \pm_{1,0}^{0,8}$ , $18,1 \pm 1,7$	2697.27	2.35
	BSS(const)	$4,1 \pm_{1,0}^{1,7}$ , $13,7 \pm 1,0$ , $24,7 \pm 1,5$	2824.36	2.46
	ASS(r)	$> 57,7$ , $21,2 \pm_{0,8}^{0,6}$ , $24,2 \pm 1,6$	2852.85	2.48
	BSS(r)	$> 56,0$ , $11,7 \pm 0,6$ , $28,2 \pm_{0,6}^{0,4}$	2940.10	2.56
8	LSA	$18,7 \pm_{1,4}^{1,2}$ , $< 6,0$ , $32,1 \pm 1,6$	1973.04	1.95
	CCR	$2,4 \pm_{0,5}^{0,6}$ , $16,3 \pm_{1,3}^{2,3}$ , NR, $6,4 \pm_{0,9}^{1,2}$	2547.60	2.52
	ASS(const)	$3,1 \pm_{0,8}^{1,7}$ , $18,0 \pm_{0,6}^{0,8}$ , $9,6 \pm 1,7$	2207.81	2.18
	BSS(const)	$4,1 \pm_{1,0}^{1,7}$ , $13,9 \pm_{0,6}^{0,8}$ , $< 1,3$	2304.41	2.27
	ASS(r)	$> 56,0$ , $17,8 \pm_{0,8}^{0,6}$ , $13,2 \pm_{1,9}^{1,7}$	2324.76	2.29
	BSS(r)	$> 54,0$ , $12,9 \pm_{0,6}^{0,4}$ , $22,8 \pm 1,5$	2411.02	2.38
9	LSA	$21,2 \pm 1,4$ , $> 1,4$ , $36,5 \pm_{1,7}^{1,6}$	492.46	1.03
	CCR	$3,1 \pm 0,4$ , $10,3 \pm_{0,8}^{1,2}$ , NR, $10,8 \pm_{1,2}^{1,5}$	610.81	1.28
	ASS(const)	$3,0 \pm_{0,8}^{1,7}$ , $18,4 \pm_{0,6}^{0,8}$ , $27,7 \pm_{1,9}^{1,7}$	522.17	1.09
	BSS(const)	$3,8 \pm_{0,9}^{1,7}$ , $7,9 \pm_{0,6}^{0,8}$ , $26,9 \pm_{2,3}^{2,0}$	678.43	1.42
	ASS(r)	$> 38,5$ , $17,6 \pm_{1,2}^{1,0}$ , $29,3 \pm 1,7$	534.10	1.12
	BSS(r)	$> 42,8$ , $8,1 \pm_{0,6}^{0,4}$ , $28,5 \pm 1,9$	696.05	1.45

Tabla 3.11: Mejor ajuste de los parámetros de cada modelo de GMF, obtenidos a partir del ángulo de polarización ( $PA$ ) para la exploración ciega. Para cada máscara (ver Tabla 3.4) y para cada modelo de GMF, se muestra: (a) los intervalos de confianza derivados a partir de la función de distribución de probabilidad acumulada, obtenida tras marginalizar sobre el resto de los parámetros; (b) mínimo  $\chi^2 \equiv -2 \ln \mathcal{L}_{PA}$  para el mejor modelo, definido como el que tiene la menor  $\chi^2$ ; y (c) mínimo  $\chi^2$  dividido entre el número de grados de libertad. Los intervalos de confianza se han obtenido al 68 % de probabilidad, exceptuando aquellos casos en los que se muestra solamente el límite superior (o inferior) que ha sido obtenido con el 95 %. En el caso de que un parámetro no esté restringido se anota como “NR”. Para tener una referencia de los parámetros que componen cada modelo recordamos que son: LSA ( $\psi_0, \psi_1, \chi_0$ ); CCR ( $D_r, w, B_0, \chi_0$ ); ASS ( $B_0, p, \chi_0$ ); BSS ( $B_0, p, \chi_0$ ); ASS-r ( $r_1, p, \chi_0$ ); BSS-r ( $r_1, p, \chi_0$ ).

Máscara	Modelo	Regiones de confianza	Mín( $\chi^2$ ) mejor ajuste	Mín( $\chi^2$ )/d.o.f.
1	LSA	$25,2 \pm 1,2, > 7,2, 26,6 \pm^{1,2}_{1,5}$	1951.48	1.24
	CCR	$2,1 \pm^{0,4}_{0,3}, > 18,0, \text{NR}, 18,1 \pm^{0,7}_{0,8}$	3945.58	2.51
	ASS(const)	$\text{NR}, 24,0 \pm^{0,8}_{0,7}, 26,0 \pm^{0,8}_{0,7}$	1984.87	1.26
	BSS(const)	$\text{NR}, 28,2 \pm 0,8, < 4,0$	2563.07	1.63
	ASS(r)	$\text{NR}, 24,2 \pm^{1,8}_{0,4}, 26,5 \pm^{1,6}_{1,1}$	1984.63	1.26
	BSS(r)	$< 55,1, 27,0 \pm 0,4, < 4,0$	2555.42	1.62
2	LSA	$29,9 \pm^{0,7}_{0,9}, 1,2 \pm 0,4, 19,5 \pm^{1,2}_{0,9}$	5249.66	1.94
	CCR	$9,2 \pm 0,4, 3,1 \pm^{0,3}_{0,4}, \text{NR}, 14,1 \pm^{0,7}_{0,8}$	10015.17	3.69
	ASS(const)	$\text{NR}, > 26,0, 20,2 \pm^{0,8}_{0,9}$	5258.59	1.94
	BSS(const)	$\text{NR}, > 26,0, < 4,0$	5958.80	2.20
	ASS(r)	$< 2,4, 27,0 \pm 0,4, 24,0 \pm^{0,8}_{0,7}$	5225.65	1.93
	BSS(r)	$\text{NR}, > 28,0, < 4,0$	5971.78	2.20
3	LSA	$29,9 \pm^{0,7}_{0,9}, 6,0 \pm 0,2, 30,1 \pm 0,4$	4375.40	1.76
	CCR	$4,1 \pm 0,4, > 18,0, \text{NR}, 32,0 \pm^{0,8}_{0,7}$	9023.30	3.62
	ASS(const)	$\text{NR}, > 26,0, 30,0 \pm^{0,8}_{0,7}$	4390.24	1.76
	BSS(const)	$\text{NR}, > 26,0, < 4,0$	6039.32	2.42
	ASS(r)	$< 4,0, 27,0 \pm 0,4, 34,0 \pm^{0,8}_{0,7}$	4274.76	1.71
	BSS(r)	$< 4,0, > 28,0, < 4,0$	5993.03	2.40
4	LSA	$29,9 \pm^{0,7}_{0,9}, 6,5 \pm 0,2, 23,9 \pm^{0,4}_{0,3}$	6549.53	2.13
	CCR	$5,1 \pm 0,4, 6,1 \pm^{0,3}_{0,4}, \text{NR}, 26,0 \pm^{0,8}_{0,7}$	13091.80	4.27
	ASS(const)	$\text{NR}, > 26,0, 27,8 \pm 0,8$	6590.67	2.15
	BSS(const)	$\text{NR}, > 26,0, < 4,0$	8236.24	2.68
	ASS(r)	$< 2,4, 27,0 \pm 0,4, 32,0 \pm^{0,8}_{0,7}$	6388.44	2.08
	BSS(r)	$< 7,0, > 28,0, < 4,0$	8230.37	2.68

Tabla 3.12: Continuación Tabla 3.11

Máscara	Modelo	Regiones de confianza	Mín( $\chi^2$ ) mejor ajuste	Mín( $\chi^2$ )/d.o.f.
5	LSA	$25,9 \pm_{0,9}^{0,7}, > 7,7, 28,6 \pm_{1,1}^{1,2}$	1900.93	1.29
	CCR	$2,1 \pm 0,4, > 18,0, \text{NR}, 21,5 \pm 1,1$	3737.25	2.53
	ASS(const)	$\text{NR}, 24,0 \pm 0,8, 26,0 \pm_{0,7}^{0,8}$	1949.28	1.32
	BSS(const)	$\text{NR}, 28,2 \pm 0,8, < 4,0$	2521.22	1.71
	ASS(r)	$1,8 \pm_{0,8}^{1,0}, 26,0 \pm 0,4, 30,0 \pm 0,8$	1929.59	1.31
	BSS(r)	$< 36,8, 27,0 \pm 0,4, < 4,0$	2510.71	1.70
6	LSA	$25,9 \pm_{0,9}^{0,7}, > 7,7, 29,3 \pm_{1,3}^{1,1}$	1506.19	1.22
	CCR	$2,1 \pm_{0,3}^{0,4}, > 17,6, \text{NR}, 22,3 \pm_{0,9}^{0,8}$	3259.69	2.64
	ASS(const)	$\text{NR}, 24,2 \pm_{0,8}^{1,0}, 25,8 \pm_{1,1}^{0,9}$	1546.69	1.25
	BSS(const)	$\text{NR}, 28,2 \pm 0,8, < 4,0$	1884.57	1.52
	ASS(r)	$1,8 \pm 0,8, 26,0 \pm 0,4, 30,0 \pm 0,8$	1518.40	1.23
	BSS(r)	$< 46,8, > 26,6, < 4,0$	1868.60	1.51
7	LSA	$14,0 \pm 0,7, > 7,4, 19,0 \pm_{0,5}^{0,4}$	1653.61	2.89
	CCR	$> 9,5, 9,1 \pm_{0,3}^{0,4}, \text{NR}, 7,9 \pm 0,8$	2173.72	3.80
	ASS(const)	$\text{NR}, > 26,0, 25,8 \pm_{1,1}^{0,9}$	2058.36	3.59
	BSS(const)	$\text{NR}, -18,2 \pm_{1,0}^{0,8}, 19,4 \pm_{1,5}^{1,1}$	2039.95	3.56
	ASS(r)	$< 4,0, > 28,0, 22,2 \pm 1,4$	1992.42	3.48
	BSS(r)	$< 4,0, -18,2 \pm 0,6, 23,7 \pm 0,9$	1748.45	3.05
8	LSA	$12,1 \pm_{1,2}^{1,6}, > 8,4, 19,1 \pm 0,7$	1437.95	2.85
	CCR	$> 7,9, 9,1 \pm_{0,3}^{0,4}, \text{NR}, 6,4 \pm_{0,9}^{1,2}$	1884.01	3.74
	ASS(const)	$\text{NR}, 24,2 \pm_{0,8}^{1,0}, 13,0 \pm_{1,3}^{1,5}$	1810.20	3.58
	BSS(const)	$\text{NR}, < -26,0, 16,1 \pm 0,8$	1552.49	3.07
	ASS(r)	$< 4,0, > 28,0, 19,5 \pm 1,4$	1767.71	3.50
	BSS(r)	$< 3,6, < -27,2, 18,2 \pm_{0,8}^{0,9}$	1478.49	2.93
9	LSA	$33,6 \pm_{13,8}^{4,7}, > 5,6, 26,1 \pm_{2,4}^{1,9}$	382.10	1.61
	CCR	$2,1 \pm_{0,3}^{0,4}, > 13,1, \text{NR}, 10,8 \pm_{1,2}^{1,5}$	415.53	1.75
	ASS(const)	$\text{NR}, > 23,6, 26,5 \pm 1,9$	401.66	1.69
	BSS(const)	$\text{NR}, < -25,0, < 5,7$	532.00	2.24
	ASS(r)	$> 8,2, > 21,0, 27,3 \pm_{2,0}^{1,9}$	403.55	1.70
	BSS(r)	$> 4,8, < -26,0, < 6,1$	532.65	2.24

### 3.8.1. Resultados para el caso de la máscara 5: ajuste del campo global (disco + halo)

Para la exploración “bibliográfica”, el modelo que tiene una  $\chi^2$  reducida menor corresponde al caso ASS tal y como se muestra en la Tabla 3.5. El modelo ASS-r también proporciona un ajuste satisfactorio. En general, cualquier modelo de los propuestos podría describir la componente global del campo. La comparación con los valores de bibliografía en este caso no es posible dado que dichos valores se han propuesto (ver sección 3.2) para la componente del campo en el disco únicamente. Para la exploración “no ciega”, el modelo que tiene una  $\chi^2$  reducida menor corresponde al caso ASS-r, tal y como se muestra en la Tabla 3.13. Se observa que los

Tabla 3.13: Mejor ajuste de los parámetros de cada modelo de GMF, obtenidos a partir del análisis de los parámetros de Stokes ( $Q, U$ ) para la exploración no ciega. Para cada máscara (ver Tabla 3.4) y para cada modelo de GMF, se muestra: (a) los intervalos de confianza derivados a partir de la función de distribución de probabilidad acumulada, obtenida tras marginalizar sobre el resto de los parámetros; (b) mínimo  $\chi^2 \equiv -2 \ln \mathcal{L}_{QU}$  para el mejor modelo, definido como el que tiene la menor  $\chi^2$ ; y (c) mínimo  $\chi^2$  dividido entre el número de grados de libertad. Los intervalos de confianza se han obtenido al 68 % de probabilidad, exceptuando aquellos casos en los que se muestra solamente el límite superior (o inferior) que ha sido obtenido con el 95 %. En el caso de que un parámetro no esté restringido se anota como “NR”. Para tener una referencia de los parámetros que componen cada modelo recordamos que son: LSA ( $\psi_0, \psi_1, \chi_0$ ); CCR ( $D_r, w, B_0, \chi_0$ ); ASS ( $B_0, p, \chi_0$ ); BSS ( $B_0, p, \chi_0$ ); ASS-r ( $r_1, p, \chi_0$ ); BSS-r ( $r_1, p, \chi_0$ ); BT ( $r_1, \sigma_1, \sigma_2$ ).

Máscara	Modelo	Regiones de confianza	Mín( $\chi^2$ ) para el mejor ajuste	Mín( $\chi^2$ )/d.o.f.
1	LSA	$25,2 \pm_{0,5}^{0,6}, 3,2 \pm 2,5, 33,6 \pm 0,9$	2386.08	0.76
1	CCR	$6,2 \pm 0,4, > 17,1, \text{NR}, 16,6 \pm_{2,6}^{0,6}$	3816.99	1.21
1	ASS(const)	$3,3 \pm_{0,9}^{2,2}, 25,4 \pm 0,5, 33,6 \pm_{0,9}^{1,0}$	2387.15	0.76
1	BSS(const)	$3,2 \pm_{0,9}^{2,0}, 32,5 \pm_{1,8}^{7,2}, < 2,0$	3368.46	1.07
1	ASS(r)	$23,8 \pm_{5,6}^{8,4}, 24,3 \pm_{0,5}^{0,6}, 34,1 \pm 0,9$	2357.66	0.75
1	BSS(r)	$57,3 \pm_{11,0}^{3,0}, 29,5 \pm_{0,5}^{0,6}, < 0,1$	3392.57	1.08
1	BT	$> 51,0, 0,78 \pm_{0,5}^{0,8}, 0,71 \pm 0,3$	4657.39	1.48
2	LSA	$23,7 \pm_{0,4}^{0,5}, -4,0 \pm_{2,0}^{2,1}, 28,1 \pm 0,8$	7147.50	1.32
2	CCR	$3,0 \pm 0,2, \text{NR}, \text{NR}, 6,0 \pm_{0,3}^{0,5}$	9430.31	1.74
2	ASS(const)	$3,1 \pm_{0,8}^{2,1}, 23,7 \pm 0,5, 28,2 \pm_{0,9}^{0,8}$	7150.75	1.32
2	BSS(const)	$3,2 \pm_{0,9}^{2,0}, 30,8 \pm_{8,4}^{3,2}, < 2,0$	8336.37	1.54
2	ASS(r)	$> 54,9, 23,4 \pm 0,4, 30,4 \pm 0,8$	7228.01	1.33
2	BSS(r)	$> 56,7, 27,4 \pm_{0,5}^{0,4}, < 0,1$	8460.26	1.56
2	BT	$> 56,7, < 1,0, 0,44 \pm 0,2$	10936.18	2.01
3	LSA	$26,0 \pm 0,5, -6,5 \pm_{2,3}^{3,0}, 38,8 \pm 0,8$	6054.72	1.21
3	CCR	$3,5 \pm 0,2, 4,0 \pm_{0,5}^{0,4}, \text{NR}, 27,1 \pm_{0,5}^{0,3}$	8576.71	1.72
3	ASS(const)	$3,2 \pm_{0,8}^{2,1}, 23,8 \pm 0,5, 38,4 \pm 0,8$	6059.01	1.21
3	BSS(const)	$3,1 \pm_{0,9}^{2,0}, 31,4 \pm_{8,3}^{8,0}, < 1,8$	7437.97	1.49
3	ASS(r)	$9,3 \pm 1,2, 24,6 \pm_{0,4}^{0,5}, 41,1 \pm 0,7$	5891.39	1.18
3	BSS(r)	$> 23,5, 28,8 \pm 0,4, < 0,2$	7434.89	1.49
3	BT	$> 57,3, 6,43 \pm 0,2, > 6,74$	8706.23	1.75
4	LSA	$24,8 \pm_{0,3}^{0,4}, 4,1 \pm 1,8, 33,6 \pm_{0,7}^{0,6}$	8914.74	1.45
4	CCR	$4,0 \pm 0,2, 4,1 \pm_{0,5}^{0,4}, \text{NR}, 25,1 \pm_{0,5}^{0,3}$	12267.47	2.00
4	ASS(const)	$3,1 \pm_{0,9}^{2,2}, 25,0 \pm 0,4, 33,7 \pm 0,7$	8919.18	1.45
4	BSS(const)	$3,3 \pm_{0,9}^{2,0}, 32,6 \pm_{1,8}^{7,1}, < 1,8$	10612.71	1.73
4	ASS(r)	$> 50,9, 24,6 \pm 0,4, 35,8 \pm_{0,6}^{0,7}$	8942.14	1.46
4	BSS(r)	$> 56,3, 28,4 \pm 0,6, < 0,2$	10730.25	1.75
4	BT	$> 57,3, < 1,0, 0,45 \pm 0,2$	14450.37	2.35

Tabla 3.14: Continuación Tabla 3.13

Máscara	Modelo	Regiones de confianza	$\text{Mín}(\chi^2)$ mejor ajuste	$\text{Mín}(\chi^2)/\text{d.o.f.}$
5	LSA	$25,1 \pm^{0,5}_{0,6}, 5,9 \pm^{2,4}_{2,7}, 33,6 \pm 1,1$	2232.45	0.75
5	CCR	$4,8 \pm^{0,4}_{0,4}, > 15,5, \text{NR}, 16,0 \pm 0,3$	3405.86	1.15
5	ASS(const)	$3,2 \pm^{2,2}_{0,9}, 25,2 \pm^{0,6}_{0,5}, 33,6 \pm 1,0$	2236.97	0.76
5	BSS(const)	$3,2 \pm^{2,1}_{0,8}, 32,6 \pm^{5,4}_{8,6}, < 1,8$	3123.67	1.06
5	ASS(r)	$41,0 \pm^{18,3}_{19,3}, 24,4 \pm 0,6, 34,0 \pm^{0,9}_{1,0}$	2227.71	0.75
5	BSS(r)	$> 47,5, 28,4 \pm 0,6, < 0,2$	3151.93	1.07
5	BT	$> 48,5, < 1,0, 0,45 \pm 0,2$	4106.92	1.39
6	LSA	$28,0 \pm 0,7, < 1,7, 37,5 \pm 1,3$	1636.88	0.66
6	CCR	$6,0 \pm 0,6, > 14,7, \text{NR}, 16,0 \pm 0,3$	2720.59	1.10
6	ASS(const)	$3,3 \pm^{2,2}_{0,9}, 27,6 \pm^{0,7}_{0,6}, 37,5 \pm^{1,2}_{1,3}$	1640.75	0.66
6	BSS(const)	$3,0 \pm^{2,0}_{0,8}, 31,1 \pm^{8,2}_{8,6}, < 1,8$	2258.85	0.91
6	ASS(r)	$< 2,5, 25,4 \pm 0,6, 30,2 \pm^{1,4}_{1,2}$	1538.66	0.62
6	BSS(r)	$< 3,0, 28,4 \pm 0,6, < 0,2$	2200.32	0.89
6	BT	$> 44,2, 5,63 \pm 0,3, > 5,8$	2664.16	1.08
7	LSA	$21,8 \pm 0,7, 3,2 \pm 2,3, 18,4 \pm^{1,8}_{1,6}$	2695.49	2.35
7	CCR	$2,1 \pm^{0,3}_{0,2}, 14,8 \pm^{1,1}_{0,9}, \text{NR}, 9,2 \pm 0,8$	2941.22	2.56
7	ASS(const)	$3,1 \pm^{2,1}_{0,8}, 21,7 \pm 0,7, < 22,6$	2697.96	2.35
7	BSS(const)	$3,8 \pm^{2,1}_{1,0}, \text{NR}, < 2,0$	2924.53	2.55
7	ASS(r)	$> 57,5, 21,7 \pm 0,7, 24,2 \pm 1,6$	2851.59	2.48
7	BSS(r)	$> 56,5, 28,4 \pm 0,9, < 0,6$	3049.58	2.65
7	BT	$> 56,9, < 1,0, 0,4 \pm 0,2$	4053.52	3.53
8	LSA	$17,8 \pm 0,7, < -6,2, < 16,3$	2189.63	2.16
8	CCR	$2,8 \pm 0,4, 17,2 \pm^{1,5}_{1,4}, \text{NR}, 8,0 \pm 0,9$	2565.71	2.54
8	ASS(const)	$3,2 \pm^{2,2}_{0,9}, < 20,5, < 21,0$	2247.55	2.22
8	BSS(const)	$3,8 \pm^{2,1}_{1,0}, \text{NR}, < 2,0$	2441.34	2.41
8	ASS(r)	$> 56,0, < 20,7, < 21,5$	2345.55	2.32
8	BSS(r)	$> 56,4, < 21,3, < 0,8$	2583.40	2.55
8	BT	$> 56,9, < 1,0, 1,01 \pm 0,2$	3479.48	3.44
9	LSA	$18,8 \pm 1,1, > 0,2, 27,6 \pm^{1,9}_{1,8}$	518.00	1.08
9	CCR	$3,0 \pm 0,3, 10,1 \pm^{1,3}_{0,9}, \text{NR}, 11,2 \pm^{1,2}_{1,1}$	610.56	1.28
9	ASS(const)	$3,1 \pm^{2,2}_{0,9}, 20,6, 27,6 \pm^{1,7}_{1,8}$	523.72	1.09
9	BSS(const)	$\text{NR}, \text{NR}, < 2,0$	754.15	1.57
9	ASS(r)	$> 42,5, < 22,1, 29,0 \pm^{1,7}_{1,6}$	538.54	1.12
9	BSS(r)	$> 50,3, 25,7 \pm^{1,8}_{2,3}, < 0,7$	789.54	1.65
9	BT	$> 47,1, < 1,0, 1,01 \pm 0,2$	965.32	2.02

Tabla 3.15: Mejor ajuste de los parámetros de cada modelo de GMF, obtenidos a partir del análisis del  $PA$  para la exploración no ciega. Para cada máscara (ver Tabla 3.4) y para cada modelo de GMF, se muestra: (a) los intervalos de confianza derivados a partir de la función de distribución de probabilidad acumulada, obtenida tras marginalizar sobre el resto de los parámetros; (b) mínimo  $\chi^2 \equiv -2 \ln \mathcal{L}_{PA}$  para el mejor modelo, definido como el que tiene la menor  $\chi^2$ ; y (c) mínimo  $\chi^2$  dividido entre el número de grados de libertad. Los intervalos de confianza se han obtenido al 68 % de probabilidad, exceptuando aquellos casos en los qu se muestra solamente el límite superior (o inferior) que ha sido obtenido con el 95 %. En el caso de que un parámetro no esté restringido se anota como “NR”. Para tener una referencia de los parámetros que componen cada modelo recordamos que son: LSA( $\psi_0, \psi_1, \chi_0$ ); CCR( $D_r, w, B_0, \chi_0$ ); ASS( $B_0, p, \chi_0$ ); BSS( $B_0, p, \chi_0$ ); ASS-r( $r_1, p, \chi_0$ ); BSS-r( $r_1, p, \chi_0$ ); BT( $r_1, \sigma_1, \sigma_2$ ).

Máscara	Modelo	Regiones de confianza	Mín( $\chi^2$ ) mejor ajuste	Mín( $\chi^2$ )/d.o.f.
1	LSA	$27,0 \pm_{0,2}^{0,3}, > 8,4, 25,7 \pm_{1,1}^{0,8}$	1932.43	1.23
1	CCR	$1,8 \pm_{0,4}^{0,3}, > 17,1, \text{NR}, 16,6 \pm_{2,6}^{0,6}$	3859.67	2.45
1	ASS(const)	NR, $24,1 \pm_{0,3}^{1,3}, 26,3 \pm_{0,7}^{0,4}$	1983.63	1.26
1	BSS(const)	NR, $> 20,8, < 2,0$	2552.75	1.62
1	ASS(r)	$> 45, 22,0 \pm_{0,2}^{0,2}, < 20,1$	1211.49	0.77
1	BSS(r)	NR, $27,0 \pm 0,2, < 0,1$	2552.97	1.62
1	BT	$> 54,4, 1,51 \pm 0,2, > 8,5$	6727.60	4.27
2	LSA	$30,0 \pm_{0,3}^{0,2}, 1,3 \pm_{0,4}^{0,3}, 19,6 \pm_{0,5}^{1,1}$	5247.58	1.93
2	CCR	$10,9 \pm 0,1, 11,1 \pm_{0,4}^{0,3}, \text{NR}, 6,0 \pm_{0,3}^{0,5}$	9737.98	3.59
2	ASS(const)	NR, $30,0 \pm_{0,2}^{0,1}, < 21,9$	5258.23	1.94
2	BSS(const)	NR, $> 29,0, < 2,0$	5912.03	2.18
2	ASS(r)	$> 26,0, 22,0 \pm_{0,2}^{0,2}, < 23,8$	2110.00	0.78
2	BSS(r)	$> 22,1, 32,5 \pm 0,2, < 0,1$	5913.44	2.18
2	BT	$> 7,8, 0,45 \pm 0,2, > 7,8$	19444.77	7.17
3	LSA	$29,3 \pm_{0,8}^{0,5}, > -2,2, 31,0 \pm_{1,2}^{0,6}$	4374.52	1.76
3	CCR	$3,5 \pm 0,2, > 18,1, \text{NR}, 27,1 \pm_{0,5}^{0,3}$	8935.31	3.59
3	ASS(const)	NR, $30,0 \pm_{0,2}^{0,1}, 30,0 \pm_{0,3}^{0,2}$	4390.24	1.76
3	BSS(const)	NR, NR, $< 2,0$	5761.89	2.31
3	ASS(r)	$> 8,0, 22,0 \pm_{0,2}^{0,2}, < 25,0$	1990.18	0.80
3	BSS(r)	$> 48,3, 33,9 \pm 0,1, < 0,2$	5756.56	2.31
3	BT	$> 50,5, 5,50 \pm 0,2, 4,02 \pm 0,2$	11020.34	4.42
4	LSA	$30,0 \pm_{0,3}^{0,2}, 6,5 \pm_{0,2}^{0,1}, 24,5 \pm 0,2$	6543.63	2.13
4	CCR	$4,5 \pm 0,2, 4,0 \pm_{0,5}^{0,4}, \text{NR}, 25,1 \pm_{0,5}^{0,3}$	12574.47	4.10
4	ASS(const)	NR, $30,0 \pm 0,2, 27,5 \pm 0,7$	6590.18	2.15
4	BSS(const)	NR, NR, $< 2,0$	7948.02	2.59
4	ASS(r)	NR, $22,0 \pm_{0,2}^{0,2}, < 24,7$	2215.36	0.72
4	BSS(r)	$> 48,3, > 33,0, < 0,2$	7946.54	2.59
4	BT	$> 50,5, 0,45 \pm 0,2, > 6,8$	25758.29	8.39

Tabla 3.16: Continuación Tabla 3.15

Máscara	Modelo	Regiones de confianza	$\text{Mín}(\chi^2)$	$\text{Mfn}(\chi^2)/\text{d.o.f.}$
5	LSA	$27,0 \pm_{0,2}^{0,3}, 9,5 \pm_{0,4}^{0,3}, 26,4 \pm_{0,8}^{0,6}$	1879.27	1.27
5	CCR	$1,4 \pm 0,2, > 18,1, \text{NR}, 16,0 \pm 0,3$	3517.28	2.38
5	ASS(const)	$\text{NR}, 25,6 \pm_{0,3}^{1,5}, 30,1 \pm_{4,1}^{0,7}$	1939.67	1.31
5	BSS(const)	$\text{NR}, > 20,7, < 2,0$	2511.77	1.70
5	ASS(r)	$> 45,3, 22,0 \pm_{0,2}^{0,2}, < 21,0$	1207.39	0.82
5	BSS(r)	$5,3 \pm_{2,8}^{31,1}, 27,0 \pm 0,2, < 0,1$	2508.03	1.70
5	BT	$> 53,9, 1,51 \pm 0,2, > 9,7$	6549.85	4.43
6	LSA	$27,0 \pm_{0,2}^{0,3}, 9,4 \pm_{0,5}^{0,3}, 26,1 \pm 0,8$	1486.08	1.20
6	CCR	$1,4 \pm 0,2, > 18,1, \text{NR}, 16,0 \pm 0,3$	3071.77	2.49
6	ASS(const)	$\text{NR}, 25,5 \pm 0,2, 31,0 \pm_{0,8}^{1,0}$	1533.72	1.24
6	BSS(const)	$\text{NR}, > 20,7, < 2,0$	1873.27	1.51
6	ASS(r)	$> 45,5, 22,0 \pm_{0,2}^{0,2}, < 21,0$	1136.58	0.92
6	BSS(r)	$< 50,0, 27,3 \pm_{0,4}^{3,5}, < 0,2$	1871.57	1.51
6	BT	$> 49,7, 4,93 \pm_{0,3}^{0,2}, 8,74 \pm_{0,6}^{0,4}$	3705.04	3.00
7	LSA	$< 51,0, > -0,5, 18,0 \pm_{1,1}^{1,2}$	1943.36	3.39
7	CCR	$10,6 \pm 0,2, 9,1 \pm 0,3, \text{NR}, 9,2 \pm 0,8$	2156.95	3.77
7	ASS(const)	$\text{NR}, > 39,0, < 21,8$	1949.46	3.40
7	BSS(const)	$\text{NR}, \text{NR}, < 2,0$	2183.42	3.81
7	ASS(r)	$< 2,5, > 29,0, 21,9 \pm_{1,1}^{1,3}$	1997.60	3.49
7	BSS(r)	$> 21,4, > 31,2, < 0,4$	2189.38	3.82
7	BT	$> 43,7, < 0,4, > 11,6$	12290.67	21.45
8	LSA	$< 51, > -0,5, 18,0 \pm_{1,1}^{1,2}$	1717.68	3.40
8	CCR	$10,6 \pm 0,2, 9,1 \pm_{0,4}^{0,5}, \text{NR}, 8,0 \pm 0,9$	1874.57	3.72
8	ASS(const)	$\text{NR}, > 39,4, < 21,3$	1727.00	3.42
8	BSS(const)	$\text{NR}, \text{NR}, < 2,0$	1916.77	3.80
8	ASS(r)	$< 2,5, > 29,5, < 18,8$	1771.69	3.51
8	BSS(r)	$> 21,7, > 29,7, < 0,4$	1921.49	3.81
8	BT	$> 42,9, < 1,0, > 17,2$	10246.40	20.29
9	LSA	$> 20,8, > -2,3, 16,8 \pm_{1,1}^{1,2}$	392.81	1.65
9	CCR	$2,0 \pm 0,2, > 13,1, \text{NR}, 11,2 \pm_{1,1}^{1,2}$	415.49	1.75
9	ASS(const)	$\text{NR}, < 39,4, 26,3 \pm_{1,7}^{1,8}$	401.53	1.65
9	BSS(const)	$\text{NR}, \text{NR}, < 2,0$	612.29	2.57
9	ASS(r)	$< 59,6, 25,8 \pm 2,5, 27,2 \pm 1,9$	403.27	1.69
9	BSS(r)	$< 58,8, < 24,2, < 0,5$	614.57	2.58
9	BT	$> 17,2, 0,4 \pm 0,2, > 3,2$	2499.88	10.50

modelos pertenecientes a la familia de los axisimétricos (LSA, ASS y ASS-r) son los que proporcionan los mejores ajustes. Por tanto, la emisión sincrotrón a gran escala (a 22 GHz) parece ser compatible con algunos tipos de axisimetría, una conclusión también obtenida por Page et al. (2007). En la Figura 3.9, se ilustra detalladamente el patrón de campo correspondiente al modelo ASS-r en el disco galáctico (esto es,  $z = 0$ ). En la Figura 3.10 se muestran las funciones de distribución de probabilidad marginal para este modelo. A continuación se realiza una discusión detallada de cada uno de los parámetros restringidos.

### **Escala radial.**

En este modelo ASS-r, el valor derivado para el parámetro  $r_1$  es muy grande, picando la distribución “a posteriori” alrededor de los 40 kpc. Esencialmente, este parámetro controla la distancia a la cual el campo magnético deja de ser constante y decrece proporcionalmente a  $r^{-1}$ . El hecho de que el valor obtenido para  $r_1$  sea grande indica que los datos utilizados en el ajuste no requieren una variación importante de la intensidad de campo en la parte interna del disco. Observamos que la región de confianza de este valor es muy grande; por tanto, no podemos proponer un valor aunque podemos rechazar valores pequeños de  $r_1$ . Por ejemplo, una integración directa de la distribución “a posteriori” unidimensional nos permite concluir que el valor de  $r_1$  debería ser mayor que 20 kpc con el 98.4 % de nivel de confianza, y mayor que 15 kpc con el 99.9 % de nivel de confianza. Por tanto, nuestro mejor modelo (ASS-r) y el ASS coinciden básicamente; representando ambos el mejor ajuste.

El hecho de que la intensidad de campo magnético decaiga tan lentamente con la distancia, no puede compararse fácilmente con las observaciones dado que este decrecimiento se define asumiendo una forma exponencial. Han et al. (2006) propone un valor para dicha escala de 8.5 kpc el cual es de hecho mucho más grande comparado con la escala en distancia radial de la densidad o cualquier otra escala de distancia en nuestra galaxia. Otro valor que suele utilizarse en la bibliografía es el dado por Beck (2007) de unos 12 kpc (para  $B_{total}$ ), un valor bastante grande. Este hecho sugiere que los efectos dinámicos del campo magnético deberían ser más importantes a grandes radios (Beck et al. 1996; Battaner & Florido 2007). Aunque, cada uno de estos valores proporcionan una escala de distancia la cual es significativamente menor que el rango de valores que se ha encontrado aquí para esta máscara de referencia.

### **Intensidad de campo magnético.**

Para los modelos ASS-r, BSS-r y LSA, la intensidad de campo magnético en el Sol no se ha calculado pero se ha asumido que toma un valor constante de  $3 \mu\text{G}$ .

El modelo LSA propuesto por Page et al. (2007) también asumía este valor para la intensidad de campo en la vecindad solar. Por el contrario, dicho parámetro ha sido considerado como un parámetro libre en los modelos ASS y BSS, encontrándose un valor de  $3,2_{-0,9}^{+2,2} \mu\text{G}$ . Dicho valor está de acuerdo, tanto con el valor supuesto de antemano en los modelos con dependencia radial, así como con los valores encontrados en la bibliografía (ver por ej. Han et al. 2006). Finalmente hemos de señalar que dicho valor de intensidad corresponde únicamente a la componente regular del campo magnético.

### Ángulo de inclinación.

El ángulo de inclinación ( $p$ ) es considerado en los modelos ASS y ASS-r como un parámetro libre. En ambos casos, se obtiene un valor consistente en torno a  $25^\circ$ . Para el modelo LSA, se considera que dicho ángulo no es constante, sino que viene dado por una función radial con una dependencia logarítmica, encontrándose que el ángulo de inclinación deducido en la vecindad solar es de nuevo aproximadamente  $25^\circ$ . Por tanto, cabe remarcar que existe una consistencia notable entre los valores hallados para dicho ángulo en todos los modelos de la familia axisimétrica. Nuestro valor, en cualquier caso, es mucho mayor que los valores encontrados en la bibliografía aunque son numerosos y dispersos dicho valores, encontrando cierta controversia sobre el signo del mismo debido a la elección del sistema de coordenadas de referencia que hemos realizado. Han & Qiao (1994); Han (2001); Han et al. (2006) propusieron valores comprendidos en el rango de  $-11^\circ$  a  $-8^\circ$  a partir de las medidas de rotación de púlsares y radiofuentes extragalácticas; Heiles (1996) dedujo un valor de  $-7,2^\circ$  a partir de la polarización de la luz estelar.

Nuestro valor coincide con aquel dado por Page et al. (2007),  $27^\circ$ . Finalmente añadir que Jansson et al. (2009) han encontrado un valor de  $p \approx 35^\circ$  para el modelo ASS+ANILLO propuesto por Sun et al. (2008), el cual, a pesar de ser un valor elevado para dicho ángulo, no es compatible con el obtenido por nosotros.

### Ángulo de elevación.

El ángulo de elevación en nuestro modelo preferido, ASS-r, es un valor grande, alrededor de  $34^\circ$ , y similar a los valores obtenidos para los casos de los modelos ASS y LSA. Este hecho implica la existencia de una componente vertical del campo cercana a  $1 \mu\text{G}$ , la cual es mucho mayor que la encontrada previamente (ver por ejemplo el valor dado por Han & Qiao (1994) que es de  $0.2 \mu\text{G}$ ). Esta componente vertical del campo ha sido identificada por estos autores como la componente poloidal correspondiente al dipolo del campo responsable de la componente vertical del orden de mG que existe en el centro de nuestra galaxia. Podría corresponderse tam-

bién con la componente vertical del campo difuso cumular en el disco inducida por difusión magnética turbulenta (e.g. Battaner & Florido 2000), en este caso debido al campo del Grupo Local.

### Otros modelos.

Los modelos bisimétricos proporcionan peores ajustes aunque no son desecharables completamente. En este caso, la escala radial decrece mucho más rápidamente, las intensidades en la vecindad solar son similares, el ángulo de inclinación tiene también un valor elevado pero el ángulo de elevación es despreciable. Cabe remarcar este último hecho, el valor de  $\chi_0$  se anula para todos los modelos bisimétricos (para todas las máscaras consideradas). Esto podría ser debido a la compensación producida por los reversos inherentes del campo para una dirección dada en este tipo de configuración.

El modelo CCR no ajusta los datos de WMAP. No se encuentra evidencia alguna de la existencia de reversos, aunque en principio, el primero podría situarse a 6.5 kpc del Sol, demasiado cerca de la compleja estructura dinámica del centro galáctico.

Finalmente, el modelo bi-toroidal no proporciona ajuste de la emisión sincrotrón a 22 GHz (el  $\chi^2$  reducido es 1.39), aunque podría sugerir una posible explicación para el doble toro del halo (Prouza & Šmíd 2003).

### Dependencia del resultado con las máscaras 1, 2 y 4

En nuestra galaxia existen estructuras cercanas que pueden introducir sesgos en el espacio de parámetros que estamos cubriendo para un modelo de GMF dado. La influencia de estas regiones sobre el campo global es la siguiente:

En primer lugar comparamos los resultados obtenidos para la máscara 5 con aquellos obtenidos para la máscara 4 (es decir, cuando no se considera máscara alguna). Encontramos que aunque la calidad del ajuste se reduce, los parámetros del mejor ajuste no se modifican significativamente cuando se excluyen del análisis los “loops”. Esta conclusión puede extenderse a la mayoría de los parámetros cuando se comparan los resultados de la máscara 1 (excluyendo sólo los “loops”) y la máscara 2 (excluyendo el centro galáctico). Aunque en este caso, hay unos pocos parámetros (por ej.  $\psi_1$  para el modelo LSA) que son muy sensibles a la máscara adoptada en el análisis. En cualquier caso, para el parámetro  $\psi_1$  del LSA, todos los valores permanecen en la vecindad si  $\psi_1 = 0^\circ$ , por tanto, la hipótesis de que este parámetro es de hecho cero no puede ser rechazada (2 sigmas en la mayoría de los casos).

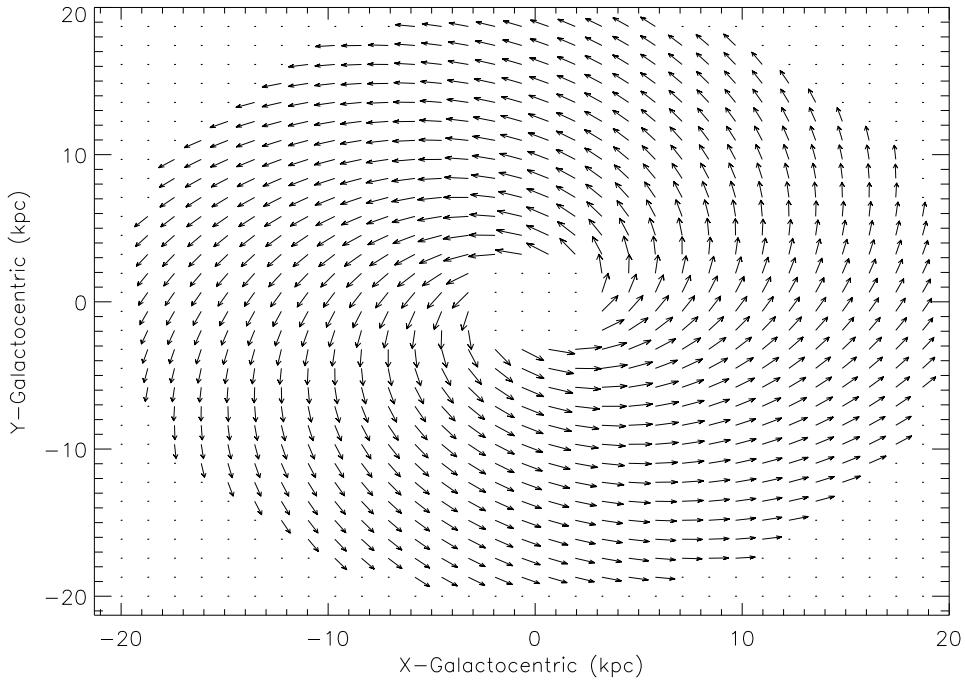


Figura 3.9: Patrón regular del campo magnético a gran escala para el modelo ASS-r model en el disco galáctico. Este modelo utiliza los parámetros proporcionados por el mejor ajuste descritos en la Tabla 3.13 para el caso de la máscara 5.

### 3.8.2. Resultados para el caso de la máscara 6: ajuste de la componente del halo

En este caso se excluye del análisis la contribución del plano galáctico. Si existiera alguna diferencia en alguno de los valores de los parámetros básicos que describen la dependencia del campo entre las componentes del halo y la del disco, debería ser visto aquí. Esta es la razón por la que un análisis separado de las componentes disco y halo se discute en Jansson et al. (2009) y que nosotros estamos teniendo en cuenta a través de las distintas máscaras. En nuestro caso, las máscaras 3 y 6 solamente contienen la contribución del halo galáctico, y excluye completamente la contribución del disco. La componente del halo se caracteriza como un doble toro el cual fue interpretado por Han et al. (1997, 1999) y Han (2009) como una consecuencia del dinamo  $\alpha - \Omega$ . Otra posibilidad es que la componente vertical mencionada anteriormente difusa del cúmulo de galaxias podría enredarse por encima y por debajo del plano con direcciones opuestas en ambos hemisferios (ver por ej. Battaner & Florido 2000). El principal resultado es que dicha componente viene descrita por un modelo ASS-r. Un resultado significativo es que la bonanza del ajuste en todos los casos es mucho mejor cuando se excluye la componente del disco.

### **Escala radial.**

El parámetro que nos indica la variación de la intensidad de campo con la distancia galactocéntrica en este caso es  $r_1 < 2,5$  kpc con un 95 % de nivel de confianza. Se observa que la variación requerida es mucho menor que la obtenida para el caso en que se ajusta la componente global o la del disco solamente. Es decir, en el halo, la intensidad de campo magnético decaerá mucho más rápido que en el disco.

### **Ángulos de inclinación y de elevación.**

El valor de dicho ángulo sigue siendo un valor elevado e idéntico al obtenido para la componente global. Su valor es  $p \approx 25,4^\circ$ . El ángulo de elevación es ligeramente inferior siendo del orden de  $\chi_0 \sim 30^\circ$ .

**Otros modelos.** Si comparamos los distintos resultados para la máscara 6, se observa que en general todos los ajustes mejoran, existiendo una predilección por los modelos axisimétricos. En general, todos los modelos axisimétricos y bisimétricos obtienen valores elevados del ángulo de inclinación e intensidades del orden de los  $\sim 3\mu\text{G}$ . Con el ángulo de elevación ocurre lo mismo que lo descrito para la componente global del campo. El modelo CCR produce el peor ajuste. Finalmente, señalamos que el modelo BT, el cual fue propuesto como una explicación del doble toro del halo, ahora proporciona un ajuste razonable de los datos ( $\chi^2$  reducido de 1.08), aunque la bonanza del ajuste es peor que la obtenida para el modelo ASS-r.

**Dependencia con la máscara 3** Si miramos el resultado para la máscara 3, es decir, excluyendo la emisión del disco, el mejor ajuste ocurre para el ASS-r de nuevo. En este caso se obtiene  $r_1 = 9,3 \pm 1,2$  kpc. Este resultado es cualitativamente consistente con los resultados obtenidos por Han et al. (2006) y Beck (2007), y también para los valores obtenidos recientemente por Jansson et al. (2009). Al comparar nuestros resultados de referencia para la descripción del halo, con los obtenidos para la máscara 3, se observa que la exclusión de los “loops” sobre la componente del halo repercute disminuyendo el valor del ángulo de inclinación en todos los modelos axisimétricos, mientras que en los bisimétricos permanece invariable. La intensidad de campo no se ve afectada, mientras que sí que afecta notablemente el factor de escala radial considerado para modelos con dependencia radial. El ángulo de elevación no se ve afectado significativamente. Los peores ajustes se obtienen para el modelo CCR y el BT.

### 3.8.3. Resultados para el caso de las máscaras 9: ajuste de la componente del disco

Se considera la emisión del disco excluyendo “loops” y centro galáctico. Es importante tener en cuenta que el ajuste de los parámetros en este caso, se verá afectado por la componente turbulenta que se encuentra fundamentalmente en el disco de la galaxia, concretamente en los brazos espirales. Sin embargo, la componente regular del campo se sitúa en la región que existe entre dichos brazos espirales, es por ello que la emisión sincrotrón de la componente turbulenta es prácticamente despreciable en nuestro estudio.

El modelo que tiene un  $\chi^2$  reducido menor corresponde al caso LSA (ver Tabla 3.13). De nuevo, la familia de modelos axisimétricos nos proporciona los mejores ajustes, especialmente aquellos modelos en los que no se considera variación radial de la intensidad de campo.

#### Ángulo $\psi_0$ .

Este parámetro es equivalente al ángulo de inclinación en la vecindad solar, cuyo valor es  $\psi(r = R_\odot) \equiv p = (18,8 \pm 1,1)^\circ$ . Es notable la reducción de dicho valor si lo comparamos con la componente del halo o con la componente disco+halo, aunque su valor sigue sin ser comparable a los valores propuestos en la bibliografía siendo éstos del orden de  $|p| \leq 11^\circ$ . La diferencia entre los valores derivados a partir de medidas de rotación de púlsares y EGRS y el obtenido a partir de la emisión sincrotrón puede deberse al hecho de que dicha emisión procede del campo regular y por tanto, de las regiones existentes entre los brazos espirales como apunta Beck (2008b).

#### Ángulos $\psi_1$ y de elevación ( $\chi_0$ ).

El parámetro  $\psi_1$  es el que controla la variación radial del ángulo de inclinación. Su valor no está restringido, aunque podemos asegurar que es  $\psi_1 > 0,2^\circ$  con un 95 % de nivel de confianza. Si tomamos por ejemplo,  $\psi_1 = 1^\circ$ , podemos obtener la importancia relativa de la parte del ángulo que varía con la distancia con la que permanece invariable; de forma que, para  $r = 10$  kpc,

$$\frac{\psi_0}{\psi_1 \ln(r/8\text{kpc})} \approx \frac{18,8^\circ}{1^\circ \ln(10/8)} \approx 85,5$$

La variación radial considerada es prácticamente despreciable para distancias en torno a la vecindad solar, teniendo más peso a mayores distancias y para valores de  $\psi_1$  cada vez más grandes. El valor del ángulo de elevación se ve disminuido si se compara con la componente del halo o la global, pero no llega a anularse, lo cual

apunta a la existencia de una dependencia vertical no nula como proponen algunos autores (ver por ej. Han & Qiao 1994).

**Otros modelos.** Los modelos axisimétricos proporcionan los mejores ajustes para la componente del disco. En general, para los modelos axisimétricos y bisimétricos la intensidad de campo no varía, mientras que el valor del ángulo  $p$  disminuye si lo comparamos con los resultados de la componente global o del halo. En el caso de modelos que consideran variación radial se obtienen valores muy elevados. Los peores ajustes de nuevo se corresponden con los modelos CCR y BT.

**Dependencia de los resultados con las máscaras 7 y 8.** Los resultados para la máscara 7 en la que no se está excluyendo la contribución de los “loops” ni del centro galáctico hace que el para todos los modelos que contiene ángulo de inclinación su valor se vea ligeramente incrementado. Al contrario ocurre para el ángulo de elevación cuyos valores disminuyen. La intensidad de campo, sin embargo, permanece invariable. Los modelos que presentan variación radial de la intensidad tampoco varían sus resultados, tomando  $r_1$  valores muy grandes. En el caso de la máscara 8, ocurre lo mismo que para la máscara 7, salvo que no se restringe valores de  $p$  para ningún modelo a excepción del LSA. Las cotas impuestas sobre este parámetro indican valores menores que los considerados para el caso del halo o de la componente global. Lo mismo ocurre para las restricciones sobre el ángulo de elevación. En general, en ambos casos, los ajustes de todos los modelos son peores que los mostrados para la máscara 9. El modelo CCR no es desecharable. El modelo BT proporciona el peor ajuste como era de esperar pues es un modelo construido para la descripción de la componente del halo.

### 3.8.4. Comparación de los resultados con el análisis del ángulo de polarización

Con el único propósito de comparar, hemos realizado el análisis utilizando únicamente la información proporcionada por el ángulo de polarización. Como se discutió anteriormente, este análisis proporciona una información limitada, debido al hecho de que el ángulo de polarización no es sensible a algunos parámetros, como por ejemplo, a una intensidad de campo constante.

En general, los resultados obtenidos utilizando el PA son consistentes con aquellos proporcionados por el análisis de los parámetros de Stokes ( $Q, U$ ), aunque aparecen una gran cantidad de parámetros no restringidos. A pesar de ello, los resultados para cada una de las exploraciones aparecen en las Tablas 3.7, 3.11 y 3.15. En particular para el caso del mejor ajuste ASS-r con la máscara 5 se obtiene:  $r_1 > 45,3$  kpc,

$p = (22,0 \pm 0,2)^\circ$ , y  $\chi_0 < 21,0^\circ$ ; mientras que para el caso del ASS se obtiene  $p = (25,6 \pm 0,3)^\circ$ ,  $\chi_0 < 31,5^\circ$  y no restringe  $B_0$ . En ambos casos, la bondad del ajuste es más pobre que la del análisis de  $(Q, U)$ .

### 3.9. Conclusiones

Hemos considerado siete modelos de campo magnético galáctico, cada uno definido por tres o cuatro parámetros y para nueve máscara diferentes con el fin de interpretar los mapas polarizados de WMAP5. La combinación de modelos, parámetros libres, y máscaras producen una gran cantidad de mapas simulados. La comparación se realiza para los parámetros de Stokes  $Q$  y  $U$ , los cuales nos proporcionan restricciones para determinar la configuración tridimensional del campo magnético de nuestra galaxia. En particular, las distintas máscaras nos permiten obtener información sobre las distintas componentes del campo magnético: disco y halo, o considerando una superposición de ambas (disco+halo). El modelo que mejor ajusta los datos cuando se consideran la componente global del campo (disco + halo), componente del halo y componente del disco es un modelo espiral axisimétrico para los tres casos.

Hemos considerado una familia de tres modelos axisimétricos diferentes: el ASS, en el cual no se permite una variación radial de la intensidad de campo magnético ni del ángulo de inclinación; el LSA, que tampoco permite variación radial de la intensidad de campo magnético pero considera un incremento logarítmico del ángulo de inclinación con el radio; y el ASS-r, que no permite una variación del ángulo de inclinación pero sí de la intensidad de campo, siendo constante a pequeños radios y decreciendo como  $1/r$  a grandes radios. Este último caso es el modelo que mejor ajusta para el caso del campo disco + halo y para la componente del halo; mientras que el modelo LSA proporciona la mejor descripción para el campo en el disco.

En el caso del ajuste de la componente disco + halo, el parámetro que determina el factor de escala para el decrecimiento de la intensidad de campo es muy grande, lo cual indica que el decrecimiento es muy lento; por tanto, ASS y ASS-r, dan ajustes similares. Nuestro modelo preferido (ASS-r cuando se enmascara los cuatro “loops” y el centro galáctico) asume una intensidad de campo de  $3 \mu\text{G}$  en la vecindad solar y  $2.5 \mu\text{G}$  si se considera dos veces la distancia entre el Sol y el centro galáctico. Este lento decrecimiento, nos previene de la importancia dinámica de los campos magnéticos en nuestra galaxia.

En el caso del ajuste de la componente del halo, el parámetro que determina la variación radial toma un valor muy inferior, del orden de  $\sim 2$  kpc, asumiendo nuevamente una intensidad de campo de  $3 \mu\text{G}$  en la vecindad solar y  $1.7 \mu\text{G}$  si se considera dos veces la distancia entre el Sol y el centro galáctico. El ajuste de la

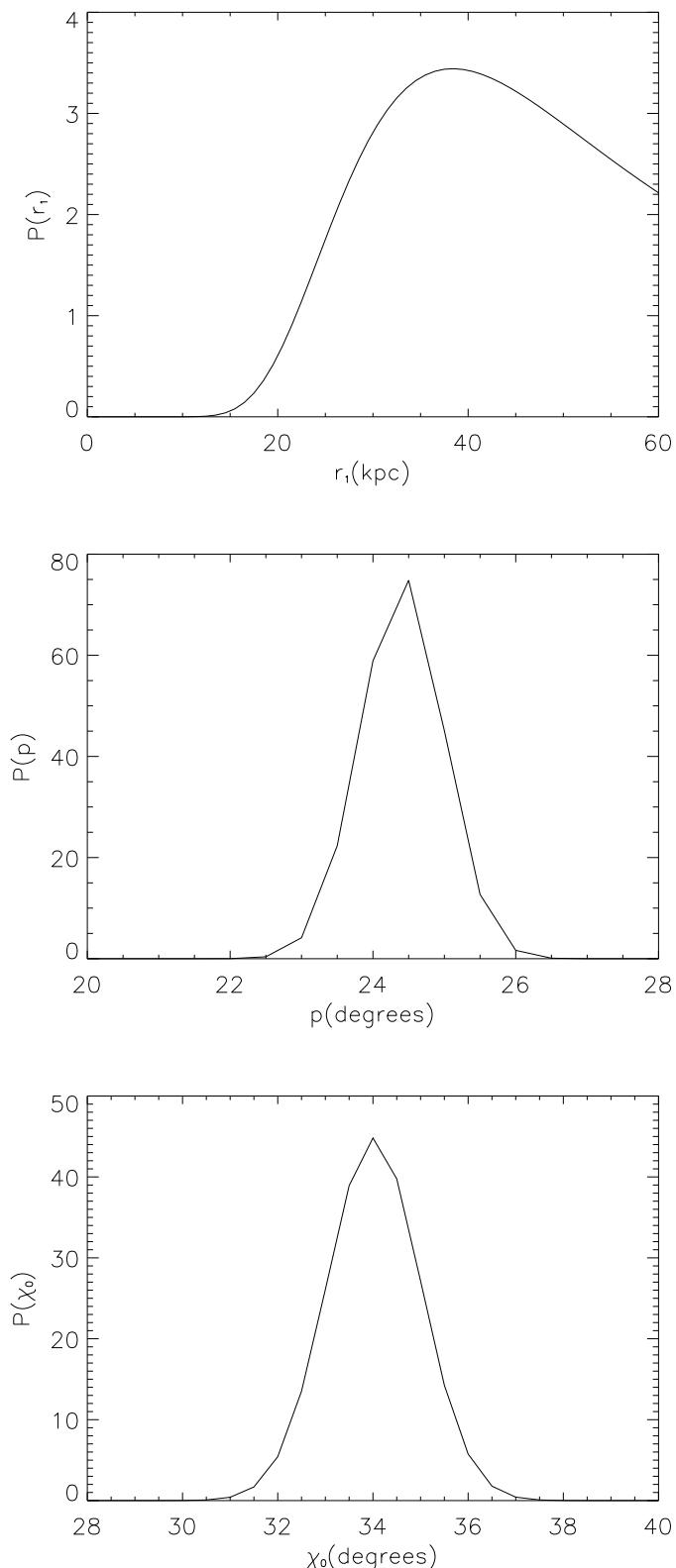


Figura 3.10: Funciones de distribución “a posteriori” 1-dim (marginalizadas) para los parámetros del modelo ASS- $r$  (arriba:  $r_1$ , centro:  $p$  y abajo:  $\chi_0$ ) cuando se considera el ajuste de la componente global (máscara 5) en el análisis de QU.

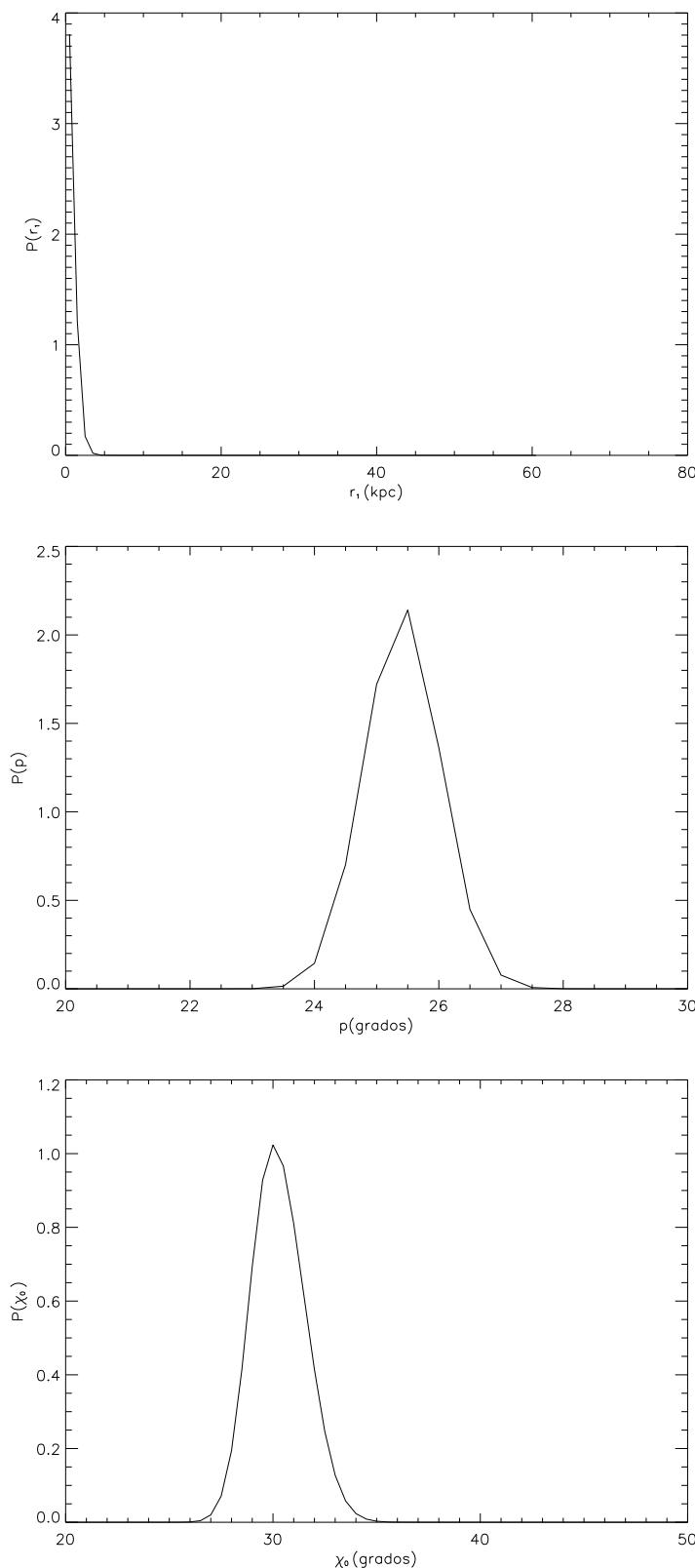


Figura 3.11: Funciones de distribución “a posteriori” 1-dim (marginalizadas) para los parámetros del modelo ASS-r (arriba:  $r_1$ , centro: $p$  y abajo: $\chi_0$ ) cuando se considera el ajuste de la componente del halo (máscara 6) en el análisis de QU.

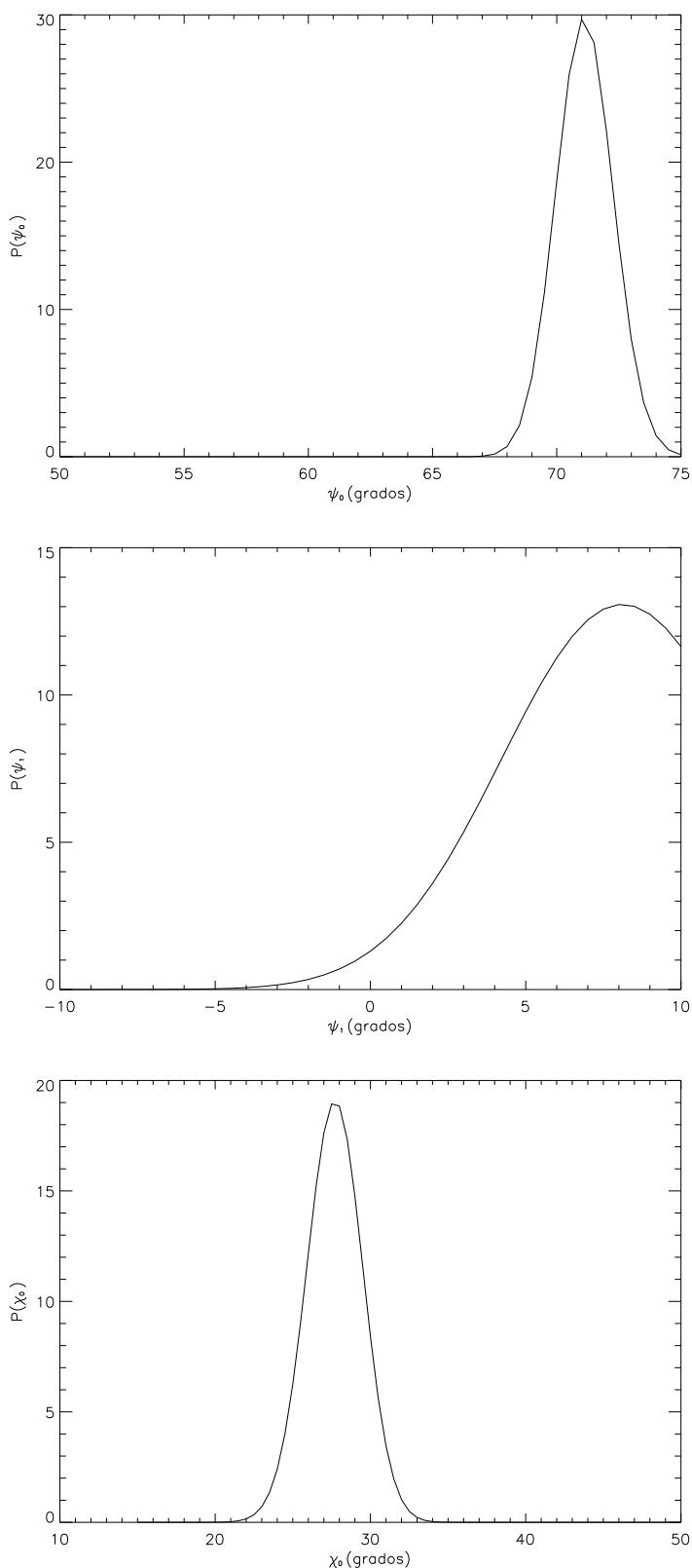


Figura 3.12: Funciones de distribución “a posteriori” 1-dim (marginalizadas) para los parámetros del modelo ASS-r (arriba:  $r_1$ , centro: $p$  y abajo: $\chi_0$ ) cuando se considera el ajuste de la componente del disco (máscara 9) en el análisis de QU.

componente del disco nos lo proporciona el modelo axisimétrico LSA que incluye una variación radial del ángulo de inclinación (la cual fue propuesta por Page et al. (2007) como un primer resultado de los datos de WMAP3), no difiere mucho del modelo axisimétrico dado que el parámetro que da cuenta de la variación radial de  $p$  es pequeño. De hecho, se obtiene que el ángulo de inclinación tiene un valor de  $18,8^\circ$  en la vecindad solar y  $19,5^\circ$  a dos veces esta distancia. Estos mismos valores en Page et al. (2007) son  $27^\circ$  y  $27,6^\circ$ . Para el ángulo de elevación hemos obtenido un valor mucho mayor lo cual implica que la componente vertical del campo es notablemente mucho mayor que la considerada en trabajos anteriores, en desacuerdo con la mayoría de los modelos basados en la rotación de Faraday de púlsares y radiofuentes extragalácticas; pero de acuerdo con el resultado obtenido por Page et al. (2007) ( $25^\circ$  en el plano). En resumen, un modelo axisimétrico con unos  $3 \mu\text{G}$ , decreciendo lentamente con el radio, con un campo magnético principalmente azimutal, pero con espirales bastante abiertas, y una componente vertical es lo que parece que mejor describe la polarización de la emisión sincrotrón a 22 GHz observada por WMAP cuando se considera la superposición de las componentes disco + halo. El mismo modelo ASS-r nos proporciona la descripción de la componente del halo únicamente; mientras que el modelo LSA nos describe la componente del disco.

Otras configuraciones (bisimétrico, bitoroidal, anillo circular concéntrico con reversos) proporcionan peores ajustes. Los cálculos utilizando diferentes máscaras, o incluso eliminando todas las máscaras, no modifican prácticamente las conclusiones básicas, a excepción de las escalas radiales de los modelos ASS-r y BSS-r cuando se excluye el plano galáctico. En este caso, los datos requieren una clara preferencia por escalas radiales pequeñas. Nuestra aproximación es capaz de seleccionar un modelo axisimétrico como el mejor ajuste, una conclusión que se vuelve menos clara cuando se considera la inclusión de otros datos. La existencia de una componente aleatoria importante del campo magnético hace que la determinación del patrón regular del mismo se vuelva una tarea complicada. Además, la existencia de brazos espirales introduce una gran perturbación en el campo a gran escala. Finalmente, señalamos que existen aún algunas incertidumbres importantes en la modelización de la emisión sincrotrón. En particular, probablemente necesitamos un mejor conocimiento de la distribución de rayos cósmicos, los cuales representan hoy día una clara fuente de indeterminación en este tipo de análisis. Por otra parte, la mayor sensibilidad y resolución angular en los canales destinados a la medida de polarización de la misión PLANCK (The Planck Collaboration 2006), proporcionarán un mayor avance en nuestro conocimiento del magnetismo galáctico.

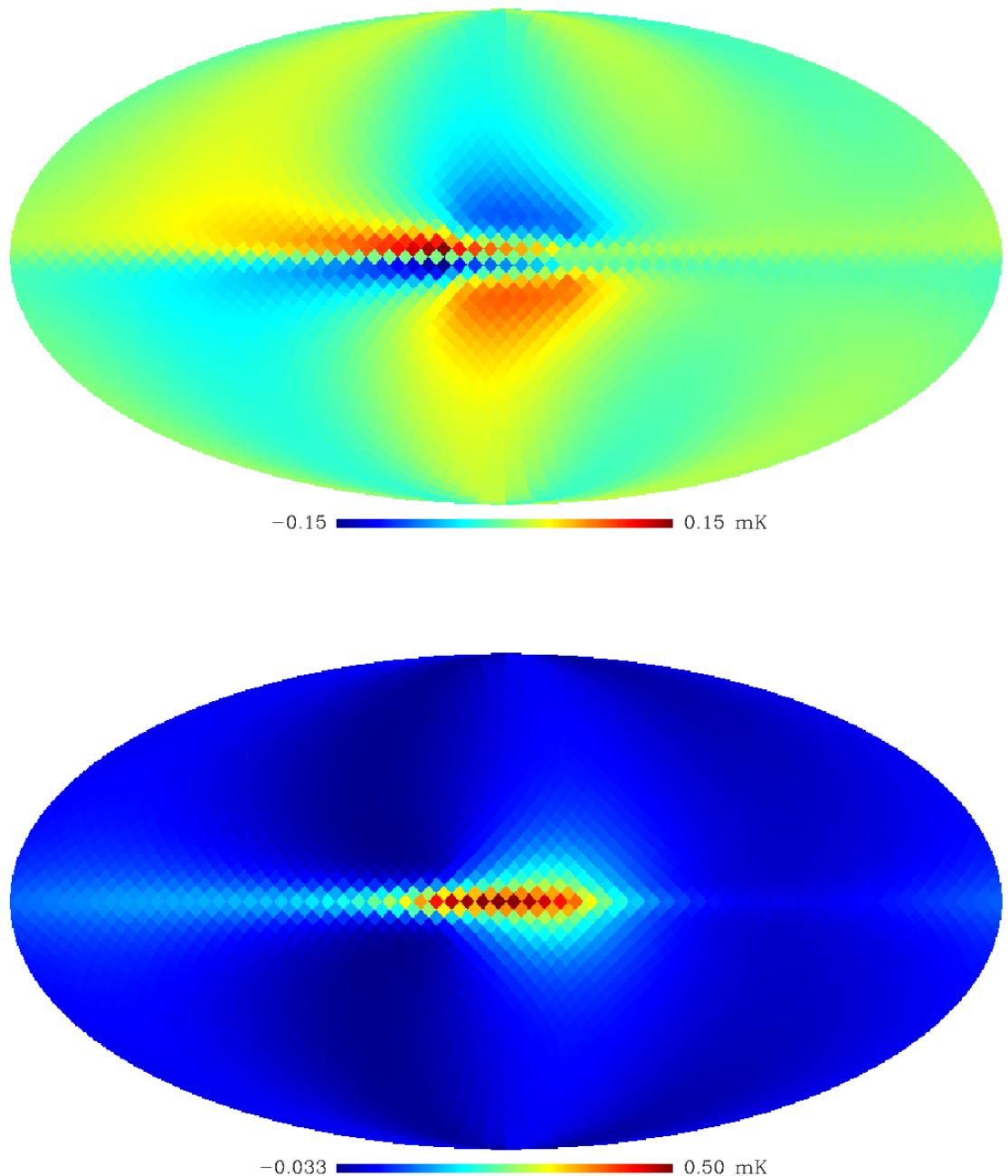


Figura 3.13: Mejor ajuste proporcionado por el modelo ASS-r para la componente global (Parámetros U,Q). Las unidades son mK.

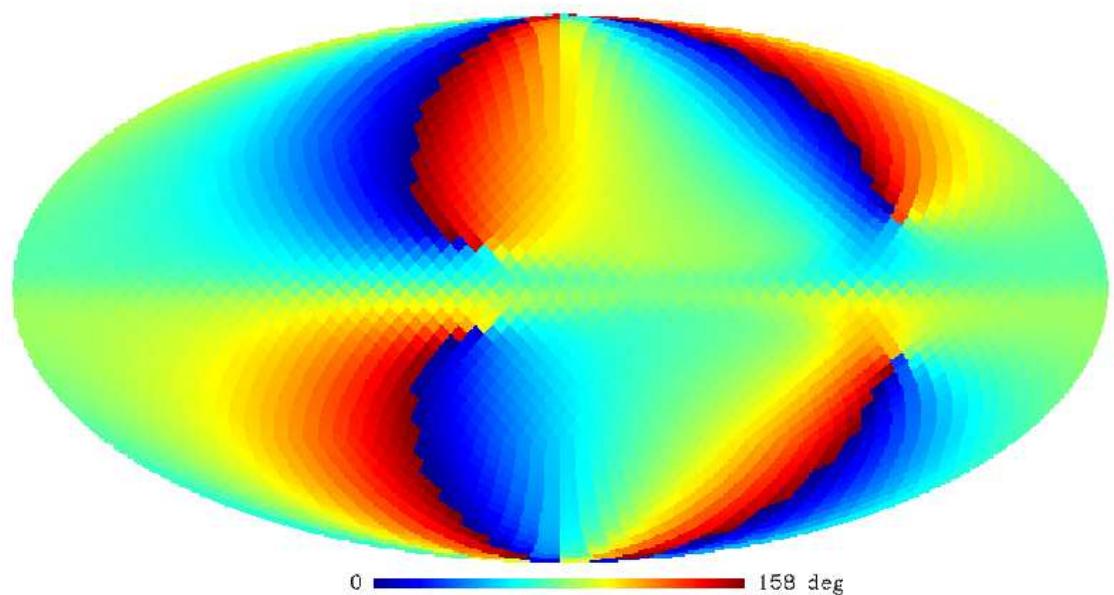


Figura 3.14: Mejor ajuste proporcionado por el modelo ASS-r para la componente global (PA). Las unidades son grados.

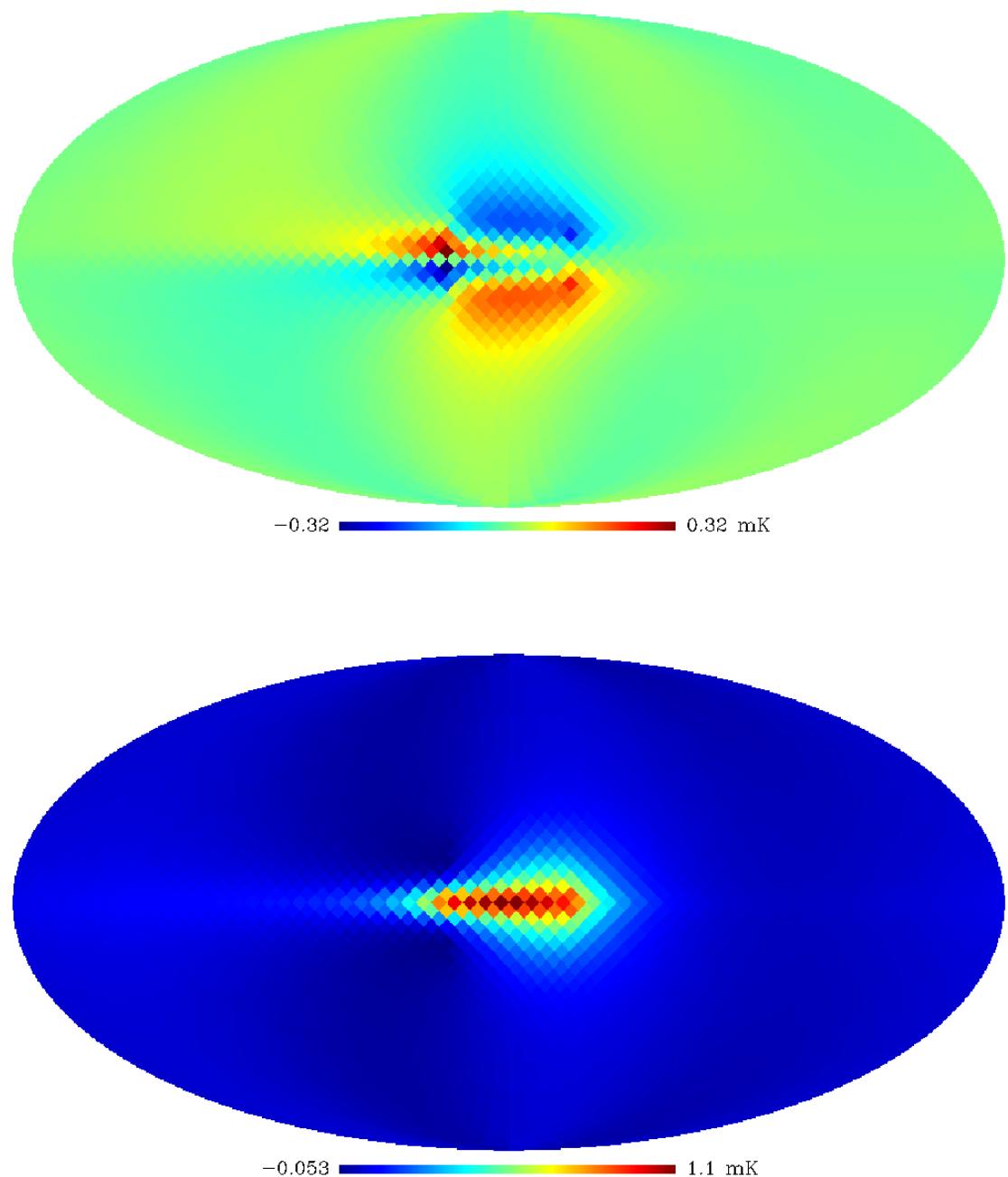


Figura 3.15: Mejor ajuste proporcionado por el modelo ASS-r para la componente del halo (Parámetros U,Q). Las unidades son mK.

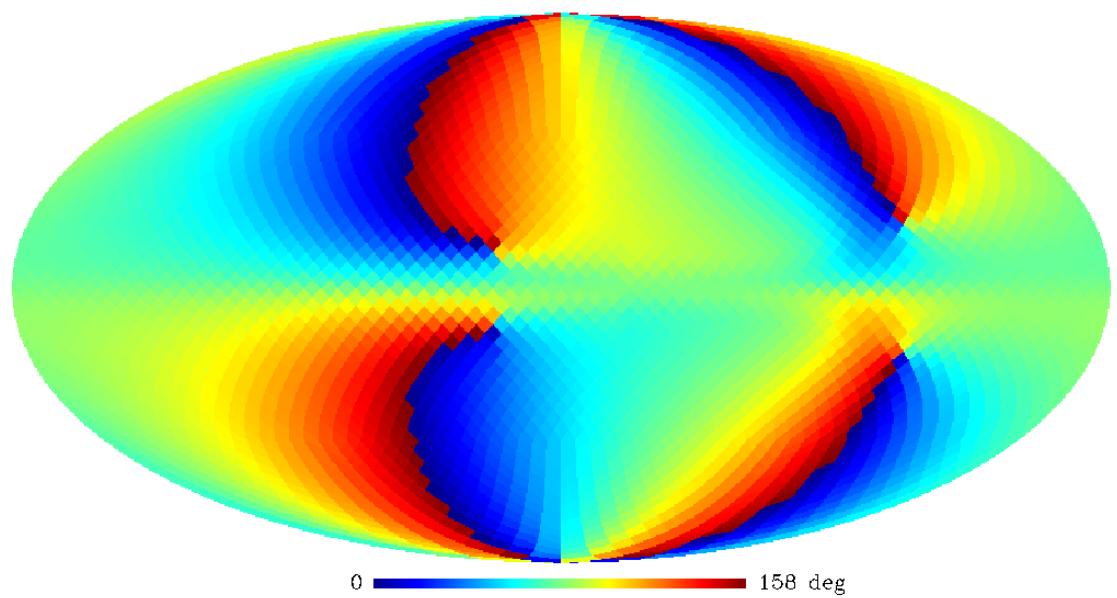


Figura 3.16: Mejor ajuste proporcionado por el modelo ASS-r para la componente halo (PA). Las unidades son grados.

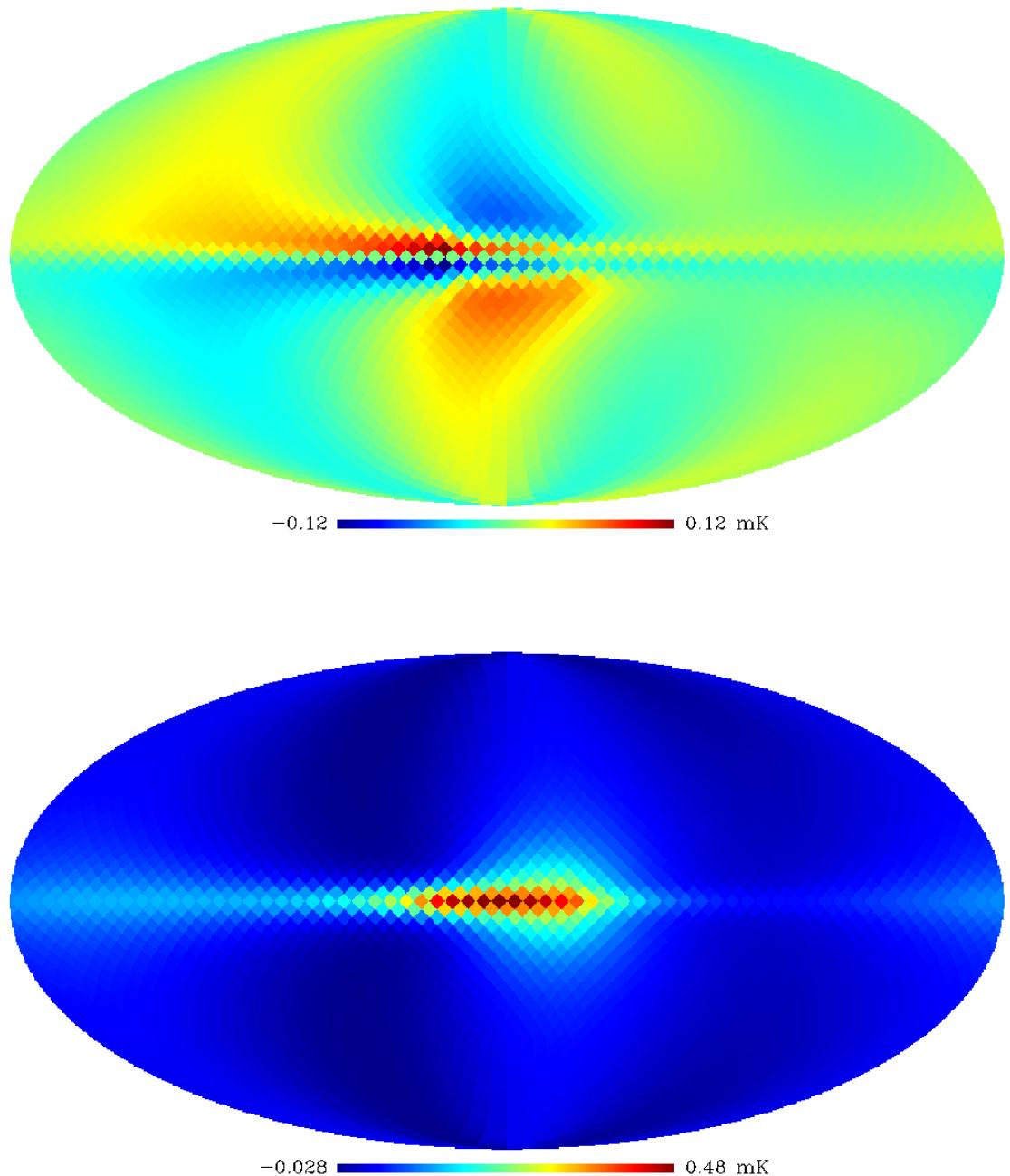


Figura 3.17: Mejor ajuste proporcionado por el modelo LSA para la componente disco (Parámetros U,Q). Las unidades son mK.

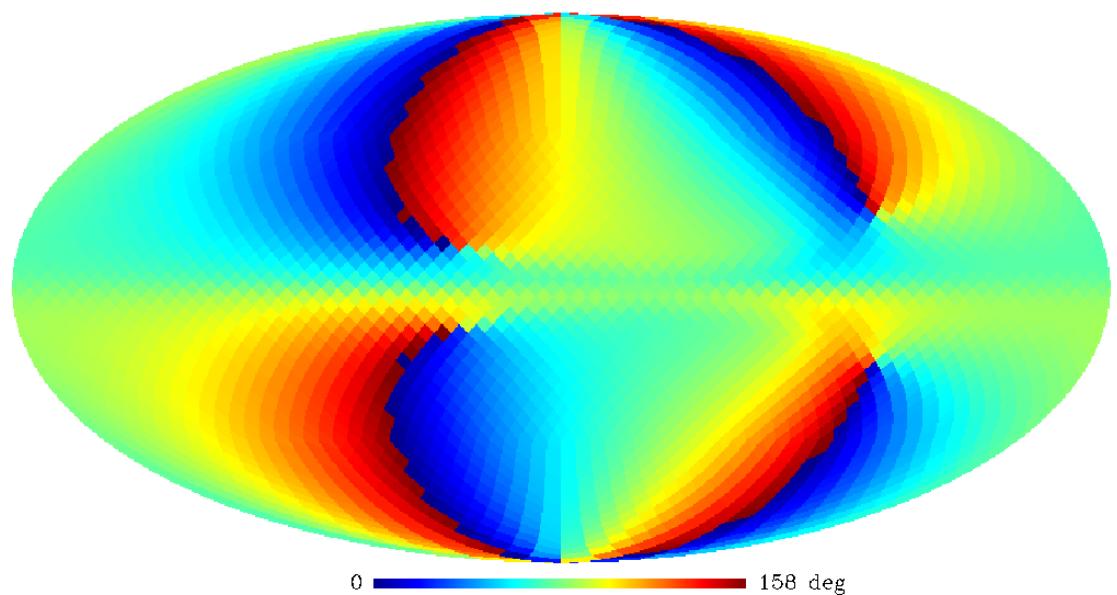


Figura 3.18: Mejor ajuste proporcionado por el modelo LSA para la componente disco (PA). Las unidades son grados.

# Capítulo 4

## La materia oscura, el campo magnético galáctico y la curva de rotación

### 4.1. Introducción

Suele admitirse que la curva de rotación (RC, del inglés *rotation curve*) de una galaxia espiral nos revela fundamentalmente su distribución de masa. Esta afirmación puede tener tanta trascendencia cosmológica que debe estar permanentemente en revisión. La posible degeneración resultante de las hipótesis de materia oscura y campo magnético precisan un análisis de ambos efectos conjuntamente. Para este estudio, nuestra galaxia es una mala elección, debido a la ausencia de datos fiables en la región periférica. Pero por otra parte, es una buena elección pues los datos de WMAP existentes y los muy pronto disponibles de PLANCK, permitirán un conocimiento del campo magnético a gran escala. Además poseemos en nuestro equipo, un modelo de halo oscuro específicamente diseñado para la Vía Láctea.

La curva de rotación de las galaxias espirales, desde las primeras mediciones, se ha caracterizado por mostrar una elevada velocidad de rotación siendo a partir de una cierta distancia prácticamente constante y dando lugar a la conocida planitud de la curva (para grandes distancias galactocéntricas). Este hecho observational contradice el comportamiento kepleriano que debería observarse para la velocidad de rotación de las componentes visibles de la galaxia, esto es, bulbo y disco gaseoso y estelar; convirtiéndose por tanto, en una prueba esencial de la existencia de la materia oscura galáctica (Freeman 1970). La hipótesis de materia oscura galáctica proporciona una explicación para la planitud de la curva de rotación basada en halos masivos y extensos de materia oscura constituyendo una consecuencia del modelo cosmológico estándar  $\Lambda$ -CDM. Este modelo es capaz de explicar de forma

adecuada varios hechos observacionales como por ejemplo la formación y evolución de estructura en el Universo.

A pesar de los éxitos de esta hipótesis, existen interpretaciones alternativas. La más conocida es la llamada dinámica de Newton modificada (MOND, del inglés *Modified Newtonian Dynamics*), formulada por Milgrom (1983b,a); Sanders & Begeman (1994). Actualmente, se está tratando de desarrollar una formulación relativista de esta hipótesis con el fin de poder explicar la formación y evolución de estructura en el Universo a gran escala. En cuanto a su aplicación a nivel galáctico, recientemente McGaugh (2008) ha presentado un estudio en el que se explica la curva de rotación de la Vía Láctea.

Otra explicación alternativa a la materia oscura galáctica fue la propuesta inicialmente por Nelson (1988) en la que se considera el magnetismo como un ingrediente más que interviene en la dinámica galáctica. Nelson (1988) consideró un modelo de campo magnético en el que las líneas de campo siguen una espiral en el plano de la galaxia y demostró que existía un acuerdo con las observaciones siempre que el ángulo de inclinación fuera del orden o superior a  $30^\circ$ . Battaner et al. (1992) desarrollaron y aplicaron esta hipótesis a las galaxias espirales demostrando que los campos magnéticos presentes en el medio interestelar podrían dar lugar a una fuerza centrípeta que, a determinada distancia galactocéntrica, fuera comparable a la fuerza gravitatoria e incluso dominante en las partes más externas de la galaxia. Mostraron que una intensidad de campo de unos  $6\mu\text{G}$  en las partes más externas de la galaxia permitiría ver la clara influencia del campo magnético galáctico sobre la curva de rotación. Este valor de la intensidad es algo superior a los valores que arrojan las observaciones realizadas recientemente en nuestra galaxia (ver por ej. Beck 2008a, 2009b).

Battaner & Florido (1995) muestran un estudio más elaborado del modelo inicialmente propuesto por Battaner et al. (1992) incluyendo las coordenadas radial y vertical de la velocidad para explicar la planitud de la curva de rotación. Esta inclusión permite dar cuenta de fenómenos de escape y de ensanchamiento (traducimos así el término inglés “flaring”). La intensidad de campo en las partes externas del disco puede tomar un valor  $\sim 7 \times 10^{-7} \text{ G}$ , valor mucho más acorde con las observaciones actuales para la componente regular del campo magnético galáctico. Battaner & Florido (2000) han llevado a cabo un estudio detallado de la curva de rotación y sus implicaciones cosmológicas, en el que se detalla la hipótesis magnética. Battaner & Florido (2007) mostraron cómo la predicción del campo de los modelos anteriores, era compatible con los datos actuales de Beck (2007, 2008a). La curva de rotación observational de nuestra galaxia se conoce muy mal a pesar de la gran cantidad de datos deducidos con varios métodos observacionales. Los métodos más recientes utilizados para la medición de la curva de rotación, están basados en medidas de paralaje y movimientos propios de estrellas en las partes más externas del disco, utilizando el

instrumento VERA (Honma et al. 2007); utilizando distancias en visible y cinemática de estrellas de carbono (Demers & Battinelli 2007); o estudiando el disco delgado de HI (Honma & Sofue 1997b,a). Además de los métodos anteriores, Frinchaboy & Majewski (2005) utilizaron las distancias a cúmulos abiertos y la determinación de velocidad con el fin de extender el conocimiento de la curva de rotación galáctica en dirección del anticentro galáctico. A pesar de todos estos métodos es muy difícil modelar la curva de rotación para distancias galactocéntricas fuera del círculo solar. Uno de los métodos más potentes para investigar la curva de rotación en las partes más externas de nuestra galaxia y trazar su estructura espiral, está basado en las medidas del gas HI en la línea de 21 cm (McClure-Griffiths et al. 2009), lo cual nos permite investigar la forma del halo de materia oscura (Nakanishi & Sofue 2008) y ver la influencia del campo magnético sobre el mismo (Ruiz-Granados et al. 2009a). Para obtener una información sobre la distribución global de HI ver Kalberla & Dedes (2008). Recientemente, Sofue et al. (2009) ha compilado y unificado todos los datos existentes sobre la curva de rotación de nuestra galaxia obtenidos mediante distintos métodos observacionales con el fin de obtener una única curva.

En cuanto al halo de materia oscura, existen numerosas formas compatibles con las observaciones. Los últimos resultados presentados por Saha et al. (2009) muestran que el halo de materia oscura galáctico parece estar elongado tal y como parece haberse encontrado en otras galaxias (ver por ej. Bournaud et al. 2005). A pesar de esta elongación aparente, los perfiles de densidad con simetría esférica son igualmente compatibles con las observaciones dado que los datos existentes no nos permiten descartar estos modelos. Los más conocidos son: (1) halo isotermo (Gunn & Gott 1972), (2) Navarro-Frenk and White (NFW) (Navarro et al. 1996), (3) Burkert (Burkert 1995) o (4) aquellos perfiles basados en las soluciones politrópicas del sistema de Boltzmann-Poisson sin colisiones (Calvo et al. 2009).

El objetivo de este capítulo es introducir nuestro patrón regular del campo magnético galáctico como un nuevo elemento que influye en la dinámica del gas presente en el disco. A diferencia de los trabajos anteriormente comentados (como por ej. Battaner et al. 1992; Battaner & Florido 1995) y de los presentados por Kutschera & Jalocha (2004); Battaner & Florido (2007); Tsiklauri (2008), no presentamos un trabajo alternativo a la hipótesis de materia oscura en nuestra galaxia sino un trabajo compatible con dicha hipótesis con el fin de enriquecer la física involucrada en la dinámica de nuestra galaxia y establecer los rangos en los que materia oscura y campo magnético dominan. Para cuantificar la influencia del modelo de GMF deducido del ajuste de los datos de polarización a 22 GHz del satélite WMAP, vamos a suponer un disco gaseoso exponencial, además de una componente estelar y un bulbo. Para la descripción del halo oscuro suponemos tres modelos distintos: (1) perfil de densidad isotermo, (2) perfil de densidad NFW y (3) perfil de densidad basado en las soluciones politrópicas del sistema de Boltzmann-Poisson sin colisiones.

nes. Cada uno de los modelos vendrá caracterizado por dos parámetros libres. El campo magnético viene dado por el modelo axisimétrico con variación radial, el cual estará descrito por dos parámetros ajustables. La influencia del campo magnético sobre la componente gaseosa se obtiene resolviendo las ecuaciones de la MHD para los distintos valores de los parámetros libres de halo y GMF. Finalmente compararemos con los datos observacionales para delimitar la distancia galactocéntrica a partir de la cual la influencia del GMF es notable sobre la curva de rotación. La elevada dispersión de la velocidad de rotación para distancias galactocéntricas fuera de la vecindad solar nos impide establecer firmemente la influencia del magnetismo, así como establecer un modelo de halo de materia oscura concreto. Algunos radiotelescopios como SKA y LOFAR van a permitir comprobar nuestros resultados en un futuro próximo, así como los datos proporcionados por PLANCK.

## 4.2. Modelos de distribución de masa

La componente bariónica o visible de la galaxia se divide en un núcleo, un bulbo, una barra, un disco delgado y un disco grueso. Esta división resulta un tanto compleja puesto que no existe una clara diferenciación entre cada parte. Por simplificar, nosotros vamos a considerar como parte visible de la galaxia únicamente el disco y el bulbo. La parte no visible vendrá descrita por el halo de materia oscura.

### 4.2.1. Componentes visibles

Las componentes visibles a considerar son el bulbo, el disco estelar (disco grueso) y el disco gaseoso (disco delgado).

#### Bulbo.

El bulbo viene descrito como una distribución esférica de materia luminosa dada por:

$$\rho_{bulbo} = \rho_{b_0} \left( 1 + \left( \frac{r}{R_b} \right)^2 \right)^{-3/2} \quad (4.1)$$

donde  $\rho_{b_0} = 150M_\odot pc^{-3}$  representa la densidad central del bulbo; y  $R_b = 200pc$  el factor de escala radial para esta componente (ver por ej. Kalberla 2003). La coordenada cilíndrica radial galactocéntrica es  $r$  y viene dada en pc.

Integrando sobre una esfera de radio  $R$  se obtiene la masa total del bulbo:

$$M_{bulbo}(r < R) = 4\pi\rho_{b_0}R_b^3 \left[ \ln \left( \frac{r}{R_b} + \sqrt{\frac{r^2}{R_b^2} + 1} \right) - \frac{r}{\sqrt{\frac{r^2}{R_b^2} + 1}} \right] \quad (4.2)$$

### Disco.

El disco está constituido por una componente gaseosa y otra estelar. Ambas componentes están descritas por un disco exponencial estándar (Freeman 1970), siendo su densidad superficial de masa:

$$\Sigma = \Sigma_0 \exp\left(\frac{-r}{R_d}\right) \quad (4.3)$$

Para el disco estelar, la densidad superficial central es  $\Sigma_0^{estrellas} \approx 4,0 \times 10^2 M_\odot pc^{-2}$  (ver por ej. Olling & Merrifield 2001; Flynn et al. 2006). Para la componente gaseosa,  $\Sigma_0^{gas} \approx 1,5 \times 10^2 M_\odot pc^{-2}$  (Flynn et al. 2006). En ambos casos, el factor de escala radial es  $R_d = 4$  kpc.

La masa total contenida en una esfera de radio  $r$  para una distribución de densidad superficial exponencial viene descrita en Binney & Tremaine (1987), siendo:

$$M_{disc}(r < R) = 2\pi\Sigma_0 R_d^2 \left[ 1 - \exp\left(\frac{-r}{R_d}\right) \left( 1 + \frac{r}{R_d} \right) \right] \quad (4.4)$$

### 4.2.2. Halo de materia oscura

Son numerosos los perfiles de densidad existentes para describir el halo de materia oscura galáctica. En general, se suponen con simetría esférica aunque, tal y como se ha indicado en la introducción, existen ya modelos de perfiles elongados (ver por ejemplo Saha et al. 2009, y referencias en este artículo). En nuestro caso, los perfiles que se consideran son: (1) perfil de densidad basado en las soluciones politrópicas del sistema de Boltzmann-Poisson sin colisiones (Calvo et al. 2009), (2) perfil de densidad isoterma (Gunn & Gott 1972) y (3) perfil de densidad de Navarro-Frenk-White (Navarro et al. 1996).

#### Modelo 1: Perfil de densidad basado en las soluciones politrópicas del sistema Boltzmann-Poisson sin colisiones

Una de las posibles descripciones del halo está basada en las esferas de gas politrópicas asociadas al sistema de Boltzmann-Poisson sin colisiones tal y como hemos planteado en nuestro trabajo Calvo et al. (2009). Estos perfiles nos proporcionan un

escenario unificado para simulaciones y observaciones dado que los modelos politrópicos pueden predecir el comportamiento del halo oscuro en regiones donde las simulaciones a N-cuerpos fallan, como por ejemplo, las cercanas al centro galáctico o en la periferia; encontrando mayor compatibilidad con las observaciones. En primera aproximación, consideraremos que el halo galáctico no está achulado y resolvemos la ecuación de Poisson para obtener el potencial gravitatorio  $\Phi$ :

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho_{halo} \quad (4.5)$$

y la ecuación de Boltzmann para obtener la función de distribución  $f$ :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \cdot \nabla_x f - \nabla \Phi \cdot \nabla_v f = 0 \quad (4.6)$$

Asumiendo simetría esférica y aplicando el teorema de Jeans, una familia de soluciones de estado estacionario para el sistema de Boltzmann-Poisson son los conocidos polítopos dados, en general, por:

$$f(x, v) = c(E_0 - E)_+^\mu F^k \quad (4.7)$$

donde  $c$  es una constante positiva y  $E_0 < 0$  es un truncamiento de energía. En  $(\dots)_+$ , el subíndice + representa la parte positiva,  $E$  es la energía y  $F$  es el momento angular. Los parámetros  $k$  y  $\mu$  son ajustables. Si  $k \neq 0$ , el perfil de densidad se anula en el origen y por tanto, no sería válido para nuestro propósito de estudiar el comportamiento en el centro galáctico. Si  $k = 0$ , el exponente  $\mu$  tiene que ser  $> -1$ , con el fin de obtener una densidad finita. Se observa que el exponente  $\mu$  es quien impone las características sobre el polítopo para describir nuestro halo de materia oscura. Así, si  $\mu \leq 7/2$ , se obtiene masa finita; y si  $\mu < 7/2$  se caracteriza a los polítopos que poseen radio finito. En el caso de  $\mu = 7/2$ , se recupera el modelo de Plummer cuyo perfil de densidad viene descrito por:

$$\rho(r) = \left(1 + \frac{r^2}{3}\right)^{-5/2} \quad (4.8)$$

Hay que notar que integrando sobre el espacio de velocidades la expresión (4.7) se obtiene:

$$\int_V f(x, v) dv = \rho(r) = \frac{c \bar{c}_\mu}{4\pi G} (E_0 - \Phi)_+^{\mu+3/2} \quad (4.9)$$

siendo  $\bar{c}_\mu = 2^{9/2} \pi^2 G \beta(\mu + 1, 3/2)$  y  $\beta$  la función beta<sup>1</sup>. Con esto, la ecuación de Poisson puede escribirse como:

---

<sup>1</sup>Se define como  $\beta(x, y) = 2 \int_0^{\pi/2} \cos^{2x-1}(\theta) \sin^{2y-1}(\theta) d\theta$

$$\frac{1}{r^2}(r^2\Phi')' = c\bar{c}_\mu(E_0 - \Phi)_+^{\mu+3/2} \quad (4.10)$$

con las condiciones iniciales  $\Phi(0) = \Phi_0$ ,  $\Phi'(s) = 0$ ; constituyendo lo que se conoce como ecuación de Lane-Emden-Fowler. Haciendo la transformación  $y(r) = E_0 - \Phi((c\bar{c}_\mu^{-1/2})r)$  se obtiene el siguiente problema de valor inicial:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2}(r^2y'(r))' &= -(y(r))^{\mu+3/2} \\ y(0) = \alpha &= E_0 - \Phi(0) > 0, y'(0) = 0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

Definiendo  $\bar{y} = 1/\alpha y(\alpha^{-1/4-\mu/2}r)$  se obtiene el problema de valor inicial normalizado:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2}(r^2\bar{y}'(r))' &= -(\bar{y}(r))^{\mu+3/2} \\ y(0) = 1, y'(0) &= 0 \end{aligned} \quad (4.12)$$

Los detalles de dicha resolución se muestra en Calvo et al. (2009), obteniendo finalmente que la densidad del polítropo viene dada por:

$$\rho_{politropo}(r) = \rho_0 \bar{y}(sr)^{\mu+\frac{3}{2}} \quad (4.13)$$

donde  $\bar{y}$  es la solución normalizada de la ecuación de Emden-Fowler de exponente  $\mu$ ;  $\rho_0$  y  $s$  son parámetros libres que se definen en función de  $c$  y  $\alpha$  (para más detalles ver Calvo et al. 2009).

### Modelo 2: Perfil de densidad isotermo

El perfil de densidad que corresponde a este modelo viene dado por (ver por ej. Kent 1986):

$$\rho_{iso}(r) = \frac{\rho_{h_0}}{1 + \left(\frac{r}{R_h}\right)^2} \quad (4.14)$$

siendo  $\rho_{h_0}$  la densidad central del halo medida en  $M_\odot pc^{-3}$ ; y  $R_h$ , el factor de escala radial medido en  $pc$ . Ambos valores se considerarán ajustables.

La masa total existente en el interior de una esfera de radio  $R$  correspondiente al perfil isotermo es:

$$M_h^{iso}(r < R) = 4\pi\rho_{h_0}R_h^3 \left[ \frac{r}{R_h} - \left( \frac{r}{R_h} \right)^2 \right] \quad (4.15)$$

### Modelo 3: Perfil de densidad de NFW

El perfil de densidad correspondiente a este modelo viene dado por (ver Navarro et al. 1996):

$$\rho_{NFW}(r) = \frac{\rho_{h_0}}{\frac{r}{R_h} \left( 1 + \left( \frac{r}{R_h} \right)^2 \right)} \quad (4.16)$$

siendo  $\rho_{h_0}$  la densidad central del halo medida en  $M_\odot pc^{-3}$ ; y  $R_h$ , el factor de escala radial medido en  $pc$ . Ambos valores se consideran ajustables en nuestro caso.

La masa total existente en el interior de una esfera de radio  $R$  correspondiente al perfil de densidad NFW es:

$$M_h^{NFW}(r < R) = 4\pi\rho_{h_0}R_h^3 \left[ \ln \left( \frac{r}{R_h} + 1 \right) - \frac{1}{1 + \frac{r}{R_h}} \right] \quad (4.17)$$

## 4.3. Modelo de Campo Magnético Galáctico

La determinación del modelo de campo magnético galáctico resulta complicada a pesar de todos los métodos de observación que se poseen actualmente basados fundamentalmente en la medida de rotación de púlsares (ver por ej. Weisberg et al. 2004; Han et al. 2006) y fuentes extragalácticas (ver por ej. Gaensler et al. 2001; Brown et al. 2007; Noutsos et al. 2008); así como en la intensidad total (ver por ej. Reich & Reich 1986) y polarizada (ver por ej. Reich & Reich 1986; Wolleben et al. 2006) de la emisión sincrotrón. Todos estos métodos nos proporcionan información sobre el campo magnético total de nuestra galaxia. Dicho campo consta de una componente regular (a gran escala) y otra turbulenta (ver por ej. Ohno & Shibata 1993) cuya intensidad de campo en la vecindad solar es comparable a la intensidad medida del campo magnético regular (por ejemplo Havercorn et al. 2008). Esta componente turbulenta es la responsable de la dispersión de estructuras regulares y actúa a todas las escalas. Tendrá una influencia en el medio interestelar aunque, en primera aproximación, vamos a despreciar sus efectos sobre la dinámica global de la galaxia, considerando únicamente que la fuerza radial predominante se debe a la componente regular del campo.

Son varios los trabajos recientes en los que se ha ajustado el patrón regular del GMF (ver por ej. Brown et al. 2007; Sun et al. 2008; Jansson et al. 2009; Jaffe et al. 2009; Ruiz-Granados et al. 2009b). La descripción de dicho patrón regular es la presentada en el capítulo 3. Nuestro modelo de GMF que proporciona un mejor ajuste de los datos de polarización a 22 GHz del satélite WMAP es un modelo axisimétrico

con variación radial de la intensidad de campo (Ruiz-Granados et al. 2009b). En las expresiones del modelo consideradas, vamos a despreciar, por simplificación, la dependencia vertical del mismo. Las componentes del GMF en coordenadas cilíndricas son:

$$\begin{aligned} B_r &= B_0(r) \sin(p) \\ B_\phi &= B_0(r) \cos(p) \end{aligned} \quad (4.18)$$

El ángulo de inclinación suponemos que toma un valor  $p = (24,4 \pm 0,6)^\circ$  deducido en el capítulo 3. La intensidad de campo  $B_0(r)$  en función de la distancia galactocéntrica venía dada por:

$$B_0(r) = \frac{B_1}{1 + \frac{r}{r_1}} \quad (4.19)$$

donde  $r_1$  es la escala radial característica medida en  $kpc$  y  $B_1$  es un parámetro medido en  $\mu G$ . Estos dos parámetros  $r_1$  y  $B_1$  los vamos a considerar ajustables en nuestro estudio.

## 4.4. La curva de rotación observacional de la Vía Láctea

Para la curva de rotación interna ( $R < R_\odot$ ) el método del lugar geométrico del punto tangente da valores de gran confianza. En cambio, para la curva de rotación externa ( $R > R_\odot$ ) los valores encontrados tienen unas barras de error excesivamente grandes. Para determinar la curva de rotación observacional se necesitan objetos cuya distancia esté bien determinada, que sean brillantes, que estén distribuidos a distintas distancias galactocéntricas y que presenten cierta facilidad para determinar su velocidad radial. Estos objetos pueden ser estrellas de carbono, nebulosas planetarias, cefeidas o regiones HII. La curva de rotación a distancias galactocéntricas inferiores a la distancia Sol-centro galáctico ( $R < R_\odot$ ) se realiza determinando la velocidad radial del gas HI o CO mediante el método del punto tangente. Este método consiste en obtener la velocidad máxima a la que se detecta la emisión de HI (ver Kwee et al. 1954) de acuerdo con:

$$v_{max} = \theta(R_\odot senl) - \theta_\odot senl \quad (4.20)$$

donde  $\theta$  es la velocidad lineal. Este método supuso un importante avance en el estudio de la distribución de masa, sin embargo, no puede aplicarse a las partes más externas ( $R > R_\odot$ ). Para distancias fuera del círculo solar se han utilizado numerosos métodos entre los que cabe destacar el método propuesto por Merrifield (1992). Dicho método está basado en la variación de la anchura finita del gas HI; de forma que, dividiendo las partes externas de la galaxia en anillos, el radio de cada

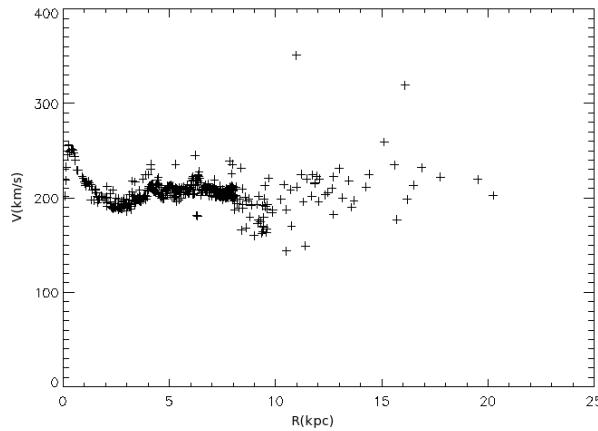


Figura 4.1: Curva de rotación observacional para nuestra galaxia unificada por Sofue et al. (2009) . En el eje X se representa distancia en kpc. En el eje Y se representa velocidad en  $km/s$ . Se asume  $R_{\odot} = 8,0$  kpc y  $\theta_{\odot} = 200 \text{ } kms^{-1}$ .

anillo con velocidad  $W$  constante se obtiene a partir de la dependencia de la anchura angular del disco de HI con la longitud galáctica . La función  $W(r)$  viene dada por:

$$\frac{v_r}{\sin l \cos b} = \frac{R_{\odot}}{r} \theta(r) - \theta_{\odot} \equiv W(r) \quad (4.21)$$

siendo  $v_r$ , la velocidad radial desde el Sol;  $(l, b)$  son la longitud y la latitud galáctica respectivamente;  $\theta(r)$  es la velocidad de rotación a una distancia galactocéntrica  $r$ ;  $\theta_{\odot}$  es la velocidad de rotación en el punto  $R_{\odot}$ . Hay numerosas discrepancias entre los datos existentes debido no sólo a los distintos métodos utilizados sino también debido a los distintos parámetros que se ajustan para obtener la curva de rotación. Los datos que vamos a utilizar proceden de Sofue et al. (2009), quienes presentan una curva de rotación obtenida a partir de la unificación de todos los datos existentes hasta el momento. Estos datos están disponibles en la web<sup>2</sup>. Algunos de los datos de la compilación han sido recalculados dado que están asumiendo que  $R_{\odot} = 8,0$  kpc y  $\theta_{\odot} = 200 \text{ } kms^{-1}$ , por lo que han corregido algunos valores de velocidad y distancia radial galactocéntrica modificando el método del punto tangente. En la Figura 4.1 se muestra la curva observacional recopilada por Sofue et al. (2009).

## 4.5. Obtención de la velocidad circular teórica para las distintas componentes.

La curva de rotación que vamos a obtener para comparar con la observacional mostrada en la Figura 4.1 es el resultado de la suma cuadrática de la velocidad

<sup>2</sup><http://www.ioa.s.u-tokyo.ac.jp/~sofue/mw/rc2009/>

circular de cada una de las componentes que estamos considerando:

$$V_{rot}(r) = \sqrt{V_{bulbo}^2(r) + V_{disco}^2(r) + V_{mag}^2(r) + V_{halo}^2(r)} \quad (4.22)$$

siendo  $V_{bulbo}$  la velocidad circular del bulbo galáctico;  $V_{disco}$ , la suma cuadrática de las velocidades circulares de los discos estelar y gaseoso;  $V_{mag}$ , la velocidad circular del gas por efecto del campo magnético y  $V_{halo}$ , la velocidad circular del halo de materia oscura. Todas las velocidades que aparecen son funciones únicamente de la distancia radial galactocéntrica ( $r$ ). A continuación exponemos las expresiones analíticas de las velocidades circulares de cada una de las componentes materiales de la galaxia. Recordemos que se entiende por velocidad circular de una componente a la velocidad de rotación de la galaxia si existiera sólo esa componente.

#### 4.5.1. Velocidad circular para las componentes visibles

La velocidad circular de estas componentes se obtiene a partir de la siguiente expresión:

$$V_{rot}(r) = \sqrt{r \frac{\partial \Phi(r)}{\partial r}} = \sqrt{\frac{GM(r < R)}{r}} \quad (4.23)$$

siendo  $\Phi(r)$  el potencial gravitatorio de la componente considerada;  $G$ , la constante de gravedad universal<sup>3</sup> y  $M(r)$ , la masa total de la componente considerada. Dependiendo del dato de partida para cada componente ( $\Phi(r)$  o  $M(r)$ ) se utilizará una u otra forma de obtener la velocidad.

##### Velocidad circular del bulbo

La velocidad asociada al modelo de bulbo considerado vendrá dada al sustituir la expresión (4.2) en la ecuación (4.23), quedando:

$$V_{bulbo}^2(r) = 4\pi G \rho_{b_0} \frac{R_b^3}{r} \left[ \ln \left( \frac{r}{R_b} + \sqrt{\frac{r^2}{R_b^2} + 1} \right) - \frac{r}{\sqrt{\frac{r^2}{R_b^2} + 1}} \right] \quad (4.24)$$

##### Velocidad circular del disco

Según Binney & Tremaine (1987), el potencial gravitatorio producido por un disco exponencial dado por la expresión (4.3) es:

---

<sup>3</sup>Su valor en las unidades que estamos trabajando es:  $G = 4,50 \times 10^{-30} \text{ pc}^3 M_\odot^{-1} s^{-2}$

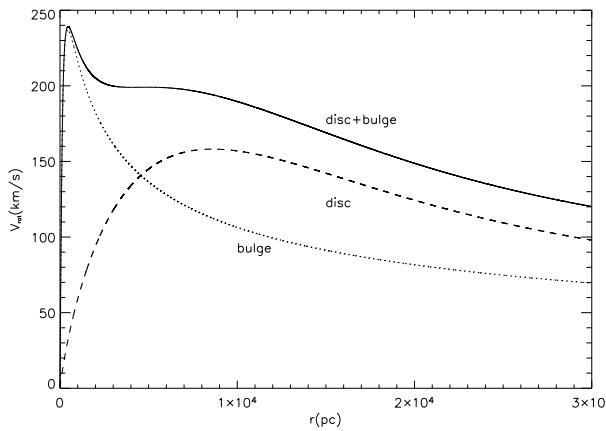


Figura 4.2: Curva de rotación para bulbo, disco (estelar y gaseoso) y para bulbo-disco. Se asume  $R_\odot = 8,0$  kpc y  $\theta_\odot = 200 \text{ } km s^{-1}$ .

$$\Phi(r) = -\pi G \Sigma_0 r [I_0(y)K_1(y) - I_1(y)K_0(y)] \quad (4.25)$$

siendo  $I_0$  e  $I_1$  las funciones de Bessel modificadas de primera especie de orden 0 y 1, respectivamente y  $K_0$  e  $K_1$  las funciones de Bessel modificadas de segunda especie de orden 0 y 1, respectivamente. La variable  $y \equiv \frac{r}{R_d}$ .

La velocidad circular de los discos estelar y gaseoso se obtiene a partir de (Binney & Tremaine 1987):

$$V_{disco}^2(r) = 4\pi G \Sigma_0 R_d y^2 [I_0(y)K_1(y) - I_1(y)K_0(y)] \quad (4.26)$$

En la Figura 4.2 se representa la velocidad circular para bulbo y disco, así como la suma cuadrática de ambas componentes, considerando  $R_\odot = 8$  kpc y  $\theta_\odot = 200 \text{ } km s^{-1}$ .

#### 4.5.2. Velocidad circular del halo de materia oscura

Para los distintos modelos de halo de materia oscura presentados en la sección 4.2, obtenemos su velocidad circular en los siguientes apartados.

##### Modelo 1: Perfil de densidad basado en las soluciones politrópicas del sistema Boltzmann-Poisson sin colisiones

La velocidad asociada a este modelo se obtiene de forma numérica. El rango de validez para el índice del polítropo  $\mu$  de estos modelos es el intervalo  $(-1, 7/2]$  cumpliéndose que para los valores extremos, esto es,  $\mu = -1$  y  $\mu = 7/2$  los modelos son

analíticos. Para  $\mu < 7/2$ , se observa que cuanto mayor sea el exponente del polítopo  $\mu$ , mejor es el ajuste; pero para  $\mu \rightarrow 7/2$ , la simulación comienza a dar resultados poco fiables. Teniendo en cuenta esto escogemos un solo modelo de polítopos de exponente  $\mu = 3,2$  que es el que proporciona mejores resultados (para más detalles ver Calvo et al. 2009). Una vez fijado el índice, se ha construido un código en el que se ha implementado el método de Runge-Kutta de cuarto orden para integrar el perfil de densidad de dicho polítopo suponiendo simetría esférica con el fin de obtener la masa total del sistema.

El siguiente paso es obtener el potencial gravitatorio asociado al perfil de densidad obtenido numéricamente. Para ello es necesario definir el radio del sistema normalizado  $r_{top}$  y la masa del mismo  $\bar{M}$ . Definimos  $\bar{r}$  como:

$$\bar{r} = \left( \frac{\rho_0 \bar{M}}{M} \right)^{1/3} \quad (4.27)$$

donde  $\rho_0$  es la densidad central del halo de materia oscura en unidades de  $M_\odot pc^{-3}$  y  $M$ , la masa total en unidades de  $M_\odot$ . En nuestro caso, estas cantidades son parámetros libres que definen el espacio de parámetros de este modelo. El factor de escala radial ( $R_h$ ) vendrá dado por:

$$R_h = \bar{r}^{-1} \quad (4.28)$$

La expresión (4.27) y  $r_{top}$  nos permite obtener el radio total del sistema:

$$r_{total} = \frac{r_{top}}{\bar{r}} \quad (4.29)$$

de forma que la derivada con respecto a  $r$  del potencial gravitatorio para este polítopo de índice  $\mu = 3,2$  será:

$$\frac{d\Phi(r)}{dr} = \begin{cases} \frac{GM}{r^2} & (r \geq r_{total}) \\ \frac{4\pi G}{r^2} \frac{M}{\bar{M}} m(r \cdot \bar{r}) & (r < r_{total}) \end{cases} \quad (4.30)$$

y por tanto, la velocidad circular será:

$$V_{halo}^2 = \begin{cases} r \frac{GM}{r^2} & (r \geq r_{total}) \\ r \frac{4\pi G}{r^2} \frac{M}{\bar{M}} m(r \cdot \bar{r}) & (r < r_{total}) \end{cases} \quad (4.31)$$

donde  $m(r \cdot \bar{r})$  es la masa acumulada del sistema evaluada en el punto  $(r \cdot \bar{r})$ . Su valor se obtiene interpolando dado que la integración numérica para la obtención de la masa total del sistema nos permite conocer la masa acumulada en el punto  $r$ .

En la Figura 4.3 se muestra la velocidad circular correspondiente a un polítopo de índice  $\mu = 3,2$  para una densidad central del halo  $\rho_0 = 10^{-4} M_\odot pc^{-3}$  y una masa

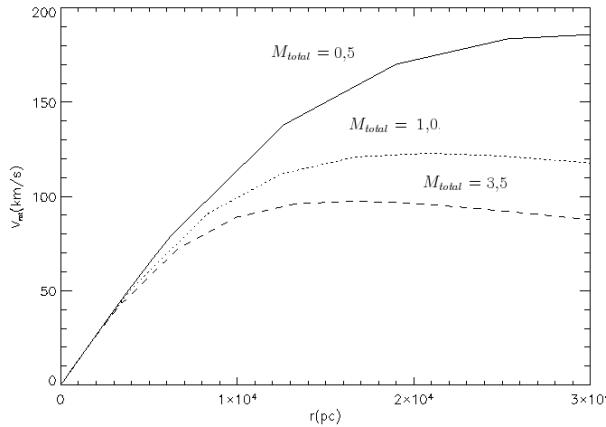


Figura 4.3: Dependencia de la velocidad circular del halo de materia oscura descrito por el perfil de densidad derivado de la solución politrópica de índice  $\mu \sim 3,2$  del sistema Boltzmann-Poisson sin colisiones con la masa. Se considera densidad central  $\rho_0 = 10^{-4} M_\odot pc^{-3}$  fija y masa total  $M_{total} = (0'5; 1; 3'5) \times 10^{11} M_\odot$ .

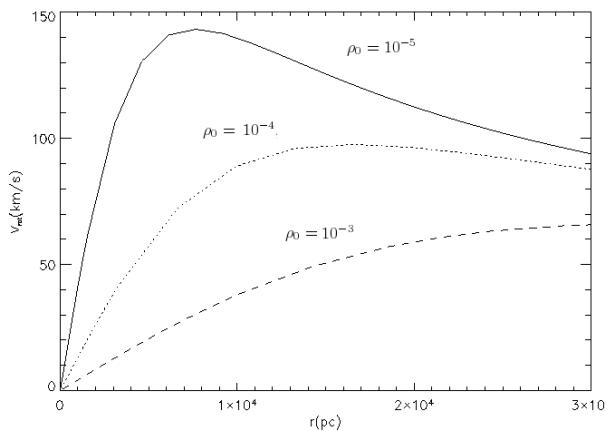


Figura 4.4: Dependencia de la velocidad circular del halo de materia oscura descrito por el perfil de densidad derivado de la solución politrópica de índice  $\mu \sim 3,2$  del sistema Boltzmann-Poisson sin colisiones con la densidad central. Se considera  $M_{total} = 0,5 \times 10^{11} M_\odot$  fija y  $\rho_0 = (10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}) M_\odot pc^{-3}$ .

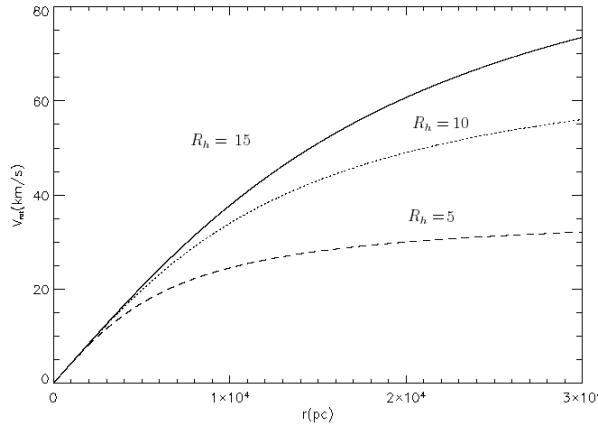


Figura 4.5: Dependencia de la velocidad circular del halo de materia oscura descrito por el perfil isotermo con el factor de escala. Se considera densidad central  $\rho_0 = 10^{-3} M_\odot pc^{-3}$  fija y  $R_h = (15, 10, 5) \times 10^3$  pc.

total que toma los valores  $M_{total} = (0,5; 1; 3,5) \times 10^{11} M_\odot$ . En la Figura 4.4 se muestra la velocidad de rotación correspondiente a un polítopo de índice  $\mu = 3,2$  para una masa total fija de  $M_{total} = 0,5 \times 10^{11} M_\odot$  y densidad central del halo variable, donde los valores posibles son  $\rho_0 = (10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}) M_\odot pc^{-3}$ .

### Modelo 2: Perfil de densidad isotermo

La velocidad circular para este modelo de halo se obtiene sustituyendo en la expresión (4.23) la ecuación (4.15):

$$V_{halo-isotermo}^2 = 4\pi G \rho_0 \frac{R_h^3}{r} \left[ \frac{r}{R_h} - \arctg \left( \frac{r}{R_h} \right) \right] \quad (4.32)$$

En la Figura 4.5 se muestra la velocidad circular correspondiente a un perfil de densidad isotermo dado por la ecuación (4.14) de densidad central fija a  $\rho_0 = 10^{-3} M_\odot pc^{-3}$  fija y factor de escala radial tomando los valores  $R_h = (15, 10, 5) \times 10^3$  pc. En la Figura 4.6 se muestra la velocidad circular correspondiente a un perfil de densidad isotermo de factor de escala radial fijo  $R_h = 10^4$  pc y una densidad central variable tomando los valores:  $\rho_0 = (10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}) M_\odot pc^{-3}$ .

### Modelo 3: Perfil de densidad NFW

La velocidad circular para este modelo de halo se obtiene sustituyendo en la expresión (4.23) la ecuación (4.17):

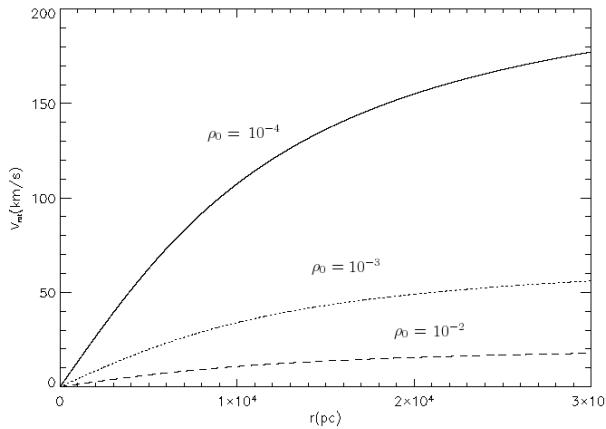


Figura 4.6: Dependencia de la velocidad circular del halo de materia oscura descrito por el perfil de densidad isotermo con la densidad central. Se considera  $R_h = 10^4$  pc fijo y densidad central variable tomando los valores:  $\rho_0 = (10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}) M_\odot pc^{-3}$ .

$$V_{halo-NFW}^2 = 4\pi G \rho_0 \frac{R_h^3}{r} \left[ -\frac{r}{R_h \left( 1 + \frac{r}{R_h} \right)} + \ln \left( 1 + \frac{r}{R_h} \right) \right] \quad (4.33)$$

En la Figura 4.7 se muestra la velocidad circular correspondiente a un perfil de densidad NFW dado por la ecuación (4.16) para densidad central  $\rho_0 = 10^{-3} M_\odot pc^{-3}$  fija y factor de escala radial tomando los valores  $R_h = (15, 10, 5) \times 10^3$  pc. En la Figura 4.8 se muestra la velocidad circular correspondiente a un perfil de densidad NFW de factor de escala radial fijo  $R_h = 10^4$  pc y una densidad central variable tomando los valores:  $\rho_0 = (10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}) M_\odot pc^{-3}$ .

#### 4.5.3. Velocidad circular asociada al modelo de campo magnético

La velocidad circular debida a nuestro modelo de GMF se obtiene a partir de la ecuación de movimiento de la MHD que da cuenta únicamente del término magnético:

$$\rho \frac{\partial v_0}{\partial t} + \rho \vec{v}_0 \cdot \vec{\nabla} v_0 + \vec{\nabla} P = \frac{1}{4\pi} \vec{B} \cdot \nabla \vec{B} - \nabla \left( \frac{B^2}{8\pi} \right) \quad (4.34)$$

donde  $v_0$  es la velocidad del fluido;  $\rho$  es la densidad de gas (ver sección 4.2.1);  $P$  es la presión y  $\vec{B}$  el campo magnético. Para resolver dicha ecuación tendremos en cuenta:

- Se trabaja en coordenadas cilíndricas  $(r, \phi, z)$ .

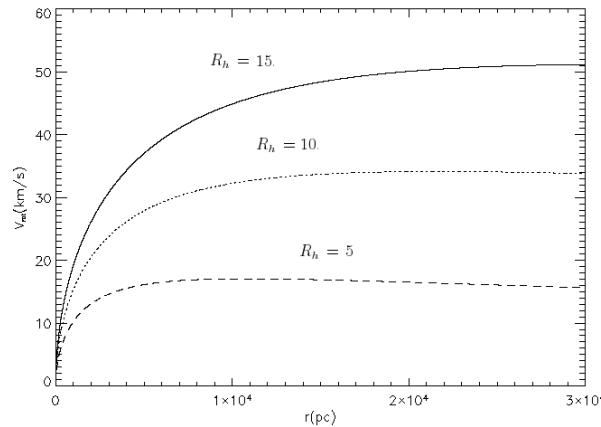


Figura 4.7: Dependencia de la velocidad circular del halo de materia oscura descrito por el perfil NFW con el factor de escala. Se considera densidad central  $\rho_0 = 10^{-3} M_\odot pc^{-3}$  fija y  $R_h = (15, 10, 5) \times 10^3$  pc.

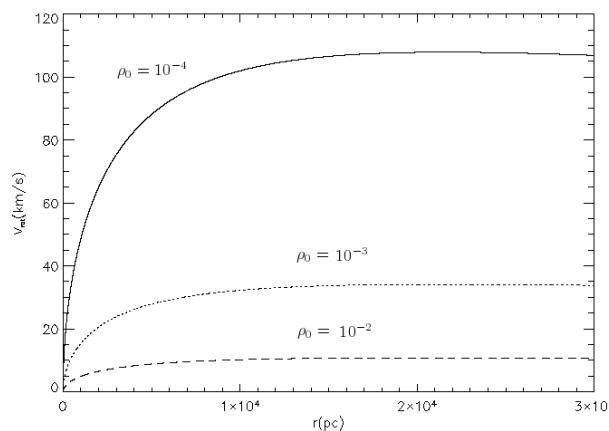


Figura 4.8: Dependencia de la velocidad circular del halo de materia oscura descrito por el perfil de densidad NFW. Se considera un factor de escala radial fijo  $R_h = 10^4$  pc y  $\rho_0 = (10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}) M_\odot pc^{-3}$ .

## 4.5. OBTENCIÓN DE LA VELOCIDAD CIRCULAR TEÓRICA PARA LAS DISTINTAS COMPONENTES.

---

- Se considera axisimetría, es decir,  $\frac{\partial}{\partial \phi} = 0$ .
- No se considera variaciones en la componente vertical:  $\frac{\partial}{\partial z} = 0$ .
- La velocidad  $v_0 = (v_{0r}, v_{0\phi}, v_{0z}) = (0, \theta, 0)$ , es decir, se considera únicamente la componente azimutal o rotación pura.
- El campo magnético se encuentra en el disco, es decir,  $B_z = 0$
- Se suponen condiciones estacionarias y viscosidad nula.

La ecuación de movimiento (4.34) para la coordenada cilíndrica radial queda como:

$$\rho \left( -\frac{\partial \Phi(r)}{\partial r} + \frac{\theta^2}{r} \right) - \frac{\partial P}{\partial r} - F_r^{mag} = 0 \quad (4.35)$$

donde  $\Phi(r)$  representa el potencial gravitatorio;  $F_r^{mag}$ , la componente radial de la fuerza magnética y  $P$ , la presión del fluido. Se puede asumir que no existen gradientes de presión en la dirección radial.

Obtengamos la componente radial de la fuerza magnética que va a influir en el gas del disco. El término magnético de la ecuación (4.35) en coordenadas cilíndricas es:

$$\frac{1}{4\pi} \vec{B} \cdot \nabla \vec{B} - \nabla \left( \frac{B^2}{8\pi} \right) = \frac{1}{4\pi} [B_r B_\phi B_z] \begin{bmatrix} \frac{\partial B_r}{\partial r} & \frac{\partial B_\phi}{\partial r} & \frac{\partial B_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial B_r}{\partial \phi} - \frac{B_\phi}{r} & \frac{1}{r} \frac{\partial B_\phi}{\partial \phi} + \frac{B_r}{r} & \frac{1}{r} \frac{\partial B_z}{\partial r} \\ \frac{\partial B_r}{\partial z} & \frac{\partial B_\phi}{\partial z} & \frac{\partial B_z}{\partial z} \end{bmatrix} - \frac{1}{8\pi} \left[ \frac{\partial B^2}{\partial r} \frac{\partial B^2}{\partial \phi} \frac{\partial B^2}{\partial z} \right] \quad (4.36)$$

donde  $B^2 = B_r^2 + B_\phi^2 + B_z^2$ . Estamos suponiendo  $B_z = 0$  y que las componentes en el disco ( $B_r, B_\phi$ ) vienen dadas por la expresión (4.18). Operando se obtiene:

$$F_r^{mag} = \frac{1}{4\pi} \left( B_r \frac{\partial B_r}{\partial r} - \frac{B_\phi^2}{r} \right) - \frac{1}{8\pi} \left( \frac{\partial B_r^2}{\partial r} + \frac{\partial B_\phi^2}{\partial r} \right) \quad (4.37)$$

$$F_\phi^{mag} = \frac{1}{4\pi} \left( B_r \frac{\partial B_\phi}{\partial r} + \frac{B_\phi B_r}{r} \right) \quad (4.38)$$

Las ecuaciones (4.37) y (4.38) nos proporcionan la fuerza magnética en la dirección radial y azimutal respectivamente, debidas al modelo de GMF considerado que va a actuar sobre el gas del disco según la ecuación de movimiento dada por (4.35).

Battaner & Florido (2000, 2007) asumen campos azimutales lo cual implica que la componente  $B_r = 0$ . En nuestro caso, podemos obtener la razón  $\|\frac{B_r}{B_\phi}\|$  en la vecindad solar asumiendo  $p \approx 24^\circ$ , siendo:  $\|\frac{B_r}{B_\phi}\| \approx 0,45 \rightarrow B_\phi \sim 2B_r$ . Esto nos indica que para la Vía Láctea, el término de la fuerza radial magnética debida a la componente radial del campo no es despreciable, ni siquiera a grandes distancias galactocéntricas. La componente azimutal de la fuerza magnética no la vamos a considerar al estar considerando únicamente componentes radiales en la ecuación de movimiento. Las derivadas no nulas que contribuyen a la expresión (4.37) se pueden obtener teniendo en cuenta la expresión (4.19) siendo éstas:

$$\frac{\partial B_r}{\partial r} = \operatorname{sen}(p) \frac{dB_0(r)}{dr} = -\operatorname{sen}(p) \frac{B_1}{r_1 \left(1 + \frac{r}{r_1}\right)^2} \quad (4.39)$$

$$\frac{\partial B_r^2}{\partial r} = \frac{-B_1^2 \operatorname{sen}^2(p)}{r_1 \left(1 + \frac{r}{r_1}\right)^3} \quad (4.40)$$

$$\frac{\partial B_\phi}{\partial r} = \operatorname{cos}(p) \frac{dB_0(r)}{dr} = -\operatorname{cos}(p) \frac{B_1}{r_1 \left(1 + \frac{r}{r_1}\right)^2} \quad (4.41)$$

$$\frac{\partial B_\phi^2}{\partial r} = \frac{-B_1^2 \operatorname{cos}^2(p)}{r_1 \left(1 + \frac{r}{r_1}\right)^3} \quad (4.42)$$

La velocidad circular debida a la fuerza magnética radial, despreciando la componente azimutal se obtiene a partir de la ecuación (4.35):

$$\theta_{mag}^2 = \frac{r}{4\pi\rho_{gas}} \left[ B_r \frac{\partial B_r}{\partial r} - \frac{B_\phi^2}{r} \right] - \frac{r}{8\pi\rho_{gas}} \left[ \frac{\partial B_r^2}{\partial r} + \frac{\partial B_\phi^2}{\partial r} \right] \quad (4.43)$$

donde la densidad volumétrica del gas, obtenida a partir de la expresión (4.3), viene dada por:

$$\rho_{gas} = \rho_0 e^{-r/R_d} \quad (4.44)$$

siendo  $\rho_0 = \frac{\Sigma_0^{gas}}{h_z} \approx 1,5 \times 10^2 / 1 \cdot 10^3 M_\odot pc^{-3}$  y  $R_d = 4 \times 10^3$  pc.

En la Figura 4.9 se muestra la velocidad circular magnética debida al modelo de GMF dado por (4.18) sobre un disco exponencial gaseoso manteniendo fijo el parámetro  $B_1$  de la dependencia radial del campo dado por (4.19) a un valor de  $9\mu G$  y variando el factor de escala radial  $r_1 = 10, 20, 30$  kpc. En la Figura 4.10 se muestra la velocidad circular magnética debida al modelo de GMF dado por (4.18) sobre un disco exponencial gaseoso manteniendo el parámetro  $r_1$  de la dependencia radial del campo dado por (4.19) a un valor de 20 kpc y variando  $B_1 = (3, 6, 9) \mu G$ , lo cual equivale a un  $B_0(R_\odot = 8kpc) = (2,1; 4,3; 6,4) \mu G$  respectivamente.

#### 4.5. OBTENCIÓN DE LA VELOCIDAD CIRCULAR TEÓRICA PARA LAS DISTINTAS COMPONENTES.

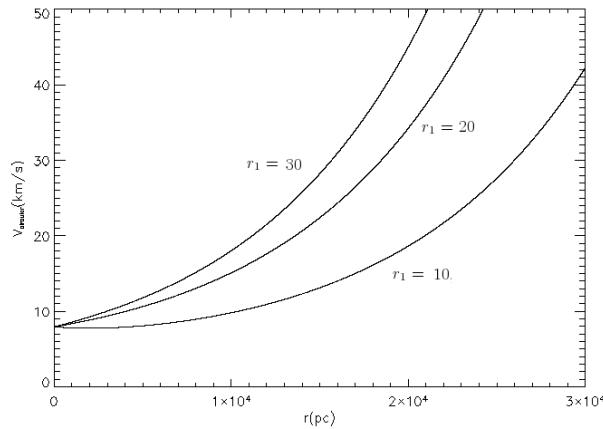


Figura 4.9: Velocidad circular magnética que ejerce el campo magnético dado por (4.18) sobre la densidad volumétrica de gas presente en el disco dada por la ecuación (4.44) manteniendo el parámetro  $B_1$  del campo fijo y variando el factor de escala radial del mismo  $r_1 = (10, 20, 30)$  kpc (ver expresión 4.19).

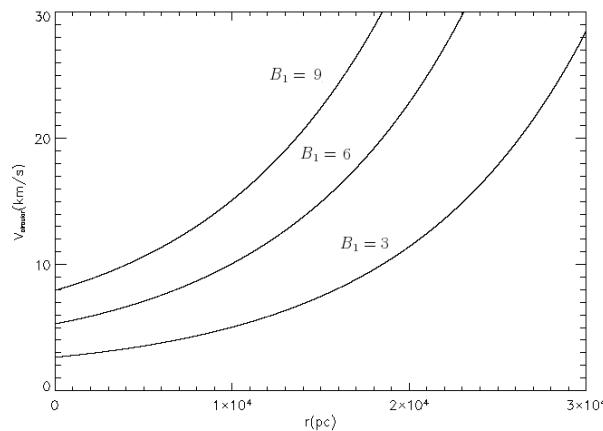


Figura 4.10: Velocidad circular magnética que ejerce el campo magnético dado por (4.18) sobre la densidad volumétrica de gas presente en el disco dada por la ecuación (4.44) manteniendo el parámetro  $r_1$  del campo fijo y variando el factor  $B_1 = (3, 6, 9)$   $\mu\text{G}$  (ver expresión 4.19).

## 4.6. Obtención de la curva de rotación simulada

Para cuantificar la influencia del modelo de GMF descrito en la sección 4.3 sobre la curva de rotación, tendremos que resolver el sistema de ecuaciones de la MHD donde los términos magnéticos afectarán únicamente a la dinámica del disco gaseoso como se ha ilustrado en la sección anterior. Este sistema de ecuaciones proporciona una descripción de los plasmas astrofísicos (ver Battaner 1996) y viene dado, en general, por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}_0) = 0 \quad (4.45)$$

$$\frac{3}{2} nk \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v}_0 \cdot \nabla T \right) + \nabla \cdot \vec{q} + \mathcal{P}_{ij} \frac{\partial v_{0i}}{\partial x_j} = \frac{1}{4\pi} \vec{v}_0 \cdot (\vec{B} \cdot \nabla \vec{B}) - \vec{v}_0 \cdot \nabla \frac{B^2}{8\pi} \quad (4.46)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{v}_0}{\partial t} + \rho \vec{v}_0 \cdot \vec{\nabla} \vec{v}_0 + \vec{\nabla} P = n \vec{F} + \frac{1}{4\pi} \vec{B} \cdot \nabla \vec{B} - \nabla \left( \frac{B^2}{8\pi} \right) \quad (4.47)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{v}_0 \times \vec{B}) \quad (4.48)$$

siendo  $\rho$  la densidad del gas;  $v_0$  la velocidad;  $n$  la densidad numérica de partículas;  $T$ , la temperatura;  $\mathcal{P}_{ij}$  la componente  $(i, j)$  del tensor presión y  $F$  la fuerza total debida al potencial gravitatorio. Las ecuaciones de la MHD presentadas son válidas para el caso ideal de conductividad infinita. Esto implica que no existe difusión, hecho que sólo puede considerarse válido para el caso a gran escala, como en el que nos encontramos. La ausencia de difusión es equivalente a la existencia de un perfecto acoplamiento entre campo y fluido. Observaciones recientes apuntan a la existencia de este acoplamiento al menos en el medio templado (Mitra et al. 2003; Brown et al. 2003; Wielebinski & Mitra 2004). En general, a pequeña escala, estas ecuaciones no nos sirven para describir el medio interestelar pues su conductividad es finita y existen numerosos fenómenos de turbulencia.

Para obtener la curva de rotación simulada a partir de los modelos de masa de las componentes visibles (bulbo y disco) y del halo de materia oscura; así como la influencia del modelo de GMF sobre el disco gaseoso, será necesario resolver la ecuación (4.47) solamente. La resolución se hace mediante integración numérica y se compara con la curva de rotación observacional descrita en la Sección 4.4 calculando el mínimo  $\chi^2$ . Además obtenemos la influencia del magnetismo comparando -para un modelo fijo de halo- la curva de rotación obtenida considerando y sin considerar el campo magnético. Esto nos permite estimar la distancia radial a la cual la influencia

del magnetismo sea comparable con la distribución de materia oscura galáctica o incluso dominante. La curva de rotación simulada, se obtiene a partir de la expresión:

$$\rho \left( -\frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\theta^2}{r} \right) - F_r^{mag} = 0 \quad (4.49)$$

donde  $\rho$  es una función radial de la densidad del gas presente en el disco;  $\Phi$  es el potencial gravitatorio debido a las componentes mencionadas anteriormente;  $\theta$  es la velocidad de rotación para cada componente. Hay que notar que en la ecuación (4.49) estamos contemplando todas las aproximaciones y consideraciones expuestas anteriormente.

De manera práctica, obtenemos la curva de rotación numéricamente haciendo la suma cuadrática de la velocidad circular de las distintas componentes obtenidas en la sección 4.5, esto es:

- Curva de rotación sin influencia magnética:

$$\theta^2(r) = \theta_{bulbo}^2 + \theta_{disco}^2 + \theta_{halo}^2 \quad (4.50)$$

- Curva de rotación con influencia magnética:

$$\theta^2(r) = \theta_{bulbo}^2 + \theta_{disco}^2 + \theta_{halo}^2 + \theta_{mag}^2 \quad (4.51)$$

- Curva de rotación magnética sin halo:

$$\theta^2(r) = \theta_{bulbo}^2 + \theta_{disco}^2 + \theta_{mag}^2 \quad (4.52)$$

donde para la velocidad de las componentes visibles hemos asumido unos valores fijos para los parámetros que caracterizan los modelos elegidos (ver sección 4.2.1).

## 4.7. Exploración del espacio de parámetros

Cada modelo de halo de materia oscura viene descrito por dos parámetros libres que definen el espacio de parámetros del halo. Además consideramos que el modelo de GMF viene descrito también por dos parámetros ajustables. Dado que en todos los casos que consideramos aquí la dimensión del espacio de parámetros es pequeña (se trata de 2 y 4 dimensiones dependiendo del modelo a tratar) la exploración del espacio de parámetros se llevará a cabo utilizando un aproximación de malla (grid, en inglés). La malla para cada modelo de halo está descrita por 12 puntos. La malla

Tabla 4.1: Exploración del espacio de parámetros. Para cada modelo de halo oscuro, se muestran los valores que se están considerando.

Modelo	Parámetro	Valores
Polítropos	$M_{total}$	0.5, 1.0, 3.5 ( $\times 10^{11} M_\odot$ )
	$\rho_0$	$10^{-6}, 10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3} M_\odot pc^{-3}$
Isotermo	$R_h$	5, 10, 15, 20 (kpc)
	$\rho_0$	$10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2} M_\odot pc^{-3}$
NFW	$R_h$	5, 10, 15, 20 (kpc)
	$\rho_0$	$10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2} M_\odot pc^{-3}$

Tabla 4.2: Exploración del espacio de parámetros para el modelo de GMF en que se muestran los valores que se están considerando.

Modelo	Parámetro	Valores
ASS-r	$B_1$	3, 6, 9 ( $\mu G$ )
	$r_1$	10, 20, 30 (kpc)

del GMF está constituida por 9 valores. Es importante tener en cuenta que el valor de  $B_1$  no es el valor de la intensidad de campo en la vecindad solar.

En la Tabla 4.1 se muestra un resumen de los parámetros que definen cada modelo, así como de los valores que se consideran en cada una de las exploraciones realizadas. La elección de los valores de los parámetros están justificadas por las observaciones. Para el caso del halo han sido elegidos de acuerdo a los valores existentes en la bibliografía (ver por ej. Navarro et al. 1996; Saha et al. 2009). Sabemos que la masa total de nuestra galaxia dependerá de lo extenso que se considere el halo de materia oscura. Así, en el interior de una esfera de radio  $r \approx 50$ kpc, la masa contenida se encuentra en el rango  $M_{total} = (4 - 14) \times 10^{11} M_\odot$ . Nuestros cálculos se han realizado hasta distancias de 30 kpc, por lo que los valores de la masa total son inferiores a  $4 \times 10^{11} M_\odot$ .

En la Tabla 4.2 se muestra los valores de los parámetros libres del modelo de GMF que estamos considerando y en la Tabla 4.3 mostramos la intensidad de campo magnético en la vecindad solar obtenida de acuerdo a la expresión (4.19). Estos valores se han elegido de acuerdo a los resultados obtenidos en el capítulo 3, así como los que sugieren referencias como Beck (2008a); Han (2009).

#### 4.7.1. Selección del modelo

Para comparar las curvas obtenidas con la observacional calculamos la mínima  $\chi^2$  y la mínima  $\chi^2$  reducida:

Tabla 4.3: Valor de la intensidad de campo en la vecindad solar obtenida a partir de la expresión (4.19) para cada combinación de parámetros dados en la Tabla 4.2. Las unidades son  $\mu\text{G}$ .

$B_0(r = 8\text{kpc})$	$r_1 = 10\text{kpc}$	$r_1 = 20\text{kpc}$	$r_1 = 30\text{kpc}$
$B_1 = 3\mu\text{G}$	1.9	2.1	2.4
$B_1 = 6\mu\text{G}$	3.8	4.3	4.7
$B_1 = 9\mu\text{G}$	5	6.4	6.9

Tabla 4.4: Velocidad de rotación observacional (Sofue et al. 2009). La velocidad viene dada en  $\text{km/s}$ .

$r(\text{kpc})$	$V_{obs}$ (km/s)	$\sigma_{obs}$ (km/s)
5	211	2
10	184	13
15	259	20
20	202	30

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(x_i - k_i)^2}{\sigma_i^2} \quad (4.53)$$

siendo  $x_i$  en este caso la velocidad observacional obtenida por Sofue et al. (2009);  $k_i$ , los distintos valores de velocidad obtenidos en cada caso considerado y  $\sigma_i$ , el error asociado a cada valor de velocidad observada y que viene dado por Sofue et al. (2009). El índice  $i$  nos indica el número de sumandos que intervienen en cada caso. Para obtener el valor de la  $\chi^2$  reducida, dividiremos por el número de puntos ( $N$ ) menos el número de grados de libertad ( $M$ ) que se corresponderá con el número de parámetros ajustables para obtener la curva. Para las curvas que consideran sólo GMF o halo, el número de grados de libertad es 2; mientras que para las curvas que combinan GMF y materia oscura el número de grados de libertad es 4. La  $\chi^2$  reducida será:

$$\chi^2_{reducida} = \frac{1}{N - M} \chi^2 \quad (4.54)$$

En la Tabla 4.4 mostramos algunos valores observacionales y su error asociado, ambos en unidades de  $\text{km s}^{-1}$ .

## 4.8. Resultados y discusión.

En las Figuras 4.11, 4.12, 4.13 y 4.14 se muestran las curvas de rotación para los casos en que se considera: (1) componentes visibles + campo magnético; (2)

Tabla 4.5: Velocidad de rotación correspondiente a las componentes bulbo y disco para distintas distancias galactocéntricas. La velocidad viene dada en  $km/s$ .

$r(kpc)$	$V_{rot}^{visible}$ (km/s)
10	190
15	175
20	150
25	130
30	120

 Tabla 4.6: Valores de la velocidad circular correspondiente a las componentes bulbo, disco y campo magnético galáctico para distintas distancias galactocéntricas. Para el GMF se considera  $B_1 = 9\mu G$  fijo y  $r_1 = 10, 20, 30$  kpc. La velocidad viene dada en  $km/s$ .

$r(kpc)$	$V_{rot}^{vis+gmf}$ (km/s)		
	$r_1 = 10$ kpc	$r_1 = 20$ kpc	$r_1 = 30$ kpc
10	190	190	190
15	175	170	170
20	150	155	160
25	130	150	160
30	120	170	190

componentes visibles + halo oscuro descrito por el perfil de densidad isotermo; (3) componentes visibles + halo oscuro descrito por el perfil de densidad de NFW y (4) componentes visibles + halo oscuro descrito por el perfil de densidad resultante de la solución politrópica del sistema de Boltzmann-Poisson sin colisiones. Las figuras ilustran el comportamiento de la curva de rotación considerada en el caso en que se mantiene fijo uno de los dos parámetros libres y se permite la variación del otro parámetro libre en el rango establecido.

En las Tablas 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9 y 4.10 se muestran los valores de la velocidad para distintas distancias galactocéntricas en el caso en que se considera la curva de rotación de las componentes visibles únicamente, componentes visibles y campo magnético; componentes visibles y halo isotermo; componentes visibles y halo NFW; y, componentes visibles y halo descrito por la solución politrópica de índice  $\mu \sim 3,2$  respectivamente.

Tabla 4.7: Valores de la velocidad circular correspondiente a las componentes bulbo, disco y campo magnético galáctico para distintas distancias galactocéntricas. Para el GMF se considera  $r_1 = 30$  kpc fijo y  $B_1 = 3, 6, 9\mu\text{G}$ . La velocidad viene dada en  $\text{km/s}$ .

$r(\text{kpc})$	$V_{rot}^{vis+gmf}$ (km/s)		
	$B_1 = 3\mu\text{G}$	$B_1 = 6\mu\text{G}$	$B_1 = 9\mu\text{G}$
10	190	190	190
20	140	150	160
30	130	168	192

Tabla 4.8: Valores de la velocidad circular correspondiente a las componentes bulbo, disco y halo isotermo para distintas distancias galactocéntricas. Las columnas 2-4 muestran la velocidad para el caso en que  $R_h = 15$  kpc es fijo y se varía  $\rho_0$ . Las columnas 5-7 muestran el caso en que  $\rho_0 = 10^{-3} M_\odot \text{pc}^{-3}$  es fija y  $R_h$  variable. La velocidad viene dada en  $\text{km/s}$ .

$r(\text{kpc})$	$V_{rot}^{vis+iso}$ (km/s)					
	$\rho_0 = 10^{-5}$	$\rho_0 = 10^{-4}$	$\rho_0 = 10^{-3}$	$R_h = 5$	$R_h = 10$	$R_h = 15$
10	190	190	192	195	197	197
20	140	140	160	140	150	160
30	120	120	140	125	132	140

Tabla 4.9: Valores de la velocidad circular correspondiente a las componentes bulbo, disco y halo NFW para distintas distancias galactocéntricas. Las columnas 2-4 muestran la velocidad para el caso en que  $R_h = 15$  kpc es fijo y se varía  $\rho_0$ . Las columnas 5-7 muestran el caso en que  $\rho_0 = 10^{-3} M_\odot \text{pc}^{-3}$  es fija y  $R_h$  variable. La velocidad viene dada en  $\text{km/s}$ .

$r(\text{kpc})$	$V_{rot}^{vis+nfw}$ (km/s)					
	$\rho_0 = 10^{-5}$	$\rho_0 = 10^{-4}$	$\rho_0 = 10^{-3}$	$R_h = 5$	$R_h = 10$	$R_h = 20$
10	190	190	195	195	195	200
20	145	145	152	150	150	160
30	120	120	140	120	125	140

Tabla 4.10: Valores de la velocidad circular correspondiente a las componentes bulbo, disco y halo derivado de los polítopos para distintas distancias galactocéntricas. Las columnas 2-5 muestran la velocidad para el caso en que  $\rho_0 = 10^{-4} M_\odot pc^{-3}$  es fija y varía  $M_h$ . Las columnas 6-7 muestran el caso en que  $M_h = 3,5 \times 10^{11} M_\odot$  es fija y  $\rho_0$  variable. La velocidad viene dada en  $km/s$ .

r(kpc)	$V_{rot}^{vis+pol}$ (km/s)						
	$M_h = 0,5$	$M_h = 1$	$M_h = 3,5$	$M_h = 6$	$\rho_0 = 10^{-6}$	$\rho_0 = 10^{-5}$	$\rho_0 = 10^{-4}$
10	195	195	195	195	190	195	222
20	160	162	165	165	152	165	225
30	138	142	155	160	128	158	221

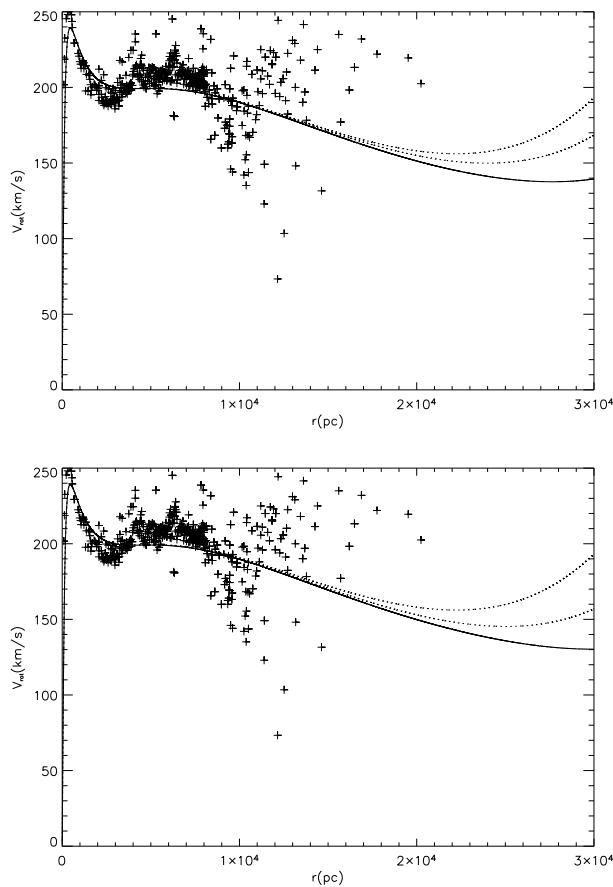


Figura 4.11: Curva de rotación de componentes visibles + término magnético manteniendo fijo el parámetro  $B_1 = 9\mu G$  y variando  $r_1(kpc) = 10$  (línea continua), 20 (línea punteada), 30 (línea discontinua) (panel superior). El panel inferior contiene el caso  $r_1 = 20$  kpc y varía  $B_1(\mu G) = 3$  (línea continua), 6 (línea punteada), 9 (línea discontinua). Los datos observacionales se representan con cruces.

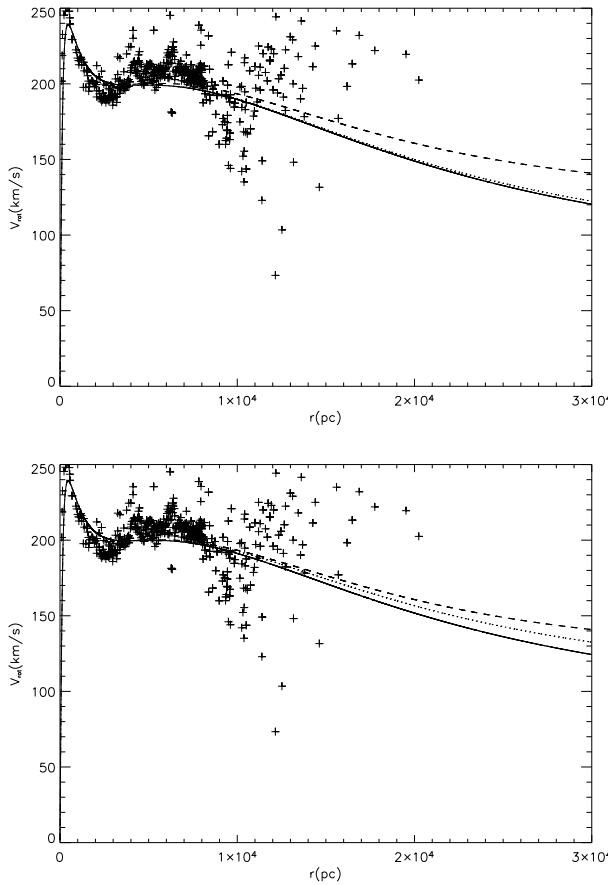


Figura 4.12: Curva de rotación de componentes visibles + halo isotermo con  $R_h = 15 \text{ kpc}$  y variando  $\rho_0(M_\odot \text{pc}^{-3}) = 10^{-5}$  (línea continua),  $10^{-4}$  (línea punteada),  $10^{-3}$  (línea discontinua) (panel superior); y  $\rho_0 = 10^{-3} M_\odot \text{pc}^{-3}$  fija y variando  $R_h(\text{kpc}) = 5$  (línea continua),  $10$  (línea punteada),  $15$  (línea discontinua) (panel inferior). Los datos observacionales se representan con cruces.

#### 4.8.1. Resultados obtenidos considerando componentes visibles y campo magnético

Observando Figura 4.11 se deduce que los efectos del magnetismo son apreciables especialmente a partir de distancias galactocéntricas superiores a 15 kpc. Dichos efectos consisten esencialmente en una marcada tendencia al aumento de la velocidad de rotación en las partes más externas que estamos considerando en nuestra exploración. Estos efectos son pronunciados y característicos a distancias superiores a  $\sim 20$  kpc debido a que al disminuir el gas exponencialmente, a partir de cierta distancia, este término de densidad que divide a nuestra contribución magnética comienza a ser predominante. Es importante señalar que la falta de datos observacionales a las distancias en las que los efectos del magnetismo son esperables nos impide dar un ajuste de los parámetros aunque podemos decir que los efectos son

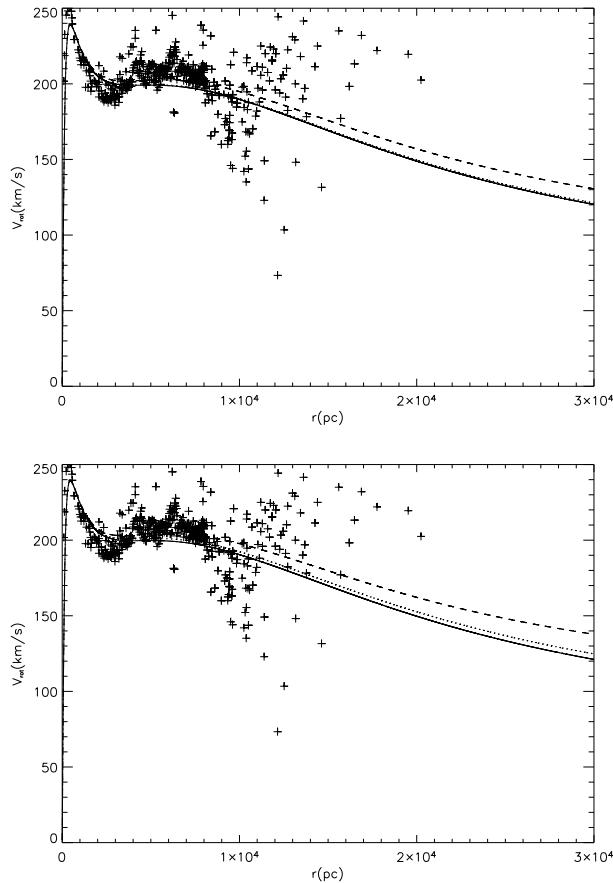


Figura 4.13: Curva de rotación de componentes visibles + halo NFW manteniendo  $R_h = 15 \text{ kpc}$  y variando  $\rho_0(M_{\odot} \text{pc}^{-3}) = 10^{-5}$  (línea continua),  $10^{-4}$  (línea predominante),  $10^{-3}$  (línea discontinua) (panel superior); y  $\rho_0 = 10^{-3} M_{\odot} \text{pc}^{-3}$  fija y variando  $R_h(\text{kpc}) = 5$  (línea continua), 10 (línea predominante), 20 (línea discontinua) (panel inferior). Los datos observacionales se representan con cruces.

apreciables para valores de  $B_1 \geq 6 \mu\text{G}$  y  $r_1 \geq 20 \text{ kpc}$ .

**Efecto de la variación de  $B_1$  y  $r_1$ .** Si mantenemos el parámetro  $r_1$  fijo a un valor de 30 kpc (ver panel superior figura 4.11), valor compatible con nuestro resultados obtenidos en el capítulo 3, vemos que produce un aumento significativo de la velocidad de rotación a partir de unos 20 kpc. Si ahora fijamos el valor de  $B_1 = 9 \mu\text{G}$  y hacemos que  $r_1$  tome valores de 10, 20 y 30 kpc, observamos que un aumento de  $r_1$  implica un aumento de la velocidad de rotación (ver panel inferior figura 4.11).

El aumento de ambos parámetros produce un mayor aumento en la velocidad, lo cual es equivalente a decir que a mayor intensidad de campo en la vecindad solar, mayor será la contribución del campo en las partes externas de la galaxia (asumiendo que dicha intensidad varía como  $r^{-1}$ ). Hay que notar que la curva de rotación es

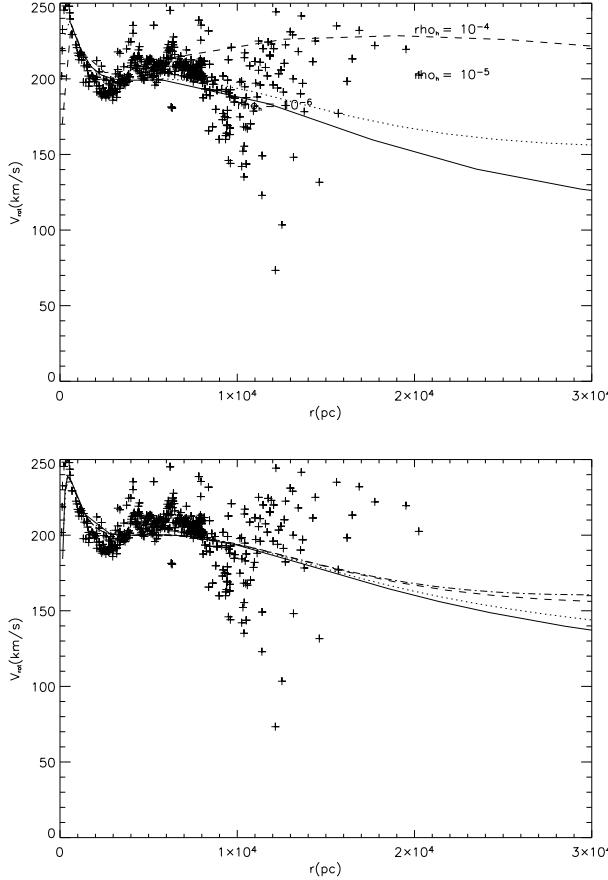


Figura 4.14: Curva de rotación de componentes visibles + polítopos de índice  $\mu = 3,2$  con  $M_{total} = 3,5 \times 10^{11} M_{\odot}$  fija y variando  $\rho_0(M_{\odot} pc^{-3}) = 10^{-5}$  (línea continua),  $10^{-4}$  (línea punteada),  $10^{-3}$  (línea discontinua) (panel superior); y en el panel inferior  $\rho_0 = 10^{-4} M_{\odot} pc^{-3}$  fija y variando  $M_{total} (\times 10^{11} M_{\odot}) = 0.5$  (línea continua), 1 (línea punteada), 3.5 (línea discontinua), 6 (línea punto-rraya). Los datos observacionales se representan con cruces.

más sensible a cambios en el parámetro  $r_1$  que respecto a cambios de  $B_1$ , esto nos indica que el factor de escala de nuestro modelo es un parámetro crítico. Además es importante señalar que para la variación de la intensidad de campo considerada por Han et al. (2006), de tipo exponencial, el efecto del magnetismo sería despreciable a cualquier distancia. En la Figura 4.15 se muestra una comparación de la velocidad circular magnética suponiendo nuestra variación radial de la intensidad de campo frente a la variación exponencial propuesta por Han et al. (2006).

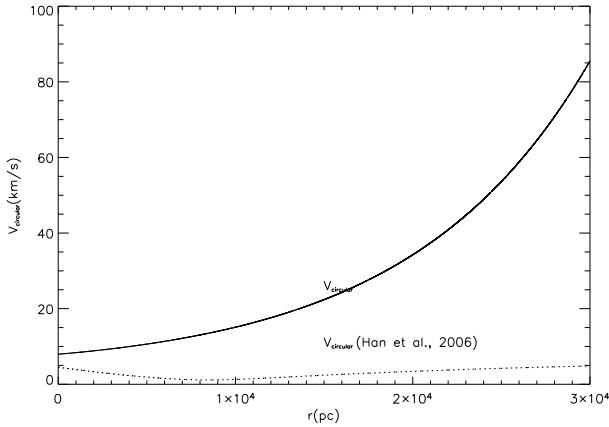


Figura 4.15: Velocidad circular magnética considerando la variación radial de la intensidad de campo dada por la ecuación (4.19) frente la variación exponencial decreciente propuesta por Han et al. (2006)

#### 4.8.2. Resultados obtenidos considerando componentes visibles y halo descrito por la solución politrópica de índice $\mu \sim 3,2$ del sistema de Boltzmann-Poisson sin colisiones

El efecto sobre la curva de rotación del halo descrito por el polítopo es notable a partir de distancias galactocéntricas de entre 2 y 3 kpc; contribuyendo principalmente a partir de 6 - 7 kpc. La principal ventaja de este modelo es que permite una correcta descripción en el centro galáctico puesto que el perfil de densidad converge, así como en los bordes. La Figura 4.14 muestra la influencia de la variación de cada uno de los dos parámetros que describen este modelo sobre la curva de rotación. Son varios los valores ( $\rho_0, M_{total}$ ) que permiten un ajuste de las observaciones:  $(10^{-5}; 3,5 \times 10^{11})$ ;  $(10^{-4}; 3,5 \times 10^{11})$ ;  $(10^{-4}; 0,5 \times 10^{11})$ ;  $(10^{-4}; 10^{11})$  donde  $\rho_0$  viene dado en  $M_\odot pc^{-3}$  y  $M_{total}$  en unidades de  $M_\odot$ . Los ajustes para todos los modelos no son buenos, aunque la mínima  $\chi^2$  reducida se obtiene para el caso en que  $M_{total} = 3,5 \times 10^{11} M_\odot$  y  $\rho_0 = 10^{-4} M_\odot pc^{-3}$  siendo  $\chi^2 \sim 4,2$ .

**Efecto de la variación de  $M_{total}$  y  $\rho_0$ .** En el caso en que se fija el valor de  $M_{total}$  y se permite la variación de  $\rho_0$  se observa que a mayor valor de  $\rho_0$ , la velocidad de rotación aumenta considerablemente. En el caso contrario, en el que se fija  $\rho_0$  y se permite una variación de la  $M_{total}$ , dicho aumento no es tan pronunciado como en el primer caso. Este hecho nos indica que la densidad central del polítopo es un parámetro determinante a la hora de describir la curva de rotación de la Vía Láctea. Los resultados apuntan a que la densidad central de materia oscura necesaria es mucho menor que la predicen otros modelos como el perfil isotermo (ver por ej.

Kent 1986) y compatible con los obtenidos con el perfil de NFW.

#### 4.8.3. Resultados obtenidos considerando componentes visibles y halo descrito por el perfil de densidad isotermo y NFW

En general los casos del perfil isotermo y NFW son los que peores ajustes proporcionan, con valores de  $\chi^2 > 10$  en todos los casos. Las figuras 4.12 y 4.13 muestran que la curva para el perfil de densidad isotermo no es especialmente sensible a ninguno de los parámetros libres considerados; mientras que la obtenida para el perfil NFW sí que muestra mayor sensibilidad a la variación del parámetro  $R_h$  frente a la mostrada para la densidad central. Los resultados obtenidos no son comparables con los del modelo basado en la solución politrópica que es la que mejor describe los datos.

#### 4.8.4. Resultados para las curvas de rotación que tienen en cuenta materia oscura y campo magnético

**Halo isotermo y GMF.** Los mejores ajustes de la curva observacional se obtiene cuando el parámetro  $\rho_0$  toma valores del orden de  $\sim 10^{-3} M_\odot pc^{-3}$  y el factor de escala radial  $R_h \geq 10$  kpc. La influencia del campo magnético queda patente para valores de  $B_1 \geq 6\mu G$  y  $r_1 \geq 20$  kpc. De nuevo, los ajuste obtenidos no son buenos, siendo  $\chi^2 > 10$ . En la Figura 4.16 se muestran algunas curvas de rotación para este caso. Se observa que la influencia del magnetismo está claramente diferenciada de la del halo de materia oscura.

**Halo NFW y GMF.** Los resultados se muestran en la Figura 4.17. Para este modelo de halo se obtiene menores valores de  $R_h$  compatibles con los derivados por Navarro et al. (1996) y densidades de masa central menores que las obtenidas para los mejores ajustes en el caso en que se considera halo isotermo. La influencia del campo magnético se obtiene para parámetros del campo  $B_1 \geq 6\mu G$  y  $r_1 \geq 20$  kpc.

**Halo basado en la solución politrópica y GMF.** En la Figura 4.18 se muestran los mejores ajustes cuando consideramos un halo oscuro descrito por el perfil resultante de la solución politrópica de índice  $\mu = 3,2$  junto con la influencia del magnetismo. Los mejores ajustes a las observaciones requieren un orden de magnitud inferior de la densidad central ( $\rho_0 = 10^{-5} M_\odot pc^{-3}$ ) con respecto al caso no magnético, aunque no podemos ajustar la influencia del campo al no existir datos en las regiones donde se manifiesta su efecto. Son varios los parámetros aceptables,

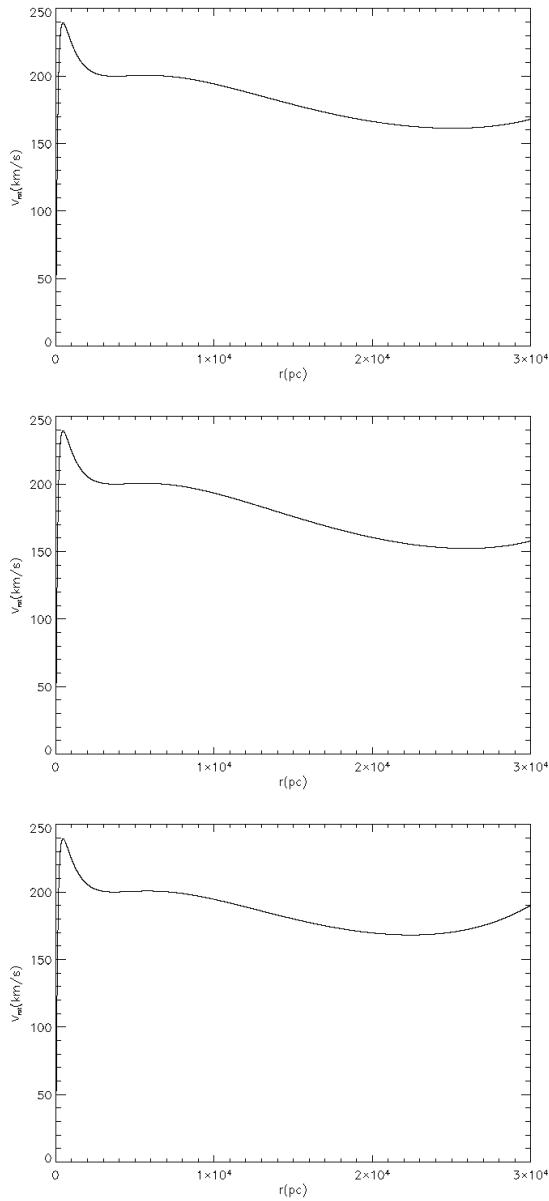


Figura 4.16: Curva de rotación de componentes visibles + GMF + halo isotermo para (1)  $R_h = 20$  kpc,  $\rho_0 = 10^{-3} M_\odot pc^{-3}$  y  $B_\odot = 4,7\mu G$  (panel superior); (2) halo caracterizado por  $R_h = 10$  kpc,  $\rho_0 = 10^{-3} M_\odot pc^{-3}$  y  $B_\odot = 6,4\mu G$  (centro); (3) halo caracterizado por  $R_h = 20$  kpc,  $\rho_0 = 10^{-3} M_\odot pc^{-3}$  y  $B_\odot = 6,9\mu G$  (panel inferior).

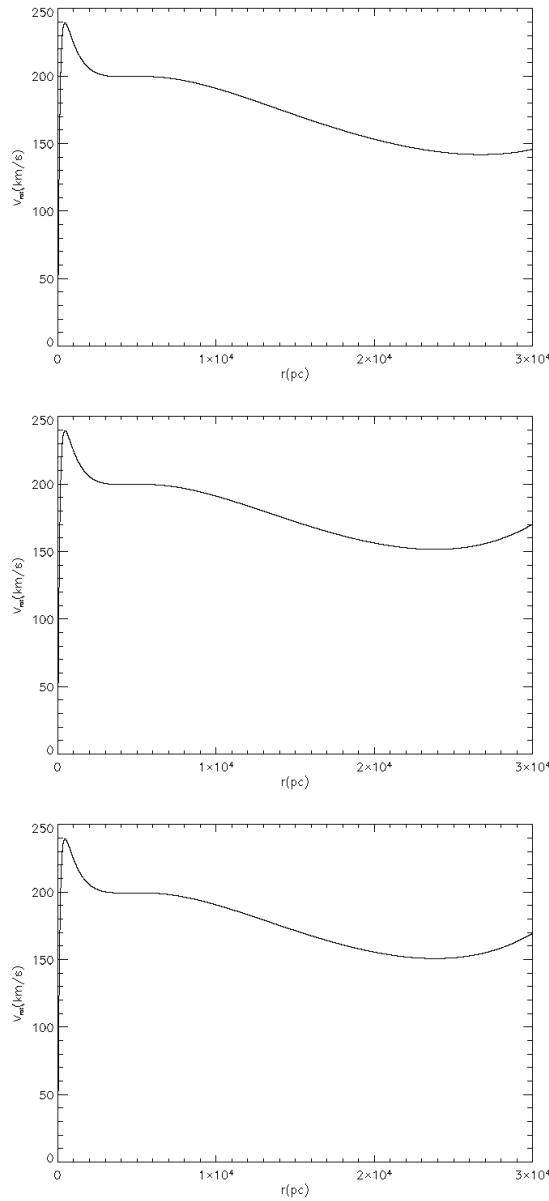


Figura 4.17: Curva de rotación de componentes visibles + GMF + halo NFW para (1)  $R_h = 20$  kpc,  $\rho_0 = 10^{-4} M_{\odot} pc^{-3}$  y  $B_{\odot} = 4,7 \mu G$  (panel superior); (2) halo caracterizado por  $R_h = 15$  kpc,  $\rho_0 = 10^{-4} M_{\odot} pc^{-3}$  y  $B_{\odot} = 6,9 \mu G$  (centro); (3) halo caracterizado por  $R_h = 5$  kpc,  $\rho_0 = 10^{-6} M_{\odot} pc^{-3}$  y  $B_{\odot} = 6,9 \mu G$  (panel inferior).

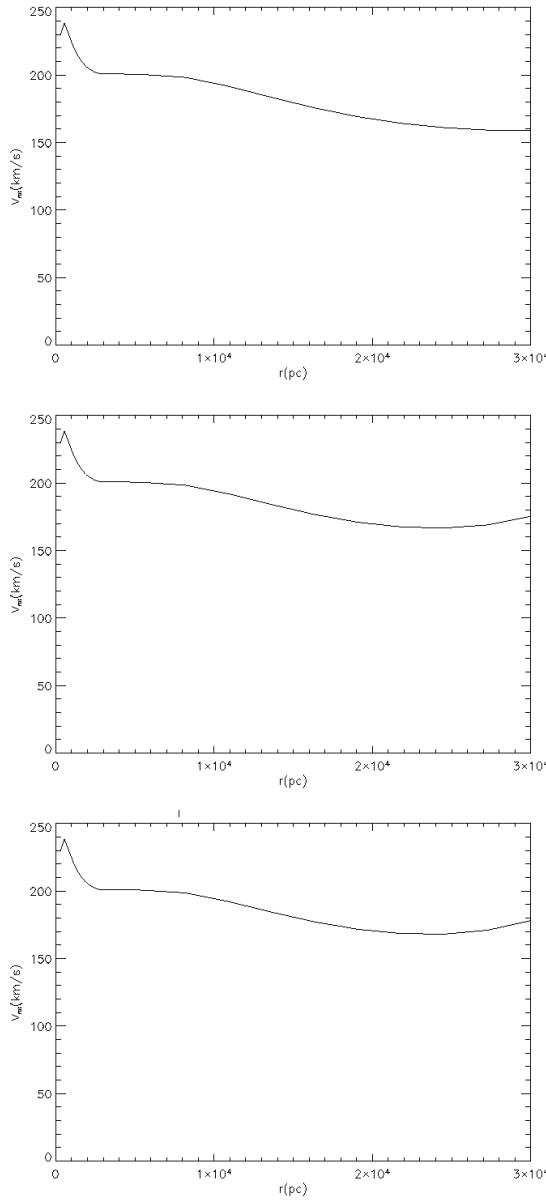


Figura 4.18: Curva de rotación de componentes visibles + polítopos de índice  $\mu = 3,2$  con (1)  $M_{\text{total}} = 3,5 \times 10^{11} M_{\odot}$ ,  $\rho_0 = 10^{-5} M_{\odot} \text{pc}^{-3}$  y  $B_{\odot} = 3,8 \mu \text{G}$  (panel superior); (2) polítopo de  $M_{\text{total}} = 3,5 \times 10^{11} M_{\odot}$ ,  $\rho_0 = 10^{-5} M_{\odot} \text{pc}^{-3}$  y  $B_{\odot} = 4,3 \mu \text{G}$  (centro); y (3) polítopo de  $M_{\text{total}} = 3,5 \times 10^{11} M_{\odot}$ ,  $\rho_0 = 10^{-5} M_{\odot} \text{pc}^{-3}$  y  $B_{\odot} = 6,4 \mu \text{G}$  (panel inferior).

siendo los mejores  $M_{total} = 3,5 \times 10^{11} M_\odot$  y  $\rho_0 = 10^{-5} M_\odot pc^{-3}$  ( $\chi^2 \sim 5$ ). Los valores para los que se espera que el GMF sea importante sobre la curva de rotación son  $B_1 \geq 6\mu G$  y  $r_1 \geq 20$  kpc.

Cualitativamente, se observa que la contribución magnética está claramente diferenciada de la contribución de la materia oscura debido fundamentalmente a ese aumento “exponencial” de la velocidad que tiene lugar a partir de distancias galactocéntricas  $\geq 15$  kpc, y comienza a ser dominante para distancias  $\geq 20 - 25$  kpc (Battaner et al. 1992). La falta de observaciones fiables que vayan más allá de los 10 kpc nos imponen un límite insalvable hoy día. Nuestras predicciones sólo podrán ser verificadas cuando entre en funcionamiento la nueva generación de radiotelescopios como son el SKA y LOFAR ya que permitirán cubrir mayores distancias gracias a su gran sensibilidad, así como la aparición de los primeros datos de PLANCK.

## 4.9. Conclusiones

Hemos considerado que nuestra galaxia se compone de materia visible (bulbo, disco estelar y disco gaseoso) y un halo de materia oscura. Para la descripción del bulbo se ha considerado un modelo de Plummer; mientras que para la descripción de los discos grueso y delgado se ha considerado un modelo de disco exponencial (Binney & Tremaine 1987). Los modelos utilizados para la descripción del halo son (1) perfil isotermo; (2) perfil de NFW; y (3) perfil derivado de la solución politrópica de índice  $\mu = 3,2$  de la ecuación de Boltzmann-Poisson sin colisiones. Cada uno de estos modelos se caracteriza por dos parámetros ajustables. Hemos considerado la influencia de nuestro modelo de campo magnético galáctico deducido del estudio de las medidas de polarización obtenidas por el satélite WMAP a 22 GHz en su quinto año de operación; siendo éste un modelo axisimétrico caracterizado por una variación radial de la intensidad de campo la cual viene determinada por dos parámetros que hemos considerado libres. El ángulo inclinación se considera un valor constante  $p \approx 24,5^\circ$ . Los datos con los que estamos comparando nuestros resultados son los obtenidos por Sofue et al. (2009). Las simulaciones muestran que la influencia del magnetismo galáctico sobre el gas del disco viene caracterizada por un aumento de la velocidad de rotación a distancias superiores a los 15-20 kpc, siendo dominante su efecto sobre el halo de materia oscura para distancias  $> 20$  kpc. Los parámetros para los que se muestra una clara influencia del magnetismo son  $B_1 \geq 6\mu G$  y  $r_1 \geq 20$  kpc independientemente del modelo de halo. Estos parámetros nos permiten obtener un valor de intensidad de campo en la vencidad solar de  $\approx 4\mu G$ , valor compatible con las observaciones existentes (Han et al. 2006; Beck 2008a; Ruiz-Granados et al. 2009b). El valor para el factor de escala  $\sim 20 - 30$  kpc es compatible con nuestros resultados obtenidos en el capítulo 3.

Battaner et al. (1992); Battaner & Florido (1995, 2000, 2007) muestran que la fuerza radial del campo magnético puede llegar incluso a predominar sobre la gravedad a distancias suficientemente grandes, constituyendo la conocida como “hipótesis magnética”, explicación alternativa a la existencia de materia oscura. En nuestro trabajo, no mostramos una alternativa a la materia oscura sino la compatibilidad de la inclusión del campo magnético con la existencia de dicha materia. Además encontramos una influencia notable de la componente radial del campo magnético despreciada inicialmente en el análisis de Battaner & Florido (2007). Observamos que el rango en el cual la materia oscura domina es entre 5 y 20 kpc; mientras que el magnetismo empieza a ser importante especialmente a  $\sim 20 - 25$  kpc y superiores. La aplicación del perfil de densidad dado por la solución politrópica de índice  $\mu = 3,2$  del sistema de Boltzmann-Poisson sin colisiones (Calvo et al. 2009) para la descripción del halo de materia oscura de nuestra galaxia tanto en ausencia de magnetismo como en presencia del mismo, resulta muy adecuada. En el caso en que no consideramos magnetismo, este perfil de densidad nos permite reproducir las observaciones ajustando los dos parámetros libres y obteniendo distintos valores de los mismos que podrían describir el halo, siendo los mejores:  $M_{total} = 3,5 \times 10^{11} M_\odot$  y  $\rho_0 = 10^{-4} M_\odot pc^{-3}$  ( $\chi^2 \sim 4$ ). En el caso magnético, los mejores ajustes los proporciona un halo con densidades centrales un orden de magnitud inferior ( $\rho_0 \sim 10^{-5} M_\odot pc^{-3}$ ) que las obtenidas en el caso no magnético. Nuevamente, no es posible ajustar los parámetros del campo debido a la falta de datos aunque parece ser relevante para  $B_1 \geq 6 \mu G$  y  $r_1 \geq 20$  kpc. La principal ventaja de utilizar este perfil de densidad para el halo es que proporciona una descripción adecuada en la singularidad central (centro galáctico); además proporciona una densidad central de materia oscura de hasta dos órdenes de magnitud inferior a la necesaria deducida a partir del modelo isotermo. En general produce unos resultados compatibles con el modelo de NFW. Este resultado evidencia la poco influencia de la materia oscura en las partes más internas de la galaxia tal y como apunta las observaciones.

Finalmente hemos de señalar que los modelos de masa de la Vía Láctea actuales para la interpretación de la curva de rotación incluyen perturbaciones para englobar estructuras como los brazos espirales o la barra. Un estudio detallado sobre la influencia de materia oscura en galaxias barradas se puede encontrar en Perez (2003). La inclusión de la barra de nuestra galaxia, permite explicar la caída de velocidad observada entre 1,5 – 3,5 kpc (Sofue et al. 2009) (ver Figura 4.1). En cualquier caso, los efectos del magnetismo estarán presentes a partir de distancias  $\geq 20$  kpc y serán observables dentro de unos años cuando se obtengan los primeros resultados de radiotelescopios como LOFAR o SKA junto con los resultados que nos proporcionará próximamente PLANCK.



# Capítulo 5

## Trabajo preparatorio para la detección directa de campo magnético primordial con PLANCK

### 5.1. Introducción

El presente capítulo forma parte de un proyecto en marcha y no puede considerarse definitivo. Su inclusión es sin embargo muy conveniente pues representa el objetivo final de la mayor parte de la tesis, como es la identificación de las zonas del cielo mejores para buscar rotación de Faraday, una vez descontadas la contribución del patrón regular del campo magnético galáctico y suprimidas las regiones con “spurs” locales en radio.

El campo magnético presente en escalas del orden de  $\sim Mpc$  ha de tener un origen primordial situado en etapas tempranas del Universo. Son numerosos los mecanismos propuestos para explicar dicho origen tal y como se ha señalado en el capítulo 1. La presencia de un campo magnético primordial (PMF del inglés *primordial magnetic field*) en las etapas tempranas del Universo y en particular, en una época anterior al desacoplamiento debió modificar la trayectoria de los fotones y por tanto, haber dejado huella en el CMB. Un campo magnético primordial de intensidad comprendida entre  $10^{-10}$  G y  $10^{-8}$  G tiene una densidad de energía del orden de  $\Omega_B \sim 10^{-5} \Omega_\gamma$  en la época del desacoplamiento. Dado que  $10^{-5}$  es el nivel al cual se observan las anisotropías, sería factible observar la huella de dicho campo magnético primordial sobre el CMB. Los efectos del PMF sobre el CMB se estudian dependiendo de la distribución inicial del mismo y de los modos de la métrica que perturba. En el capítulo 2, hemos mostrado la influencia de un PMF homogéneo sobre la formación de estructura a gran escala del Universo. Su presencia

modifica el tensor energía-momento dando lugar a perturbaciones de densidad. En general, el campo primordial puede inducir perturbaciones escalares, vectoriales y tensoriales de la métrica. Las perturbaciones vectoriales darán lugar a vorticidad o a ondas de Alfvén (ver por ej. Durrer et al. 1998); mientras que las perturbaciones tensoriales dan lugar a ondas gravitatorias (ver por ej. Caprini & Durrer 2002). En los últimos quince años han aparecido numerosos estudios presentando distintos efectos del PMF sobre el CMB, efectos que aún no han sido observados debido a la falta de sensibilidad de los instrumentos pero que con el satélite PLANCK se esperan detectar. Un papel fundamental en la detección del PMF lo tiene los contaminantes procedentes de la emisión galáctica (ver capítulo 1) y de objetos cercanos (de Oliveira-Costa & Tegmark 1999) como pueden ser cuásares, púlsares, etc. Es crucial tener un conocimiento detallado de dicha emisión, así como de fuentes puntuales que pueden introducir sesgos en la detección del magnetismo primordial o enmascarar su señal completamente. La emisión sincrotrón de nuestra galaxia es el principal contaminante y por ello, resulta fundamental el estudio del magnetismo galáctico en este contexto. La detección de PMF puede realizarse de forma directa mediante la determinación de rotación de Faraday del plano de polarización del CMB (ver por ej. Kosowsky & Loeb 1996) o bien mediante su influencia en el espectro de anisotropías del CMB (ver por ej. Scannapieco & Ferreira 1997).

La principal motivación del presente capítulo es presentar las zonas restringidas donde será posible la detección directa del PMF con los datos de polarización obtenidos por el satélite PLANCK. El estudio del campo magnético galáctico a partir de las medidas de polarización a 22 GHz de WMAP nos permite restar la contribución debida a la emisión sincrotrón polarizada galáctica a dicha frecuencia. Además se presentan distintos mapas de rotación de Faraday para distintos modelos de GMF propuestos en la bibliografía con el fin de ilustrar la contribución de la rotación de Faraday debida al campo magnético galáctico, hecho a tener en cuenta en la detección de la rotación de Faraday del PMF.

En la siguiente sección se presenta una breve revisión del estado de las restricciones y los efectos del PMF sobre el CMB que tendremos que tener presente con el fin de restringir su valor observacionalmente. Para ello, es fundamental tener un conocimiento detallado de la emisión galáctica y descontaminar los mapas de polarización de CMB a bajas frecuencias (en las que dicha emisión domina) y donde es posible detectarlo de forma directa (ver por ej. Kosowsky & Loeb 1996). Esto se hará teniendo en cuenta la emisión sincrotrón debida al modelo de campo magnético galáctico deducido de los datos de polarización a 22 GHz de WMAP (ver capítulo 3). La determinación del campo magnético galáctico es crucial para ver hasta dónde influye en los mapas de polarización del CMB (ver sección 5.4), así como para la construcción de mapas de rotación de Faraday galáctica únicamente. Todo esto nos servirá para delimitar las zonas donde se espera detectar rotación de Faraday debida

al PMF.

## 5.2. Revisión de las restricciones y efectos del PMF sobre el CMB

Los efectos del PMF observables sobre el CMB son varios y dependen de si se asume un PMF uniforme o distribuido de forma estocástica. Dicho PMF inducirá perturbaciones en los modos escalares, vectoriales y/o tensoriales de la métrica; y por tanto, darán lugar a distintos efectos. En general, los efectos que va a producir la presencia de un PMF sobre el CMB son los siguientes:

- No gaussianidad (ver por ej. Naselsky et al. 2004; Brown & Crittenden 2005; Naselsky & Kim 2008).
- Rotación de Faraday del plano de polarización del CMB (ver por ej. Kosowsky & Loeb 1996; Kosowsky et al. 2005)
- Impacto sobre el espectro angular de anisotropías (TE, EB y BB) (ver por ej. Scannapieco & Ferreira 1997; Durrer et al. 1998).

Bajo condiciones de conductividad infinita, el PMF evoluciona de acuerdo a  $\vec{B}(t, \hat{n}) = B_0(\hat{n})/a^2$  en las escalas más grandes. En las escalas más pequeñas, el PMF interacciona con el plasma dando lugar a dos hechos fundamentalmente: el primero es que en las escalas intermedias, el plasma oscila de acuerdo a  $\cos(v_A kt)$  siendo  $v_A = \sqrt{B^2/4\pi(p + \rho)}$  la velocidad de Alfvén; mientras que el segundo hecho ocurre en las escalas más pequeñas, donde el campo se amortigua exponencialmente debido a la viscosidad.

### 5.2.1. Efectos sobre el CMB de un PMF homogéneo

La principal desventaja de asumir este tipo de PMF es la ruptura de isotropía espacial debido al carácter vectorial del campo magnético. Esto ha sido utilizado recientemente por Bernui & Hipólito-Ricaldi (2008) obteniendo que un PMF homogéneo suficientemente intenso ( $\sim 10^{-8}$ G) podría ser la causa de la desviación de la isotropía observada a grandes escalas angulares de los datos de WMAP (ver por ej. Vielva et al. 2007). Son varios los trabajos que presentan distintos efectos sobre el CMB, entre los que cabe destacar los siguientes: Adams et al. (1996) demuestran que, bajo condiciones de conductividad infinita y ausencia de efectos disipativos, la presencia del PMF afecta al plasma de diferentes formas, entre las que destacan, la aparición de diferentes tipos de ondas capaces de desplazar los picos acústicos y

variar su magnitud, disminuyendo la cantidad de bariones en un 20 % y obteniendo una amplitud de  $B_0 \sim 10^{-8}$ G. Harari et al. (1997) muestran que los efectos de la depolarización de Faraday (debida a la presencia de un  $B_0 \sim 10^{-8}$ G) a una frecuencia dada sobre las anisotropías implica un amortiguamiento debido a la difusión de fotones en las pequeñas escalas y de la contribución de cuadrupolo en un factor 0.6. Es decir, disminuye la polarización del CMB. Concluyen, además, que la presencia de dicho PMF aumenta hasta un 7,5 % las anisotropías en temperatura a  $l \approx 1000$  para aquellas frecuencias en las que la depolarización es significativa. Kosowsky & Loeb (1996) muestran que la existencia de un PMF en la superficie de último “scattering” provoca rotación de Faraday de la dirección de polarización lineal del CMB. Encuentran que para una intensidad de campo de  $B_0 = 10^{-9}$ G y una frecuencia de 30 GHz, el ángulo girado es de  $\sim 1^\circ$ . Scannapieco & Ferreira (1997) concluyen que el PMF induce correlaciones entre polarización y temperatura del CMB debido a rotación de Faraday ( $C_{l\pm 1,l}^{TB}$ ). Durrer et al. (1998) obtienen que el PMF puede amplificar las perturbaciones vectoriales las cuales inducen anisotropías en temperatura mediante efecto Doppler y efecto Sachs-Wolfe integrado. Muestran que la naturaleza vectorial del PMF introduce correlaciones de temperatura fuera de la diagonal:  $D(m) = \langle a_{l-1,m} a_{l+1,m}^* \rangle$  y ajustándolas a las observaciones deducen que la intensidad de campo  $\sim 2 - 7 \times 10^{-9}$  G. Barrow et al. (1997) derivan una intensidad para este campo de  $B_0 < 3,4 \times 10^{-9}$  G a partir de los datos de cuarto año obtenidos por COBE. Scóccola et al. (2004) consideran únicamente perturbaciones escalares de la métrica, observando que en presencia de un PMF de intensidad  $B_0 = 10^{-9}$  G, la polarización, caracterizada solo por modos E, se transforma en modos B debido a la rotación de Faraday. Kristiansen & Ferreira (2008) muestran la capacidad de los experimentos de polarización del CMB como QUIET<sup>1</sup> (Samtleben & for the QUIET collaboration 2008) para restringir la amplitud del PMF homogéneo sustrayendo los contaminantes. Kahnashvili et al. (2008) obtienen el espectro de potencias de temperatura inducido por un PMF homogéneo orientado arbitrariamente. Se considera que dicho PMF induce perturbaciones vectoriales, es decir, vorticidad.

### 5.2.2. Efectos sobre el CMB de una distribución de PMF estocástica

Para no romper isotropía espacial y por tanto, no violar el principio cosmológico, algunos autores han supuesto la presencia de una distribución estocástica de PMF asumiéndola isótropa a gran escala. Bajo esta hipótesis, Kahnashvili et al. (2001) muestran el espectro de potencias de temperatura y polarización debido a todos los modos de perturbaciones de la métrica a los que da lugar este tipo de PMF. El espectro asumido para el PMF distribuido uniformemente e isótropamente viene

---

<sup>1</sup><http://quiet.uchicago.edu/index.php>

dado por la siguiente ley de potencias en el espacio de Fourier:

$$\langle B_i(\vec{k})B_j^*(\vec{k}') \rangle = (2\pi)^5 \frac{\lambda^{n+3}}{\Gamma(n+3/2)} B_\lambda^2 (\delta_{ij} - \hat{k}_i \hat{k}_j) k^n \delta(\vec{k} - \vec{k}') \quad (5.1)$$

siendo nulo para aquellos  $k > k_{damp}$ , es decir, para escalas menores que la escala de amortiguamiento. El índice espectral tiene que ser  $n > -3$  para no producir campos superhorizonte. Los rms de la intensidad de campo hoy suavizado sobre una escala de longitud comóvil  $\lambda$  es  $B_\lambda$ . Kahnashvili et al. (2001) obtienen que el índice espectral del campo está en el rango  $-3 < n < 2$ . Trabajos como el de Subramanian & Barrow (1998) asumen una distribución estocástica de PMF turbulento con el fin de obtener limitaciones no sólo sobre la componente a gran escala sino también sobre la pequeña escala. Demuestran que un campo inhomogéneo induce vorticidad mediante ondas de Alfvén. Obtienen que una intensidad de campo de  $B_0 = 3 \times 10^{-9}$  G producen anisotropías en temperatura del orden de  $10^{-6}$  K; además de perturbaciones de velocidad y fenómenos de compresión en la densidad (Jedamzik et al. 1998). Koh & Lee (2000) consideran un PMF dado por la expresión (5.1) y estudian el efecto sobre las perturbaciones escalares, obteniendo que para un índice espectral  $n > -3$ , los espectros de anisotropías de temperatura y polarización se desplazan hacia arriba conforme se va aumentando la intensidad del PMF; de forma que para las perturbaciones de densidad en presencia de un PMF de intensidad  $B_0 \sim 10^{-8}$  G se produce una desviación en el espectro de anisotropías de temperatura de hasta el 14 %. Obtienen además que para intensidades de  $B_0 \leq 10^{-9}$ , no afectaría las anisotropías del CMB. Durrer et al. (2000) obtienen el espectro de potencias de las anisotropías en temperatura del CMB debido a las ondas gravitatorias generadas por un PMF estocástico. Estas perturbaciones tensoriales se generan por la componente anisótropa asociada al campo magnético. En el caso en que se tiende a la invariancia de escala, esto es,  $n \rightarrow -3$ , y para una longitud de escala  $\lambda = 0,1 h^{-1}$  Mpc, obtienen  $B_\lambda \leq 10^{-9}$  G. Consideran que las ondas gravitatorias no se amortiguan más allá de la época de la igualdad.

Caprini & Durrer (2002) calculan las ondas gravitatorias producidas por el tensor anisótropo de un PMF estocástico dado por la expresión (5.1) restringiendo el valor del campo magnético a  $B_\lambda < 10^{-20}$  G para todos los índices  $n > -0,5$ . Mack et al. (2002) deducen el espectro angular de potencias de temperatura y polarización inducido por las perturbaciones vectoriales y tensoriales derivadas del PMF para los multipolos  $l \leq 500$ . Subramanian et al. (2003) estudian cómo un PMF turbulento genera anisotropías de temperatura y polarización a  $l > 1000$  que pueden contribuir al exceso de potencia medido por CBI. Obtienen que un PMF invariante de escala (es decir, de índice espectral  $n \sim -3$ ) produce modos B del orden de  $\sim 0,3 - 0,4 \mu\text{K}$  entre  $l \sim 1000 - 5000$ . Si  $n > -3$ , la señal del modo B aumenta. Predicen además modo E y correlaciones entre temperatura y modos E. Naselsky et al. (2004) estudian

la no gaussianidad producida por la turbulencia inducida por las ondas de Alfvén. Lewis (2004) presenta un estudio numérico de los modos vectoriales y tensoriales inducidos por un PMF incluyendo el efecto de los neutrinos. Dicho estudio obtiene como resultado final el espectro de potencias del CMB incluyendo la contribución del modo B debido a las perturbaciones vectoriales y tensoriales de la métrica. Lewis (2004) muestra que la señal debida a las perturbaciones tensoriales de la métrica se produce únicamente antes del desacoplamiento de los neutrinos y tiene sus efectos a gran escala, siendo posible restringir  $B_\lambda = 10^{-10}$  G. Las perturbaciones vectoriales inducen modos B en las escalas más pequeñas con una amplitud  $B_\lambda \sim 10^{-9}$  G que podría ser observable para un índice espectral  $n \sim -2,9$ . Campanelli et al. (2004) calculan la correlación entre las medidas de rotación de Faraday en función del ángulo de separación existente entre las distintas direcciones de observación para diferentes índices espetrales y longitud de correlación. Sus resultados muestran que la parte de helicidad del PMF no contribuye a la rotación de Faraday y que el espesor de la superficie de último “scattering” reduce el ángulo de rotación de Faraday. Yamazaki et al. (2005) muestran que para multipolos  $l \geq 1000$ , el exceso de anisotropías observado, puede ser explicado por la presencia de un PMF que induce perturbaciones vectoriales y escalares. Este hecho les permite restringir  $B_\lambda \leq 3,9 \times 10^{-9}$  G a escalas  $\lambda = 1Mpc$  para cualquier valor de  $n$  al comparar con los datos obtenidos por el satélite WMAP. Kosowsky et al. (2005) estudian la rotación de Faraday inducida por un PMF estocástico, mostrando que esto da lugar a la aparición de modos B a partir de modos E producidos por las perturbaciones escalares y obtienen su espetro de potencias. Kahnashvili & Ratra (2005) asumen una parte correspondiente a la helicidad del PMF y obtienen los espectros de potencias donde se muestran las correlaciones entre temperatura y modos B inducidas por la helicidad, así como entre modos E y modos B. Kahnashvili & Ratra (2007) estudian las perturbaciones isocurvatura escalares inducidas por la helicidad de un PMF, derivando el espetro angular de potencias de temperatura y polarización. Muestran que la presencia del PMF produce un desplazamiento de los picos acústicos en el espetro de potencias angular de temperatura lo cual hace que se reduzca la fracción de bariones. Además se produce polarización de modos E. Finelli et al. (2008) y Paoletti et al. (2009) han realizado un código que incluye el impacto de las perturbaciones escalares, vectoriales y tensoriales inducidas por un PMF sobre el espetro de anisotropías de temperatura y sobre el espetro de potencias de la materia. Yamazaki et al. (2008) obtienen que un PMF afecta a los espetros angulares de potencias TT y TE a todas las escalas angulares. Predicen que para el espetro de polarización de modos B,  $B_\lambda = 4,0 \times 10^{-9}$  G y que está dominado por las perturbaciones vectoriales que induce el PMF para los multipolos más altos. Kahnashvili et al. (2009) utilizan el espetro angular de potencias del modo B procedente de los datos de quinto año de WMAP para poner una cota superior al PMF detectable mediante rotación de Faraday. Los límites van entre  $0,4 \times 10^{-9}$  G y  $30 \times 10^{-9}$  G siendo la escala de longitud

comóvil  $\lambda = 1$  Mpc y dependiendo del espectro de potencias del PMF. Muestran que a 100 Mpc, la amplitud del campo tiene que ser menor que  $0,7 \times 10^{-9}$  G para cualquier espectro de campo. Giovannini (2009a) obtiene, haciendo un ajuste de las autocorrelaciones de temperatura y de las correlaciones existentes entre temperatura y polarización, un valor para el índice del espectro de potencias del PMF de  $n = 1,617$  y un  $B_\lambda = 1,578 \times 10^{-9}$  G. En Giovannini & Kunze (2008b,a); Giovannini (2009b); Giovannini & Kunze (2009) se muestran los distintos resultados obtenidos a partir de la modificación del código CMBFAST<sup>2</sup> (Seljak & Zaldarriaga 1996) para el análisis del PMF sobre el espectro y los mapas de CMB. Seshadri & Subramanian (2009) calculan el bi-espectro producido por un PMF a grandes escalas angulares. Encuentran una cota superior para la intensidad de campo de  $B_0 \sim 35 \times 10^{-9}$  G. Kim & Naselsky (2009) asumen que la presencia de un PMF induce vorticidad producida por ondas de Alfvén que deja su huella en el CMB. Utilizando los espectros de potencias y sus correlaciones de los datos de WMAP, obtienen una cota superior para la amplitud de las perturbaciones vectoriales iniciales de  $4 \times 10^{-12}$  G. Aumont & Macías-Pérez (2009) muestran un estudio de la rotación de Faraday de las anisotropías de temperatura y polarización. Dicha rotación hace que modos E debidos a perturbaciones escalares se transformen en modos B. Simulan mapas de CMB incluyendo el efecto del PMF y extrayendo el espectro de potencias de polarización de dichos mapas, los comparan con los resultados analíticos de dicho efecto, reproduciendo el orden de magnitud del espectro de potencias  $C_l^{BB}$  y obteniendo, al comparar con los datos de WMAP, una cota superior para la intensidad de campo de  $B_0 \leq 27 \times 10^{-9}$  G.

### 5.3. Restricción directa de la rotación de Faraday producida por campo magnético primordial

La detección directa del PMF puede realizarse mediante la detección de rotación de Faraday en los mapas de polarización a las frecuencias más bajas. Los principales problemas que presenta esta técnica son los siguientes:

- Alta contaminación de los mapas de polarización que puede imposibilitar su detección debido a la emisión galáctica polarizada.
- Aparición de depolarización Faraday debido al PMF.

En nuestro caso, asumimos que la emisión galáctica polarizada a 22 GHz se debe a la emisión sincrotrón que viene descrita por el modelo de campo magnético

<sup>2</sup><http://www.cfa.harvard.edu/~mzaldarr/CMBFAST/cmbfast.html>

galáctico deducida de en el capítulo 3. Además vamos a asumir la existencia de un campo magnético a gran escala de intensidad del orden de  $\sim 10^{-8} - 10^{-9}$  G. Con todo ello vamos a obtener el ángulo girado por el plano de polarización del CMB.

### 5.3.1. Medida de Rotación de Faraday debida a un PMF

Para obtener la medida de rotación inducida por la presencia de PMF de intensidad de entre  $10^{-8} - 10^{-9}$  G, vamos a utilizar los resultados obtenidos por Kosowsky & Loeb (1996). La velocidad angular del ángulo rotado es(Kosowsky & Loeb 1996):

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{e^3 x_e n_e}{2\pi m_e^2 \nu^2} (\vec{B} \cdot \hat{n}) \quad (5.2)$$

siendo  $\phi$  el ángulo girado;  $x_e$ , la fracción de ionización;  $n_e$ , la densidad térmica de electrones;  $e$  y  $m_e$ , la carga y la masa del electrón respectivamente;  $\nu$ , la frecuencia de los fotones del CMB;  $\vec{B}$ , el campo magnético y  $\hat{n}$ , la dirección de propagación. Para obtener el ángulo girado por el plano de polarización del CMB, asumimos que la profundidad óptica en el momento de la generación de la polarización es del orden de la unidad; y por tanto  $\int_{t_{desacop}}^{t_0} x_e n_e dt \approx \sigma_T^{-1}$ <sup>3</sup>. La desviación cuadrática media (“rms” en inglés) se obtiene integrando en tiempo la ecuación (5.2) teniendo en cuenta que  $B/\nu^2$  es un factor independiente del tiempo y que promediando sobre todas las orientaciones posibles de  $\vec{B}$ , se obtiene:

$$\langle \phi^2 \rangle^{1/2} \approx \frac{e^3 B_0}{2\sqrt{2} m_e^2 \sigma_T \nu_0^2} = (1,6)^\circ \left( \frac{B_0}{10^{-9} G} \right) \left( \frac{30 \text{ GHz}}{\nu_0} \right)^2 \quad (5.3)$$

siendo  $B_0$ , la intensidad de campo en el momento actual medida en G y  $\nu_0$ , la frecuencia de observación medida en GHz.

La obtención del ángulo  $\phi$  para distintos valores de  $(B_0, \nu_0)$  nos permite obtener la medida de rotación (RM), dado que se cumple:

$$\phi = RM \lambda^2 = \lambda^2 K B_{||} n_e dl \quad (5.4)$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda medida en m;  $K$  es un valor constante  $K = 0,81$  rad  $m^{-2} \mu\text{G} \text{ cm}^3 \text{ pc}^{-1}$  y  $B_{||}$  es la componente del campo paralela a la línea de visión. En este caso  $dl$  no puede ser identificada con la anchura de la superficie de último “scattering” dado que únicamente los fotones cercanos a la misma pueden escapar conservando el estado de polarización que poseen.

En la Tabla 5.1 se presenta los resultados para el ángulo  $\phi$ , así como para la medida de rotación deducida para valores de la intensidad de campo de  $10^{-8}$  y  $10^{-9}$

---

<sup>3</sup>La sección del “scattering” Thomson es  $\sigma_T = 6,7 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$ .

Tabla 5.1: Ángulo de rotación y medida de rotación debido a un PMF de intensidad  $B_0 = 10^{-8}, 10^{-9}$  G y frecuencias de observación de la radiación  $\nu_0 = 22$  GHz (WMAP) y  $\nu_0 = 30$  GHz (PLANCK)

$B_0$ (G)	WMAP		PLANCK	
	$\phi$ (grados)	RM (rad $m^{-2}$ )	$\phi$ (grados)	RM (rad $m^{-2}$ )
$10^{-8}$	29.8	2796.4	16	2800
$10^{-9}$	2.98	279.6	1.6	279.3

G y para las frecuencias de observación del CMB mínimas de los satélites WMAP ( $\nu_0 = 22$ GHz) y PLANCK ( $\nu_0 = 30$ GHz). Los valores del ángulo mostrados en la Tabla 5.1 muestran que será posible detectar PMF con satélites como PLANCK dado que es capaz de detectar resoluciones de hasta  $1^\circ$ . Los valores típicos se corresponden con altas medidas de rotación primordial. Podríamos decir que la medida de rotación de un PMF debe encontrarse en el rango comprendido entre 280 y 2800 rad  $m^{-2}$ .

La hipótesis de que la profundidad óptica es la unidad implica, en el caso de la RM, que:

$$K_L n_e \sigma_T dl \sim 1$$

y por tanto, la expresión (5.4) queda:

$$\phi = \frac{KB}{\sigma_{Th}} \lambda^2 \quad (5.5)$$

o lo que es lo mismo:

$$\phi = 2.3 \times 10^6 \frac{B}{\nu^2} \quad (5.6)$$

donde  $B$  viene dado en G;  $\nu$ , la frecuencia en GHz y el ángulo en grados.

En la Figura 5.1 se presenta el ángulo de rotación de Faraday para distintas frecuencias e intensidades de campo magnético.

### 5.3.2. Medida de rotación debida al campo magnético galáctico

En la Figura 5.1 se muestra el ángulo rotado para las frecuencias a las que opera PLANCK. La detección directa podría producirse a la menor frecuencia  $\nu_0 = 30$  GHz. A esta frecuencia, tal y como se muestra en la Figura 5.2, domina la emisión sincrotrón de nuestra galaxia.

La medida de rotación debida a los modelos de GMF más recientes propuestos en la bibliografía se obtiene utilizando la expresión (5.4) y para una frecuencia de observación  $\nu = 22$  GHz. En este caso, la densidad térmica de electrones viene dada

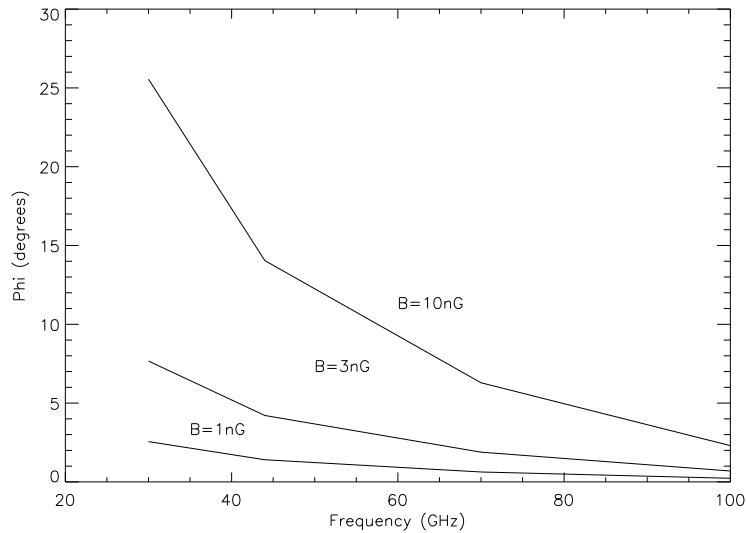


Figura 5.1: Intensidad de PMF en función del ángulo girado en grados y frecuencia en GHz de acuerdo a la expresión (5.6).

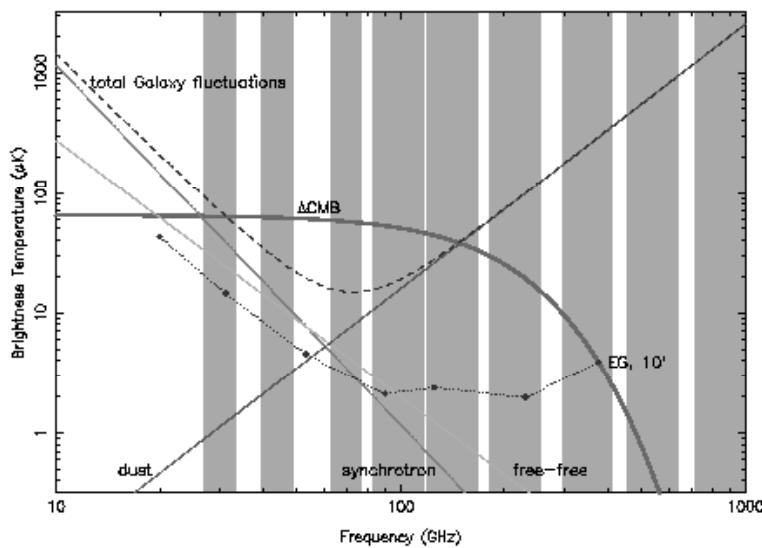


Figura 5.2: Frecuencia frente a temperatura de brillo para las distintas emisiones galácticas. Esta figura procede de The Planck Collaboration (2006).

por el modelo tri-dimensional descrito en Cordes & Lazio (2002). En las Figura 5.3 se muestra la medida de rotación producida por el modelo LSA (Page et al. 2007) y por el modelo presentado por Sun et al. (2008) (ver Capítulo 3). La medida de rotación se ha obtenido utilizando el código HAMMURABI (Waelkens et al. 2009) e integrando hasta una distancia de 20 kpc. En dicha integración se ha tenido en cuenta únicamente el patrón regular del GMF.

De acuerdo al Capítulo 3, el modelo que mejor describe la componente regular del GMF es un modelo axisimétrico con dependencia radial de la intensidad de campo, obteniéndose, a partir del ajuste de los datos de polarización a 22 GHz de WMAP, un ángulo de inclinación  $p = (24,4 \pm 0,6)^\circ$ ; un factor de escala de variación radial de la intensidad de campo  $r_1 = 41,0_{-19,3}^{+18,3}$  kpc y un ángulo de elevación  $\chi_0 = (34,0_{-1,0}^{+0,9})^\circ$ . Asumiendo en este caso una distribución gaussiana de electrones térmicos (Stepanov et al. 2008), la medida de rotación para este modelo se muestra en la Figura 5.4.

Se observa que la determinación del modelo de GMF a gran escala es fundamental para indagar en la posibilidad de la detección directa del PMF, dado que nos permitirá acotar los valores de la medida de rotación galáctica y distinguir entre la debida al PMF y la del GMF.

### 5.3.3. Emisión galáctica polarizada

El modelo de campo magnético galáctico derivado de los datos polarización de WMAP a 22 GHz junto con las máscaras aplicadas para restringir dicho modelo (ver capítulo 3) va a ser utilizado para restringir las zonas donde sería detectable el PMF. La intensidad polarizada ( $P(\nu)$ ) para una frecuencia determinada se define como:

$$P(\nu) = \sqrt{U(\nu)^2 + Q(\nu)^2} \quad (5.7)$$

donde  $U(\nu)$  y  $Q(\nu)$  son los parámetros de Stokes definidos en el capítulo 3 que dependen de la frecuencia y del campo magnético de forma cuadrática.

Para transformar de intensidad polarizada a temperatura de brillo hemos utilizado la aproximación de Rayleigh-Jeans:

$$P_\nu(T) = \frac{2\nu^2}{c^2} k_B T \quad (5.8)$$

donde  $\nu$  es la frecuencia,  $c$  es la velocidad de la luz y  $k_B$  la constante de Boltzmann.

En la Figura 5.5 se muestra la intensidad polarizada observada a 22 GHz y en la Figura 5.6 se muestra la intensidad polarizada debida al modelo de campo magnético galáctico deducido a partir del ajuste de esos datos.

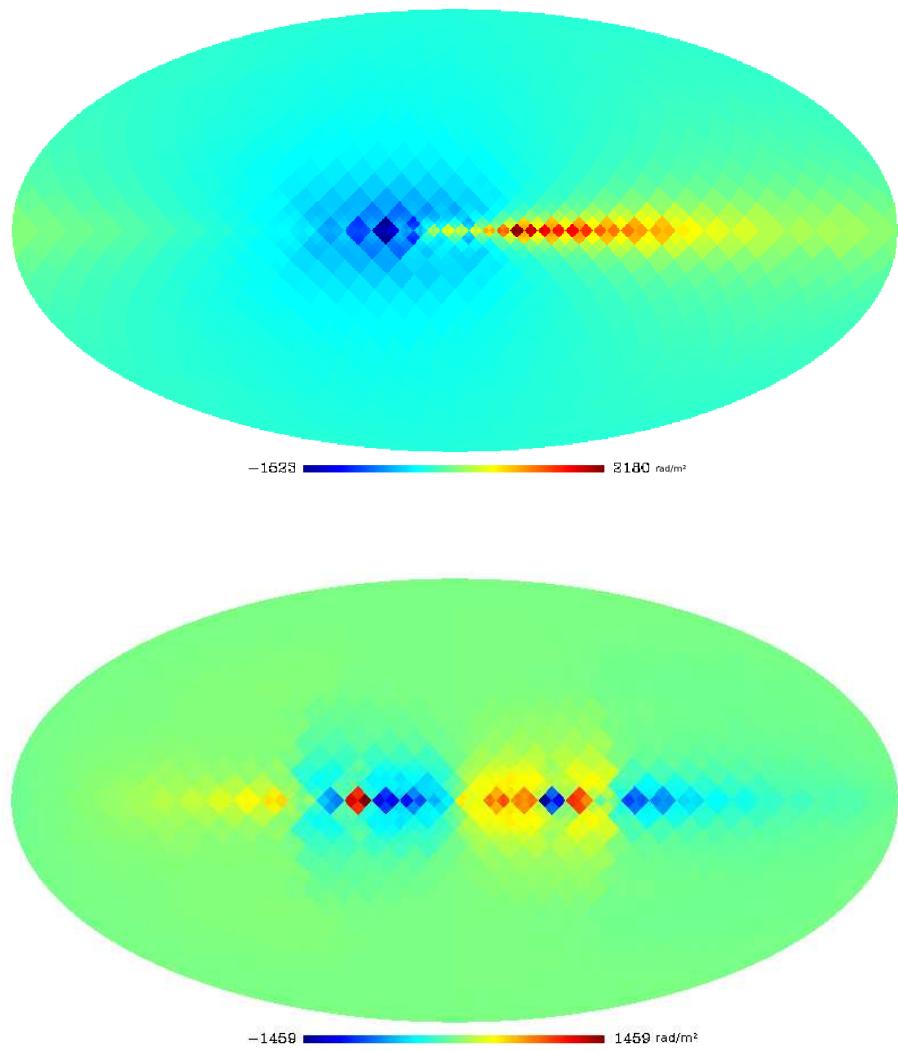


Figura 5.3: Medida de rotación simulada para el modelo LSA (Page et al. 2007) (panel superior) y para el modelo GMF propuesto por Sun et al. (2008) (panel inferior) obtenidos utilizando el código HAMMURABI (Waelkens et al. 2009). Las unidades son  $\text{rad}/\text{m}^2$

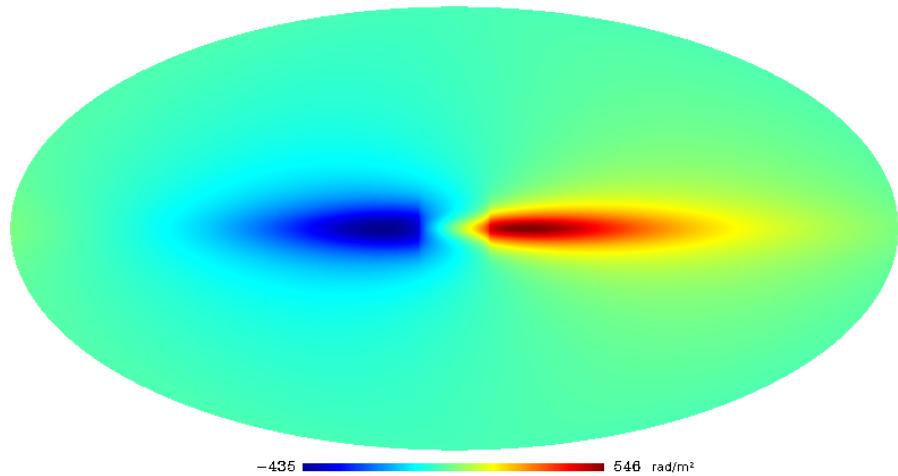


Figura 5.4: Medida de rotación simulada para nuestro modelo de GMF axisimétrico con dependencia radial de la intensidad deducido en el Capítulo 3. Las unidades son  $\text{rad}/\text{m}^2$

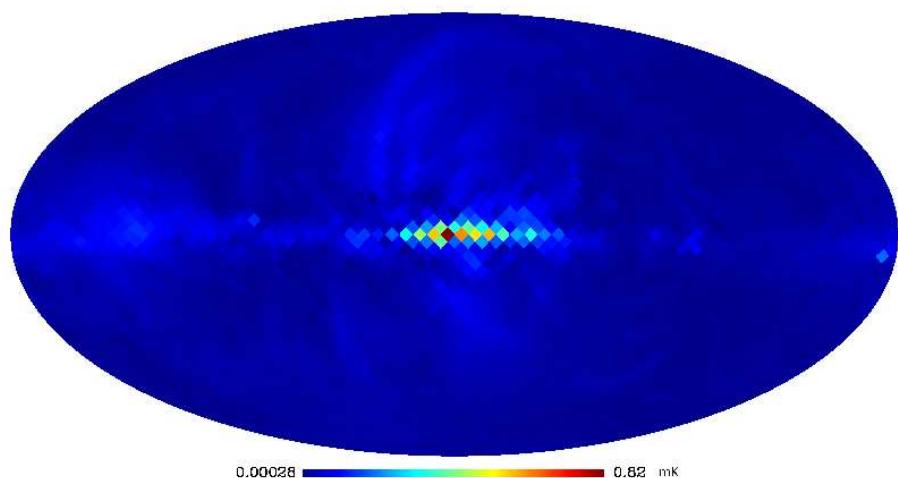


Figura 5.5: Intensidad polarizada observada por WMAP a 22 GHz para una resolución  $n_{side} = 16$ . Las unidades son mK.

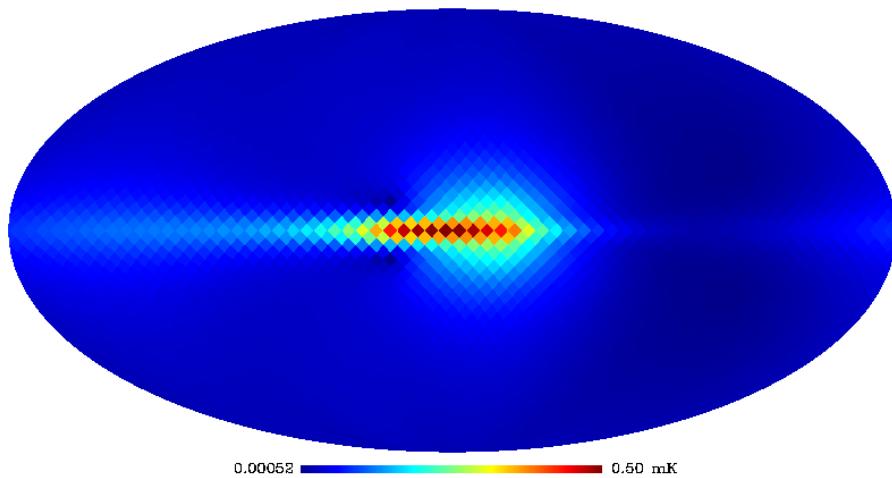


Figura 5.6: Intensidad polarizada simulada a partir de un modelo de GMF axi-simétrico con dependencia radial de la intensidad de campo a 22 GHz para una resolución  $nside = 16$  obtenida con la ecuación (5.7). Las unidades son mK.

Enmascarando las regiones que sabemos pueden distorsionar las medidas de polarización al poseer campo magnético propio como son los “spurs” o el disco (ver capítulo 3) así como las regiones que no estamos teniendo en cuenta como el centro galáctico podemos delimitar las zonas en las que será viable la detección de campo magnético primordial. La Figura 5.7 muestra en color gris las regiones que poseen una  $T < 0,01$  mK.

Las regiones en las que la intensidad polarizada  $P(\nu = 22GHz) < 0,01\text{mK}$ , constituirán *a priori* las zonas donde será posible la detección del PMF. Dichas zonas se muestran en la Figura 5.9.

Si se descontamina eficientemente la contribución galáctica, podríamos alcanzar el nivel de sensibilidad necesario mediante “binning”. Por supuesto, se perdería resolución angular, limitando los valores de los multípolos  $l$ . Sólo seremos capaces de detectar campos magnéticos a gran escala tal y como predice la teoría inflacionaria, excluyendo aquellos campos generados en transiciones de fase cosmológicas o mediante turbulencia ocurrida en la era de la dominación de la radiación.

## 5.4. Conclusiones

Para detectar PMF de forma directa el conocimiento del magnetismo galáctico es crucial puesto que constituye el principal contaminante especialmente a la más baja frecuencia (30 GHz) de PLANCK que, además, es el canal que mayor sensibilidad

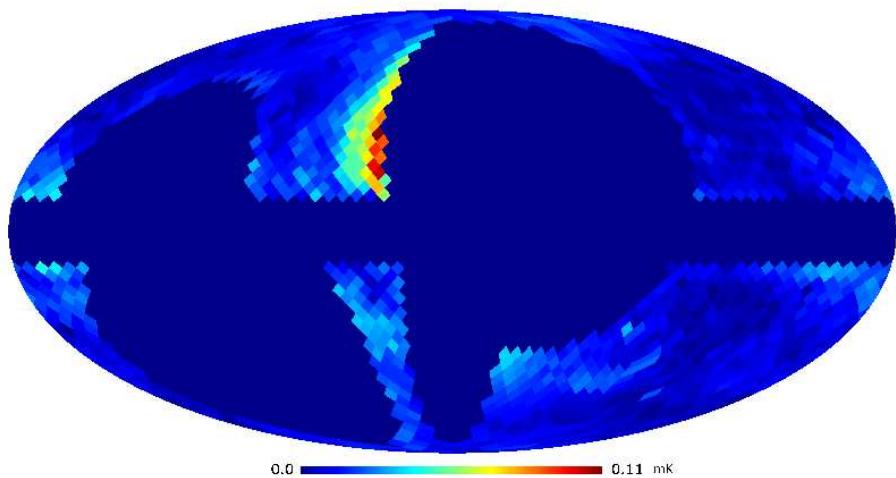


Figura 5.7: Intensidad polarizada observada por WMAP a 22 GHz para una resolución  $nside = 16$  y considerando la máscara 5 (ver capítulo 3). Las unidades son mK.

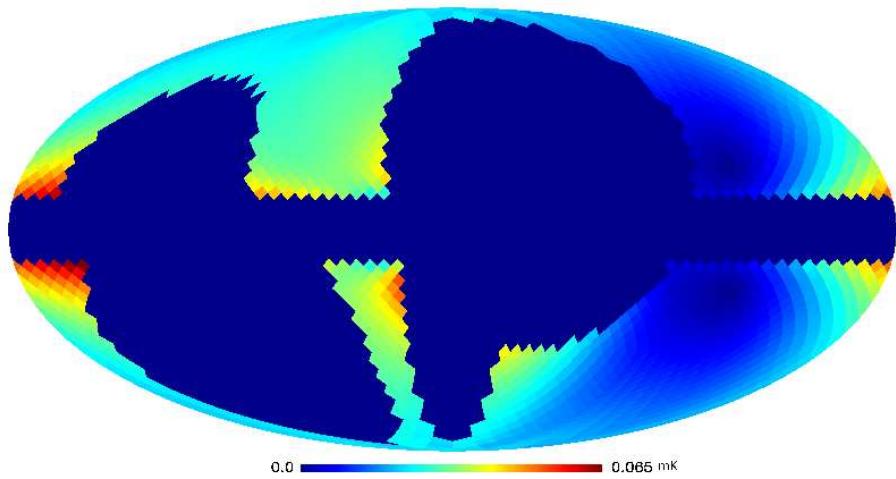


Figura 5.8: Intensidad polarizada simulada a partir de un modelo de GMF axi-simétrico con dependencia radial de la intensidad de campo a 22 GHz para una resolución  $nside = 16$  obtenida con la ecuación (5.7) y considerando la máscara 5 (ver capítulo 3). Las unidades son mK.

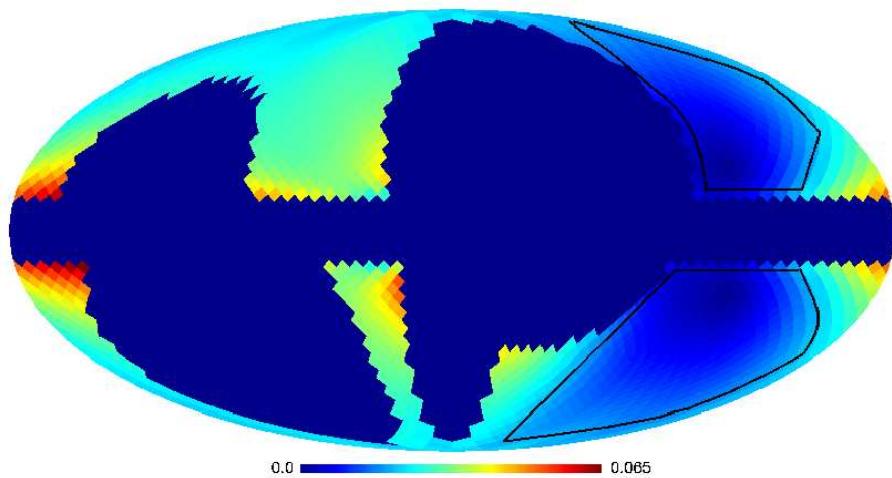


Figura 5.9: Intensidad polarizada simulada a partir de un modelo de GMF axi-simétrico con dependencia radial de la intensidad de campo a 22 GHz para una resolución  $nside = 16$  obtenida con la ecuación (5.7) y considerando la máscara 5 (ver capítulo 3). Se delimitan regiones con  $P < 0,01$  mK.

posee para dicha detección. Además se espera que a dicha frecuencia se presente depolarización de Faraday (Harari et al. 1997).

Nuestro modelo de campo magnético galáctico obtenido excluyendo la emisión del disco y de los “spurs” locales nos permite construir el mapa de intensidad polarizada y el mapa de rotación de Faraday a 22 GHz utilizado para restringir las zonas en las que será posible la detección del PMF.

Para la obtención de la medida de rotación galáctica hemos asumido una distribución gaussiana de electrones térmicos e integrado a lo largo de la línea de visión hasta 20 kpc. Dicha medida de rotación es inferior, en algunos casos, a la que se espera que produzca el PMF (ver tabla 5.1), lo cual nos indica que la detección directa es posible si conseguimos un modelo tridimensional del magnetismo galáctico detallado. Nuestro modelo se ha utilizado también para simular la emisión sincrotrón galáctica polarizada a 22 GHz donde se han enmascarado los distintos “spurs” (Berkhuijsen et al. 1971), así como la región del disco galáctico que es la que mayor emisión polarizada proporciona; y el centro galáctico, que no se ha considerado en la integración de nuestros modelos de GMF (ver capítulo 3 para más detalles). Con ello hemos delimitado las zonas donde la contribución galáctica es menor y por tanto, donde sería posible la detección del magnetismo PMF. Nuestra principal conclusión a nivel cualitativo es la Figura 5.9.

# Capítulo 6

## Conclusiones

En el presente trabajo hemos estudiado el magnetismo en el fondo cósmico de microondas, derivando la influencia del campo magnético primordial sobre la estructura a gran escala del Universo y hemos delimitado regiones para su posible detección directa sobre los datos próximos que aportará la misión PLANCK (ESA). Para dicha detección es crucial el conocimiento de la emisión sincrotrón debida al campo magnético de nuestra galaxia, el cual hemos modelado utilizando los datos de polarización a 22 GHz del satélite WMAP (NASA) en su quinto año de operación. La determinación del modelo que describe el campo magnético galáctico nos ha permitido estudiar la influencia que produce el mismo sobre la dinámica de nuestra galaxia al actuar sobre el gas presente en el medio interestelar.

Las conclusiones más importantes obtenidas en este trabajo son las siguientes:

1. Se ha mostrado cómo la existencia de un campo magnético primordial en una etapa temprana del Universo ha dejado su huella dando lugar a perturbaciones de densidad y por tanto, contribuyendo a la formación de la estructura a gran escala. Dicha influencia se manifiesta a lo largo del período de dominación de la radiación dando lugar a tubos de flujo magnético los cuales persisten hasta la época de la recombinação, instante en el cual podría ser detectado dicho filamento mediante su rotación de Faraday.
2. Se ha mostrado que la presencia de un campo magnético primordial de intensidad  $B_0 = 10^{-8}$  G puede anticipar la época de reionización hasta un 40%, situándola a  $z \sim 13$  y por tanto, revelando la importancia del magnetismo en la formación galáctica.
3. Se ha deducido el modelo de la componente regular del campo magnético galáctico ajustando los datos de polarización a 22 GHz del satélite WMAP concluyendo que se trata de un modelo axisimétrico con una intensidad de campo variable con la distancia galactocéntrica y cuyos parámetros globales

son: factor de escala de variación radial  $r_1 = 41,0_{-19,3}^{+18,3}$  kpc, ángulo de inclinación  $p = (24,4 \pm 0,6)^\circ$  y ángulo de elevación  $\chi_0 = (34,0_{-1,0}^{+0,9})^\circ$ .

4. Se ha mostrado que el resultado de enmascarar distintas zonas del cielo permite obtener información sobre las componentes del disco y del halo del campo magnético galáctico, estando la componente del halo descrita por un modelo axisimétrico con variación radial de la intensidad de campo siendo sus parámetros: factor de escala de variación radial  $r_1 < 2,5$  kpc, ángulo de inclinación  $p = (25,4 \pm 0,6)^\circ$  y ángulo de elevación  $\chi_0 = (30,1_{-1,2}^{+1,4})^\circ$ . La componente del disco viene descrita por un modelo axisimétrico de brazos espirales logarítmicos donde la intensidad de campo en la vecindad solar es de  $3\mu\text{G}$  y el ángulo de inclinación varía con el radio. Sus parámetros son:  $\psi_0 = (18,9 \pm 1,1)^\circ$ ,  $\psi_1 > 0,2^\circ$  y  $\chi_0 = (27,6_{-1,8}^{+1,9})^\circ$ .
5. Se ha mostrado que el modelo bi-toroidal puede describir la componente del halo del campo magnético ya que permite explicar el sentido opuesto del campo existente en ambos hemisferios.
6. En esta tesis se han identificado las zonas que son potencialmente más favorables para la detección del campo magnético primordial mediante rotación de Faraday. Dichas zonas se corresponden con aquellas en las que la medida de rotación galáctica es menor.
7. Se ha cuantificado los efectos del modelo de campo magnético galáctico sobre la curva de rotación de nuestra galaxia, encontrando que dicha influencia es importante a partir de distancias galactocéntricas superiores a  $r > 20$  kpc, incluso considerando la influencia sobre la curva de rotación de la materia oscura galáctica.
8. Se ha mostrado que el halo de materia oscura basado en la solución politrópica de índice  $\mu = 3,2$  del sistema Boltzmann-Poisson sin colisiones utilizado para describir el halo de nuestra galaxia requiere que la cantidad de materia oscura en el centro de la misma sea del orden de  $\sim 10^{-4} - 10^{-5} M_\odot \text{pc}^{-3}$ , valor inferior al deducido con otros modelos como el perfil isotermo y compatible con los resultados del perfil NFW. Aunque este modelo, nos permite describir correctamente el perfil de densidad y la curva de la materia oscura en la singularidad central y en los bordes.
9. Se ha mostrado que la inclusión del campo magnético junto con el halo basado en el polítrope de índice  $\mu \sim 3,2$ , describe los datos observacionales para un halo de  $M_{total} = 3,5 \times 10^{11} M_\odot$  y densidad central  $\rho_0 = 10^{-5} M_\odot \text{pc}^{-3}$ ; y un campo magnético de  $B_1 \geq 6\mu\text{G}$  y factor de escala radial  $r_1 \geq 20$  kpc.

# Bibliografía

- Abdo, A. A., Allen, B. T., Aune, T., et al. 2009, ApJ, 698, 2121
- Adams, J., Danielsson, U. H., Grasso, D., & Rubinstein, H. 1996, Physics Letters B, 388, 253
- Adelman-McCarthy, J. K., Agüeros, M. A., Allam, S. S., et al. 2008, ApJS, 175, 297
- Aumont, J. & Macías-Pérez, J. F. 2009, in Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica Conference Series, Vol. 36, Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica Conference Series, 236–+
- Babcock, H. W. 1947, ApJ, 105, 105
- Bamba, K. & Sasaki, M. 2007, Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics, 2, 30
- Bardeen, J. M. 1980, Phys.Rev.D, 22, 1882
- Barrow, J. D., Ferreira, P. G., & Silk, J. 1997, Physical Review Letters, 78, 3610
- Barrow, J. D. & Maartens, R. 1999, Phys.Rev.D, 59, 043502
- Barrow, J. D., Maartens, R., & Tsagas, C. G. 2007, Phys. Rep., 449, 131
- Battaner, E. 1996, Astrophysical Fluid Dynamics, ed. E. Battaner
- Battaner, E., Castellano, J., & Masip, M. 2009, ApJL, 703, L90
- Battaner, E. & Florido, E. 1995, MNRAS, 277, 1129
- Battaner, E. & Florido, E. 1998, A&A, 338, 383
- Battaner, E. & Florido, E. 2000, Fundamentals of Cosmic Physics, 21, 1
- Battaner, E. & Florido, E. 2007, Astronomische Nachrichten, 328, 92
- Battaner, E. & Florido, E. 2009, in IAU Symposium, Vol. 259, IAU Symposium, 529–538

- Battaner, E., Florido, E., & Garcia-Ruiz, J. M. 1997a, A&A, 327, 8
- Battaner, E., Florido, E., Guijarro, A., Rubiño-Martín, J. A., R. B., & Zurita, A. 2008, Lecture Notes and Essays in Astrophysics, 3, 83
- Battaner, E., Florido, E., & Jimenez-Vicente, J. 1997b, A&A, 326, 13
- Battaner, E., Garrido, J. L., Membrado, M., & Florido, E. 1992, Nature, 360, 652
- Beck, R. 2000, The Origins of Galactic Magnetic Fields, 24th meeting of the IAU, Joint Discussion 14, August 2000, Manchester, England, meeting abstract., 14
- Beck, R. 2001, Space Science Reviews, 99, 243
- Beck, R. 2004, in Astrophysics and Space Science Library, Vol. 315, How Does the Galaxy Work?, ed. E. J. Alfaro, E. Pérez, & J. Franco, 277–+
- Beck, R. 2007, in EAS Publications Series, Vol. 23, EAS Publications Series, ed. M.-A. Miville-Deschénes & F. Boulanger, 19–36
- Beck, R. 2008a, in American Institute of Physics Conference Series, Vol. 1085, American Institute of Physics Conference Series, ed. F. A. Aharonian, W. Hofmann, & F. Rieger, 83–96
- Beck, R. 2008b, ArXiv e-prints
- Beck, R. 2009a, Ap&SS, 320, 77
- Beck, R. 2009b, in Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica Conference Series, Vol. 36, Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica Conference Series, 1–8
- Beck, R., Brandenburg, A., Moss, D., Shukurov, A., & Sokoloff, D. 1996, ARA&A, 34, 155
- Becker, R. H., Fan, X., White, R. L., et al. 2001, AJ, 122, 2850
- Behr, A. 1959, Veroeffentlichungen der Universitaets-Sternwarte zu Goettingen, 7, 200
- Benoît, A. 2004, Advances in Space Research, 33, 1790
- Benson, A. J., Sugiyama, N., Nusser, A., & Lacey, C. G. 2006, MNRAS, 369, 1055
- Berkhuijsen, E. M., Haslam, C. G. T., & Salter, C. J. 1971, A&A, 14, 252
- Bernui, A. & Hipólito-Ricaldi, W. S. 2008, MNRAS, 389, 1453
- Beuermann, K., Kanbach, G., & Berkhuijsen, E. M. 1985, A&A, 153, 17

- Biermann, L. & Schlüter, A. 1951, Physical Review, 82, 863
- Binney, J. & Tremaine, S. 1987, Galactic dynamics, ed. J. Binney & S. Tremaine
- Bluemer, J. & for the Pierre Auger Collaboration. 2008, ArXiv e-prints
- Bournaud, F., Combes, F., Jog, C. J., & Puerari, I. 2005, A&A, 438, 507
- Boyanovsky, D., de Vega, H. J., & Simionato, M. 2003, Primordial Magnetic Fields from Cosmological Phase Transitions, ed. Y. N. Sanchez, N. G. Parijskij (Kluwer Academic Publishers), 65–+
- Brandenburg, A. & Subramanian, K. 2005, Phys. Rep., 417, 1
- Bridle, S. L., Crittenden, R., Melchiorri, A., et al. 2002, MNRAS, 335, 1193
- Bronnikov, K. A., Chudayeva, E. N., & Shikin, G. N. 2004, Classical and Quantum Gravity, 21, 3389
- Brown, I. & Crittenden, R. 2005, Phys.Rev.D, 72, 063002
- Brown, I. A. 2008, ArXiv e-prints
- Brown, J. C., Haverkorn, M., Gaensler, B. M., et al. 2007, ApJ, 663, 258
- Brown, J. C., Taylor, A. R., Wielebinski, R., & Mueller, P. 2003, ApJL, 592, L29
- Burkert, A. 1995, ApJL, 447, L25+
- Calvo, J., Florido, E., Sánchez, O., et al. 2009, Physica A Statistical Mechanics and its Applications, 388, 2321
- Campanelli, L., Cea, P., Fogli, G. L., & Tedesco, L. 2008, Phys.Rev.D, 77, 123002
- Campanelli, L., Dolgov, A. D., Giannotti, M., & Villante, F. L. 2004, ApJ, 616, 1
- Caprini, C. & Durrer, R. 2002, Phys.Rev.D, 65, 023517
- Carilli, C. L. & Taylor, G. B. 2002, ARA&A, 40, 319
- Carretti, E., Haverkorn, M., McConnell, D., et al. 2008, ArXiv e-prints
- Cayon, L., Martinez-Gonzalez, E., & Sanz, J. L. 1993, ApJ, 403, 471
- Challinor, A. & Peiris, H. 2009, in American Institute of Physics Conference Series, Vol. 1132, American Institute of Physics Conference Series, ed. M. Novello & S. Perez, 86–140
- Chandrasekhar, S. 1960, Radiative transfer, ed. S. Chandrasekhar

- Cheng, B. & Olinto, A. V. 1994, Phys.Rev.D, 50, 2421
- Coles, P. & Lucchin, F. 1995, Cosmology. The origin and evolution of cosmic structure, ed. P. Coles & F. Lucchin
- Cooper, B. F. C. & Price, R. M. 1962, Nature, 196, 761
- Cordes, J. M. & Lazio, T. J. W. 2002, ArXiv Astrophysics e-prints
- Crill, B. P., Ade, P. A. R., Artusa, D. R., et al. 2003, ApJS, 148, 527
- Crutcher, R. M. 1999, ApJ, 520, 706
- Davis, L. & Greenstein, J. L. 1949, Physical Review, 75, 1605
- de Bernardis, P. 2006, in CMB and Physics of the Early Universe
- de Jong, T., Klein, U., Wielebinski, R., & Wunderlich, E. 1985, A&A, 147, L6
- de Oliveira-Costa, A. & Tegmark, M., eds. 1999, Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 181, Microwave Foregrounds
- Demers, S. & Battinelli, P. 2007, A&A, 473, 143
- Dicke, R. H., Peebles, P. J. E., Roll, P. G., & Wilkinson, D. T. 1965, ApJ, 142, 414
- Dickinson, C., Battye, R. A., Carreira, P., et al. 2004, MNRAS, 353, 732
- Dimopoulos, K., Prokopec, T., Törnkvist, O., & Davis, A. C. 2002, Phys.Rev.D, 65, 063505
- Dolgov, A. & Silk, J. 1993, Phys.Rev.D, 47, 3144
- Drimmel, R. & Spergel, D. N. 2001, ApJ, 556, 181
- Durrer, R. 2009, General Relativity and Gravitation, 41, 1671
- Durrer, R., Ferreira, P. G., & Kahnashvili, T. 2000, Phys.Rev.D, 61, 043001
- Durrer, R., Kahnashvili, T., & Yates, A. 1998, Phys.Rev.D, 58, 123004
- Einstein, A. 1915, Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin), Seite 778-786., 778
- Enqvist, K. 1998, International Journal of Modern Physics D, 7, 331
- Farrar, G. R. & Piran, T. 2000, ArXiv Astrophysics e-prints
- Fermi, E. 1954, ApJ, 119, 1

- Fernández-Cerezo, S., Gutiérrez, C. M., Rebolo, R., et al. 2006, MNRAS, 370, 15
- Finelli, F., Paci, F., & Paoletti, D. 2008, Phys.Rev.D, 78, 023510
- Fixsen, D. J., Cheng, E. S., Gales, J. M., et al. 1996, ApJ, 473, 576
- Florido, E. & Battaner, E. 1997, A&A, 327, 1
- Flynn, C., Holmberg, J., Portinari, L., Fuchs, B., & Jahreiß, H. 2006, MNRAS, 372, 1149
- Fraisse, A. A., Brown, J., Dobler, G., et al. 2008, ArXiv e-prints
- Freeman, K. C. 1970, ApJ, 160, 811
- Frinchaboy, P. M. & Majewski, S. R. 2005, ArXiv Astrophysics e-prints
- Gaensler, B. M., Dickey, J. M., McClure-Griffiths, N. M., et al. 2001, ApJ, 549, 959
- Gamow, G. 1946, Physical Review, 70, 572
- Gamow, G. 1948, Physical Review, 74, 505
- Gasperini, M., Giovannini, M., & Veneziano, G. 1995, Physical Review Letters, 75, 3796
- Ginzburg, V. L. & Syrovatskii, S. I. 1965, ARA&A, 3, 297
- Giovannini, M. 1999, Phys.Rev.D, 59, 123518
- Giovannini, M. 2000, Phys.Rev.D, 62, 067301
- Giovannini, M. 2002, ArXiv High Energy Physics - Phenomenology e-prints
- Giovannini, M. 2004a, Phys.Rev.D, 70, 123507
- Giovannini, M. 2004b, International Journal of Modern Physics D, 13, 391
- Giovannini, M. 2005, International Journal of Modern Physics D, 14, 363
- Giovannini, M. 2006a, Phys.Rev.D, 74, 063002
- Giovannini, M. 2006b, Classical and Quantum Gravity, 23, 1
- Giovannini, M. 2006c, Phys.Rev.D, 73, 101302
- Giovannini, M. 2009a, Phys.Rev.D, 79, 121302
- Giovannini, M. 2009b, Phys.Rev.D, 79, 103007

- Giovannini, M. & Kunze, K. E. 2008a, Phys.Rev.D, 77, 123001
- Giovannini, M. & Kunze, K. E. 2008b, Phys.Rev.D, 77, 063003
- Giovannini, M. & Kunze, K. E. 2008c, Phys.Rev.D, 77, 061301
- Giovannini, M. & Kunze, K. E. 2009, Phys.Rev.D, 79, 087301
- Gnedin, N. Y., Ferrara, A., & Zweibel, E. G. 2000, ApJ, 539, 505
- Górski, K. M., Hivon, E., Banday, A. J., et al. 2005, ApJ, 622, 759
- Grasso, D. & Rubinstein, H. R. 1996, Physics Letters B, 379, 73
- Grasso, D. & Rubinstein, H. R. 2001, Phys. Rep., 348, 163
- Gunn, J. E. & Gott, J. R. I. 1972, ApJ, 176, 1
- Gunn, J. E. & Peterson, B. A. 1965, ApJ, 142, 1633
- Gutiérrez, C. M., Rebolo, R., Watson, R. A., et al. 2000, ApJ, 529, 47
- Hale, G. E. 1908, ApJ, 28, 315
- Halverson, N. W., Leitch, E. M., Pryke, C., et al. 2002, ApJ, 568, 38
- Han, J. 2009, in IAU Symposium, Vol. 259, IAU Symposium, 455–466
- Han, J. L. 2001, Ap&SS, 278, 181
- Han, J. L. 2008, in American Institute of Physics Conference Series, Vol. 968, Astrophysics of Compact Objects, ed. Y.-F. Yuan, X.-D. Li, & D. Lai, 165–172
- Han, J. L., Ferriere, K., & Manchester, R.Ñ. 2004, ApJ, 610, 820
- Han, J. L., Manchester, R.Ñ., Berkhuijsen, E. M., & Beck, R. 1997, A&A, 322, 98
- Han, J. L., Manchester, R.Ñ., Lyne, A. G., Qiao, G. J., & van Straten, W. 2006, ApJ, 642, 868
- Han, J. L., Manchester, R.Ñ., & Qiao, G. J. 1999, MNRAS, 306, 371
- Han, J. L. & Qiao, G. J. 1994, A&A, 288, 759
- Han, J.-L. & Wielebinski, R. 2002, Chinese Journal of Astronomy and Astrophysics, 2, 293
- Hanany, S., Ade, P., Balbi, A., et al. 2000, ApJL, 545, L5

- Hanayama, H., Takahashi, K., Kotake, K., et al. 2006, Astronomische Nachrichten, 327, 439
- Harari, D., Mollerach, S., & Roulet, E. 1999, Journal of High Energy Physics, 8, 22
- Harari, D. D., Hayward, J. D., & Zaldarriaga, M. 1997, Phys.Rev.D, 55, 1841
- Harrison, E. R. 1969, Ap.Lett., 3, 133
- Harrison, E. R. 1973, Physical Review Letters, 30, 188
- Haslam, C. G. T., Klein, U., Salter, C. J., et al. 1981, A&A, 100, 209
- Haslam, C. G. T., Salter, C. J., Stoffel, H., & Wilson, W. E. 1982, A&A Supp., 47, 1
- Haverkorn, M., Brown, J. C., Gaensler, B. M., & McClure-Griffiths, N. M. 2008, ApJ, 680, 362
- Heiles, C. 1996, ApJ, 462, 316
- Hildebrand, R. H., Davidson, J. A., Dotson, J. L., et al. 2000, PASP, 112, 1215
- Hiltner, W. A. 1956, Vistas in Astronomy, 2, 1080
- Hinshaw, G., Weiland, J. L., Hill, R. S., et al. 2009, ApJS, 180, 225
- Hogan, C. J. 1983, Physical Review Letters, 51, 1488
- Hollenstein, L., Caprini, C., Crittenden, R., & Maartens, R. 2008, Phys.Rev.D, 77, 063517
- Honma, M., Bushimata, T., Choi, Y. K., et al. 2007, PASJ, 59, 889
- Honma, M. & Sofue, Y. 1997a, PASJ, 49, 539
- Honma, M. & Sofue, Y. 1997b, PASJ, 49, 453
- Hubble, E. 1929, Proceedings of the National Academy of Science, 15, 168
- Indrani, C. & Deshpande, A. A. 1999, New Astronomy, 4, 33
- Inoue, M. & Tabara, H. 1981, PASJ, 33, 603
- Jaffe, T. R., Leahy, J. P., Banday, A. J., et al. 2009, ArXiv e-prints
- Jansson, R., Farrar, G. R., Waelkens, A., & Ensslin, T. A. 2007, ArXiv e-prints
- Jansson, R., Farrar, G. R., Waelkens, A. H., & Ensslin, T. A. 2009, ArXiv e-prints

- Jedamzik, K., Katalinić, V., & Olinto, A. V. 1998, Phys.Rev.D, 57, 3264
- Jones, B. J. T. & Wyse, R. F. G. 1985, A&A, 149, 144
- Kachelrieß, M., Serpico, P. D., & Teshima, M. 2007, Astroparticle Physics, 26, 378
- Kahniashvili, T., Kosowsky, A., Mack, A., & Durrer, R. 2001, in American Institute of Physics Conference Series, Vol. 555, Cosmology and Particle Physics, ed. R. Durrer, J. Garcia-Bellido, & M. Shaposhnikov, 451–456
- Kahniashvili, T., Lavrelashvili, G., & Ratra, B. 2008, Phys.Rev.D, 78, 063012
- Kahniashvili, T., Maravin, Y., & Kosowsky, A. 2009, Phys.Rev.D, 80, 023009
- Kahniashvili, T. & Ratra, B. 2005, Phys.Rev.D, 71, 103006
- Kahniashvili, T. & Ratra, B. 2007, Phys.Rev.D, 75, 023002
- Kalberla, P. M. W. 2003, ApJ, 588, 805
- Kalberla, P. M. W. & Dedes, L. 2008, A&A, 487, 951
- Kent, S. M. 1986, AJ, 91, 1301
- Kim, J. & Naselsky, P. 2009, Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics, 7, 41
- Kim, K.-T., Kronberg, P. P., & Tribble, P. C. 1991, ApJ, 379, 80
- Kobayashi, T., Maartens, R., Shiromizu, T., & Takahashi, K. 2007, Phys.Rev.D, 75, 103501
- Kodama, H. & Sasaki, M. 1986, International Journal of Modern Physics A, 1, 265
- Koh, S. & Lee, C. H. 2000, Phys.Rev.D, 62, 083509
- Komatsu, E., Dunkley, J., Nolta, M. R., et al. 2009, ApJS, 180, 330
- Kosowsky, A., Kahniashvili, T., Lavrelashvili, G., & Ratra, B. 2005, Phys.Rev.D, 71, 043006
- Kosowsky, A. & Loeb, A. 1996, ApJ, 469, 1
- Kristiansen, J. R. & Ferreira, P. G. 2008, Phys.Rev.D, 77, 123004
- Kronberg, P. P. 1994, Reports on Progress in Physics, 57, 325
- Kronberg, P. P., Bernet, M. L., Miniati, F., et al. 2008, ApJ, 676, 70

- Kulsrud, R. M. & Anderson, S. W. 1992, ApJ, 396, 606
- Kulsrud, R. M. & Zweibel, E. G. 2008, Reports on Progress in Physics, 71, 046901
- Kutschera, M. & Jalocha, J. 2004, Acta Physica Polonica B, 35, 2493
- Kwee, K. K., Muller, C. A., & Westerhout, G. 1954, , 12, 211
- La Rosa, T.Ñ., Shore, S.Ñ., Joseph, T., Lazio, W., & Kassim, N. E. 2006, Journal of Physics Conference Series, 54, 10
- Landau, L. D. & Lifshitz, E. M. 1971, The classical theory of fields, ed. L. D. Landau & E. M. Lifshitz
- Lee, J., Pen, U.-L., Taylor, A. R., Stil, J. M., & Sunstrum, C. 2009, ArXiv e-prints
- Lewis, A. 2004, Phys.Rev.D, 70, 043011
- Ma, C.-P. & Bertschinger, E. 1995, ApJ, 455, 7
- Mack, A., Kahniashvili, T., & Kosowsky, A. 2002, Phys.Rev.D, 65, 123004
- Manchester, R.Ñ. 1974, ApJ, 188, 637
- Maroto, A. L. 2001, Phys.Rev.D, 64, 083006
- Masip, M. & Mastromatteo, I. 2008, Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics, 12, 3
- Matarrese, S., Mollerach, S., Notari, A., & Riotto, A. 2005, Phys.Rev.D, 71, 043502
- Matese, J. J. & O'Connell, R. F. 1969, Physical Review, 180, 1289
- Mathewson, D. S. & Ford, V. L. 1970, MNRAS, 74, 139
- McClure-Griffiths, N. M., Pisano, D. J., Calabretta, M. R., et al. 2009, ApJS, 181, 398
- McGaugh, S. S. 2008, ApJ, 683, 137
- Men, H., Ferrière, K., & Han, J. L. 2008, A&A, 486, 819
- Merrifield, M. R. 1992, AJ, 103, 1552
- Milgrom, M. 1983a, ApJ, 270, 371
- Milgrom, M. 1983b, ApJ, 270, 365
- Mitra, D., Wielebinski, R., Kramer, M., & Jessner, A. 2003, A&A, 398, 993

- Miville-Deschénes, M., Ysard, N., Lavabre, A., et al. 2008, *A&A*, 490, 1093
- Moffatt, H. K. 1978, Magnetic field generation in electrically conducting fluids, ed. H. K. Moffatt
- Mukhanov, V. 2001, Physical Foundations of Cosmology, ed. V. Mukhanov
- Mukhanov, V. F., Feldman, H. A., & Brandenberger, R. H. 1992, *Phys. Rep.*, 215, 203
- Nakanishi, H. & Sofue, Y. 2008, in Mapping the Galaxy and Nearby Galaxies, ed. K. Wada & F. Combes, 363–+
- Narlikar, J. V. 2002, An introduction to cosmology, ed. J. V. Narlikar
- Naselsky, P. & Kim, J. 2008, ArXiv e-prints
- Naselsky, P. D., Chiang, L.-Y., Olesen, P., & Verkhodanov, O. V. 2004, *ApJ*, 615, 45
- Naselsky, P. D., Novikov, D. I., & Novikov, I. D. 2006, The Physics of the Cosmic Microwave Background, ed. Naselsky, P. D., Novikov, D. I., & Novikov, I. D.
- Navarro, J. F., Frenk, C. S., & White, S. D. M. 1996, *ApJ*, 462, 563
- Nelson, A. H. 1988, *MNRAS*, 233, 115
- Noutsos, A., Johnston, S., Kramer, M., & Karastergiou, A. 2008, *MNRAS*, 386, 1881
- O'Connell, R. F. & Matese, J. J. 1969, *Nature*, 222, 649
- Ohno, H. & Shibata, S. 1993, *MNRAS*, 262, 953
- Olling, R. P. & Merrifield, M. R. 2001, *MNRAS*, 326, 164
- Oren, A. L. & Wolfe, A. M. 1995, *ApJ*, 445, 624
- Oster, L. 1961, *AJ*, 66, 50
- Ostriker, J. P. & Vishniac, E. T. 1986, *ApJL*, 306, L51
- Padmanabhan, T. 1993, Structure Formation in the Universe, ed. T. Padmanabhan
- Page, L., Hinshaw, G., Komatsu, E., et al. 2007, *ApJS*, 170, 335
- Paoletti, D., Finelli, F., & Paci, F. 2009, *MNRAS*, 396, 523
- Parker, E.N. 1979, Cosmical magnetic fields: Their origin and their activity, ed. E.N. Parker

- Peacock, J. A. 1999, Cosmological Physics, ed. J. A. Peacock
- Peebles, P. J. E. 1980, The large-scale structure of the universe, ed. P. J. E. Peebles
- Peebles, P. J. E. 1993, Principles of physical cosmology, ed. P. J. E. Peebles
- Penzias, A. A. & Wilson, R. W. 1965, *ApJ*, 142, 419
- Perez, I. 2003, PhD thesis, Australian National University. RSSA, Mt. Stromlo and Siding Spr. Obs., Private Bag, Woden PO, Canberra, ACT 2606, Australia
- Poezd, A., Shukurov, A., & Sokoloff, D. 1993, *MNRAS*, 264, 285
- Prouza, M. & Šmídá, R. 2003, *A&A*, 410, 1
- Rand, R. J. & Kulkarni, S. R. 1989, *ApJ*, 343, 760
- Ratra, B. 1992, *ApJL*, 391, L1
- Rees, M. J. 2005, in Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag, Vol. 664, Cosmic Magnetic Fields, ed. R. Wielebinski & R. Beck, 1–+
- Rees, M. J. & Sciama, D. W. 1968, *Nature*, 217, 511
- Refregier, A. 1999, in Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 181, Microwave Foregrounds, ed. A. de Oliveira-Costa & M. Tegmark, 219–+
- Reich, P. & Reich, W. 1986, *A&A Supp.*, 63, 205
- Reich, P., Testori, J. C., & Reich, W. 2001, *A&A*, 376, 861
- Reich, W. 1982, *A&A Supp.*, 48, 219
- Reich, W. 2006, ArXiv Astrophysics e-prints
- Reich, W. 2008, in Mapping the Galaxy and Nearby Galaxies, ed. K. Wada & F. Combes, 63–+
- Reich, W. & Reich, P. 2009, in IAU Symposium, Vol. 259, IAU Symposium, 603–612
- Reichardt, C. L., Ade, P. A. R., Bock, J. J., et al. 2009, *ApJ*, 694, 1200
- Rubino-Martin, J. A., Rebolo, R., Tucci, M., et al. 2008, ArXiv e-prints
- Ruiz-Granados, B. 2006, in CMB and Physics of the Early Universe
- Ruiz-Granados, B., Calvo, J., Battner, E., et al. 2009a, *A&A*(in preparation)
- Ruiz-Granados, B., Rubiño-Martín, J. A., & Battner, E. 2009b, *A&A*(submitted)

- Ruzmaikin, A. A., Sokolov, D. D., & Shukurov, A. M., eds. 1988, Astrophysics and Space Science Library, Vol. 133, Magnetic fields of galaxies
- Rybicki, G. B. & Lightman, A. P. 1986, Radiative Processes in Astrophysics, ed. G. B. Rybicki & A. P. Lightman
- Sachs, R. K. & Wolfe, A. M. 1967, ApJ, 147, 73
- Saha, K., Levine, E. S., Jog, C. J., & Blitz, L. 2009, ApJ, 697, 2015
- Samtleben, D. & for the QUIET collaboration. 2008, ArXiv e-prints
- Sanders, R. H. & Begeman, K. G. 1994, MNRAS, 266, 360
- Scannapieco, E. S. & Ferreira, P. G. 1997, Phys.Rev.D, 56, 7493
- Scóccola, C., Harari, D., & Mollerach, S. 2004, Phys.Rev.D, 70, 063003
- Seljak, U. & Zaldarriaga, M. 1996, ApJ, 469, 437
- Semikoz, V. B. & Sokoloff, D. D. 2004, Physical Review Letters, 92, 131301
- Seshadri, T. R. & Subramanian, K. 2009, Physical Review Letters, 103, 081303
- Sethi, S. K. & Subramanian, K. 2005, MNRAS, 356, 778
- Shaposhnikov, M. 2005, in American Institute of Physics Conference Series, Vol. 784, Magnetic Fields in the Universe: From Laboratory and Stars to Primordial Structures., ed. E. M. de Gouveia dal Pino, G. Lugones, & A. Lazarian, 423–433
- Siegel, E. R. & Fry, J. N. 2006, ApJ, 651, 627
- Sievers, J. L., Mason, B. S., Weintraub, L., et al. 2009, ArXiv e-prints
- Simard-Normandin, M. & Kronberg, P. P. 1979, Nature, 279, 115
- Simard-Normandin, M. & Kronberg, P. P. 1980, ApJ, 242, 74
- Smoot, G. F., Bennett, C. L., Kogut, A., et al. 1992, ApJL, 396, L1
- Sofue, Y. & Fujimoto, M. 1983, ApJ, 265, 722
- Sofue, Y., Honma, M., & Omodaka, T. 2009, PASJ, 61, 227
- Sokasian, A., Yoshida, N., Abel, T., Hernquist, L., & Springel, V. 2004, MNRAS, 350, 47
- Stanev, T. 1997, ApJ, 479, 290

- Stepanov, R., Arshakian, T. G., Beck, R., Frick, P., & Krause, M. 2008, A&A, 480, 45
- Strong, A. W., Moskalenko, I. V., & Ptuskin, V. S. 2007, Annual Review of Nuclear and Particle Science, 57, 285
- Subramanian, K. & Barrow, J. D. 1998, Physical Review Letters, 81, 3575
- Subramanian, K., Seshadri, T. R., & Barrow, J. D. 2003, MNRAS, 344, L31
- Sun, X. H., Reich, W., Waelkens, A., & Enßlin, T. A. 2008, A&A, 477, 573
- Sunyaev, R. A. & Zeldovich, I. B. 1980, MNRAS, 190, 413
- Tabara, H. & Inoue, M. 1980, A&A Supp., 39, 379
- Takahashi, K., Ichiki, K., Ohno, H., Hanayama, H., & Sugiyama, N. 2006, Astronomische Nachrichten, 327, 410
- Tashiro, H. & Sugiyama, N. 2006, MNRAS, 368, 965
- Testori, J. C., Reich, P., & Reich, W. 2008, A&A, 484, 733
- The Planck Collaboration. 2006, ArXiv Astrophysics e-prints
- Thomson, R. C. & Nelson, A. H. 1980, MNRAS, 191, 863
- Tinyakov, P. G. & Tkachev, I. I. 2002, Astroparticle Physics, 18, 165
- Tsiklauri, D. 2008, ArXiv e-prints
- Turner, M. S. & Widrow, L. M. 1988, Phys.Rev.D, 37, 2743
- Vallee, J. P. 1983a, A&A, 124, 147
- Vallee, J. P. 1983b, A&A Supp., 51, 127
- Vallee, J. P. 1988, AJ, 95, 750
- Vallee, J. P. 1991, ApJ, 366, 450
- Vallée, J. P. 2008, ApJ, 681, 303
- Vallee, J. P. & Kronberg, P. P. 1975, A&A, 43, 233
- Vielva, P., Wiaux, Y., Martínez-González, E., & Vandergheynst, P. 2007, MNRAS, 381, 932
- Waelkens, A., Jaffe, T., Reinecke, M., Kitaura, F. S., & Enßlin, T. A. 2009, A&A, 495, 697

- Wasserman, I. 1978, ApJ, 224, 337
- Weinberg, S. 1972, Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity, ed. S. Weinberg
- Weisberg, J. M., Cordes, J. M., Kuan, B., et al. 2004, ApJS, 150, 317
- Westfold, K. C. 1959, ApJ, 130, 241
- Widrow, L. M. 2002, Reviews of Modern Physics, 74, 775
- Wielebinski, R. 2005, in Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag, Vol. 664, Cosmic Magnetic Fields, ed. R. Wielebinski & R. Beck, 89–+
- Wielebinski, R. & Mitra, D. 2004, in The Magnetized Interstellar Medium, ed. B. Uyaniker, W. Reich, & R. Wielebinski, 19–23
- Wielebinski, R. & Shakeshaft, J. R. 1962, Nature, 195, 982
- Wolleben, M., Landecker, T. L., Reich, W., & Wielebinski, R. 2006, A&A, 448, 411
- Wright, E. L. 1991, ApJ, 375, 608
- Yamazaki, D. G., Ichiki, K., & Kajino, T. 2005, ApJL, 625, L1
- Yamazaki, D. G., Ichiki, K., Kajino, T., & Mathews, G. J. 2008, Phys.Rev.D, 77, 043005
- Zel'Dovich, Y. B. 1965, Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics, 21, 656
- Zeldovich, Y. B. 1983, Magnetic fields in astrophysics, ed. Y. B. Zeldovich